

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уфимский университет науки и технологий»

На правах рукописи



Магадеев Евгений Борисович

**СТРУКТУРА И СВОЙСТВА ВИХРЕПОДОБНЫХ
НЕОДНОРОДНОСТЕЙ В ПЕРФОРИРОВАННЫХ ПЛЕНКАХ
ЛЕГКОПЛОСКОСТНЫХ МАГНЕТИКОВ С НЕОДНОРОДНЫМ
МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ**

Специальность 1.3.8. Физика конденсированного состояния

Диссертация на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Научный консультант:

доктор физико-математических наук,

профессор Вахитов Роберт Миннисламович

Уфа – 2025

Оглавление

Введение.....	9
1 Топологически защищенные объекты в магнитоэлектрических материалах.....	23
1.1 Вихреподобные неоднородности и условия их зарождения.....	23
1.1.1 Классификация топологически защищенных магнитных структур.....	23
1.1.2 Рождение и уничтожение вихреподобных магнитных неоднородностей.....	28
1.1.3 Экспериментальное наблюдение топологически защищенных структур.....	32
1.1.4 Техническое применение вихреподобных объектов.....	35
1.2 Неоднородное магнитоэлектрическое взаимодействие и флексомагнитоэлектрический эффект.....	40
1.2.1 Магнитоэлектрические эффекты и материалы.....	40
1.2.2 Магнитоэлектрические явления в мультиферроиках.....	43
1.2.3 Флексомагнитоэлектрический эффект.....	45
2 Структура и устойчивость вихреподобных неоднородностей в пленках планарных магнетиков с топологическими особенностями.....	48
2.1 Нетривиальные магнитные структуры в перфорированных пленках.....	48
2.1.1 Континуальная модель.....	48
2.1.2 Дискретная модель.....	50
2.1.3 Случай четырех отверстий.....	52

2.2 Топологически защищенные объекты при наличии структурных дефектов.....	54
2.2.1 Основные уравнения.....	54
2.2.2 Пленка с антидотами малых размеров.....	56
2.2.3 Пленка с двумя цилиндрическими антидотами.....	58
2.2.4 Теорема об эквивалентности подходов.....	61
2.2.5 Пленка с двумя дефектами цилиндрической или прямоугольной формы.....	64
2.2.6 Дефекты с ненулевой анизотропией.....	67
2.2.7 Влияние конечной константы анизотропии вне области дефектов.....	71
2.3 Устойчивость нетривиальных структур в пленках легкоплоскостных магнетиков.....	74
2.3.1 Постановка задачи.....	74
2.3.2 Аналитический подход.....	76
2.3.3 Численный подход.....	77
2.3.4 Эмпирический подход.....	80
2.3.5 Случай тонкой магнитной нити.....	83
2.3.6 Случай проколотого диска.....	84
2.3.7 Случай пленки с двумя антидотами.....	87
2.3.8 Оценки устойчивости для конкретных материалов.....	91
2.4 Выводы.....	93
 3 Влияние размагничивающих полей на свойства неоднородных структур в легкоплоскостных материалах.....	 94
3.1 Эффекты, обусловленные планарными компонентами размагничивающих полей.....	94
3.1.1 Влияние размагничивающих полей в случае одного антидота.....	94

3.1.2 Влияние размагничивающих полей в случае нескольких антидотов.....	96
3.2 Стабилизация вихреподобных структур, обусловленная анизотропией формы.....	101
3.2.1 Основные предпосылки.....	101
3.2.2 Результаты моделирования.....	104
3.2.3 Сценарии потери устойчивости.....	108
3.3 Трансформация неоднородных структур под действием нормальных компонент размагничивающих полей.....	111
3.3.1 Основные предпосылки.....	111
3.3.2 Плоские структуры при слабых размагничивающих полях..	113
3.3.3 Размагничивающие поля в пленках конечной толщины.....	115
3.3.4 Вспомогательные соотношения для расчета размагничивающих полей.....	118
3.3.5 Магнитная структура в пленках конечной толщины.....	120
3.3.6 Результаты численного моделирования.....	125
3.3.7 Вклад размагничивающих полей в энергию магнетика.....	129
3.4 Выводы.....	133
4 Влияние внешнего магнитного поля на топологически защищенные структуры в планарных ферромагнетиках.....	134
4.1 Устойчивость неоднородных структур относительно воздействия однородных магнитных полей.....	134
4.1.1 Постановка задачи.....	134
4.1.2 Приближение слабых полей.....	136
4.1.3 Модель одного антидота.....	139
4.1.4 Модель «кренделя».....	141
4.1.5 Численный эксперимент.....	148
4.2 Изменение топологии распределения намагниченности под влиянием полей, создаваемых электрическими токами.....	152

4.2.1 Уравнения движения.....	152
4.2.2 Базовый механизм изменения топологии.....	154
4.2.3 Механизм перемагничивания в случае двух отверстий.....	158
4.2.4 Столкновение квазичастиц.....	162
4.2.5 Механизм перемагничивания в случае четырех отверстий...	163
4.2.6 Достаточные условия реализации процессов перезаписи состояний в ячейках.....	165
4.2.7 Стабильные состояния ячеек под воздействием токов.....	167
4.3 Динамические свойства магнитных неоднородностей под воздействием импульсов магнитного поля.....	169
4.3.1 Физическая модель ячейки памяти.....	169
4.3.2 Подход к считыванию состояния ячейки.....	170
4.3.3 Аналитический расчет отклика ячейки.....	172
4.3.4 Численное моделирование отклика ячейки.....	175
4.4 Выводы.....	177
 5 Одномерные магнитные структуры в пленках планарных магнетиков с неоднородным магнитоэлектрическим взаимодействием.....	 179
5.1 Зарождение 0-градусных доменных границ в планарных магнетиках в поле заряженного проводника.....	179
5.1.1 Описание модели.....	179
5.1.2 Результаты численных расчетов.....	182
5.1.3 Количественная теория явления.....	185
5.2 Динамика 180-градусных доменных границ под влиянием неоднородных электрических полей.....	188
5.2.1 Постановка задачи.....	188
5.2.2 Уравнение движения.....	191
5.2.3 Случай узкой ДГ.....	192
5.2.4 Положения равновесия в общем случае.....	195

5.2.5 Динамические характеристики ДГ	198
5.3 Выводы.....	204
6 Вихреподобные структуры в пленках с одной перфорацией под воздействием внешнего электрического поля.....	205
6.1 Топология стабильных и метастабильных структур при наличии магнитоэлектрического взаимодействия.....	205
6.1.1 Основные уравнения.....	205
6.1.2 Случай равных констант.....	207
6.1.3 Структуры в поле заряженной нити.....	209
6.1.4 Устойчивые состояния в поле заряженной нити.....	214
6.2 Трансформация магнитных неоднородностей, обусловленная влиянием однородного электрического поля.....	216
6.2.1 Основные уравнения.....	216
6.2.2 Приближение сильной анизотропии.....	220
6.2.3 Приближение слабых полей.....	224
6.2.4 Случай $k = 1$	228
6.2.5 Модель прямолинейной границы.....	232
6.3 Выводы.....	237
7. Изотропное неоднородное магнитоэлектрическое взаимодействие в пленках планарных магнетиков.....	238
7.1 Особенности проявления флексомагнитоэлектрического эффекта вблизи границ образца.....	238
7.1.1 Исходные соображения.....	238
7.1.2 Структура и энергия неоднородности.....	241
7.1.3 Общие свойства магнитной структуры.....	242
7.1.4 Случай области повышенного потенциала.....	245
7.1.5 Случай поля точечного заряда.....	247
7.1.6 Случай поля диполя.....	249
7.1.7 Случай планарных электрических полей.....	252

7.1.8 Влияние размагничивающих полей.....	255
7.2 Управление топологией вихреподобных структур в перфорированных пленках с помощью электрических полей.....	258
7.2.1 Постановка задачи.....	258
7.2.2 Решение в общем случае.....	261
7.2.3 Случай однородного поля.....	263
7.2.4 Случай регулярных решеток перфораций.....	265
7.3 Возникновение нескомпенсированных электрических зарядов, обусловленное неоднородностью распределения намагниченности.....	268
7.3.1 Идентификация топологии вихреподобных структур на основе индуцированных ими электрических полей.....	268
7.3.2 Спонтанное зарождение вихреподобных структур.....	272
7.4 Выводы.....	274
Заключение.....	276
Список работ по теме диссертации.....	279
Список литературы.....	282

Список сокращений, используемых в диссертации

ДГ – доменная граница

НМЭВ – неоднородное магнитоэлектрическое взаимодействие

Введение

Известно, что фундаментом для стремительного развития электронной вычислительной техники во второй половине XX и начале XXI века послужили преимущественно полупроводниковые технологии, лежащие в основе как логических, так и современных запоминающих устройств. И хотя изначально повышение эксплуатационных характеристик подобных устройств могло обуславливаться появлением новых научных знаний о полупроводниках, то в последние десятилетия уместно говорить, пожалуй, только о количественных, но не о качественных изменениях в обсуждаемой сфере. Данное обстоятельство, в частности, находит свое отражение в коррективах, которые вынужденно вносятся в закон Мура [1]: так еще в 1975 году сам Гордон Мур признал, что удвоение числа транзисторов, размещаемых на кристалле микропроцессора, происходит не за один год, как утверждалось ранее, а в течение двух лет [2]. Очевидно, что в долгосрочной перспективе подобный закон экспоненциального роста числа функциональных элементов (а вместе с тем и технических характеристик) вычислительных устройств не может иметь места в принципе. Таким образом, заметное снижение темпов развития полупроводниковой микроэлектроники является лишь вопросом времени. Вместе с тем требования к быстродействию и энергоэффективности компьютерной техники, а также объемам хранимых и обрабатываемых данных за последние годы испытали скачкообразный рост в связи с активным внедрением глубокого машинного обучения [3], а также технологии блокчейн [4]. Тем самым наличие определенного разрыва между возможностями вычислительной техники и предъявляемыми к ней требованиями отчетливо прослеживается уже сегодня, и нет сомнений, что в дальнейшем этот разрыв будет становиться все более существенным. Ясно, что решение описанной проблемы может быть найдено только в ревизии базовых принципов функционирования микроэлектроники, вследствие чего исследование

альтернативных подходов к созданию логических элементов и ячеек памяти является крайне **актуальной задачей**.

Помимо полупроводников, свое применение в вычислительной технике традиционно находили материалы, характеризующиеся наличием определенного магнитного порядка: ферромагнетики, антиферромагнетики, ферримагнетики и т.д. [5] Ярким примером такого применения являются постоянные запоминающие устройства (включая широко распространенные жесткие диски), работа которых основана на возможности образования в ферромагнитных пленках отдельных доменов [6]. При этом направление намагниченности в каждом домене кодирует ровно один бит информации, что накладывает довольно существенные ограничения на максимально достижимую плотность записи, так как ширина доменной границы (ДГ) между двумя соседними доменами представляет собой конечную величину, определяемую параметрами используемого материала [7]. Серьезной попыткой усовершенствования обсуждаемой технологии стала разработка концепции запоминающих устройств на основе цилиндрических магнитных доменов, предложенная А. Бобеком после обнаружения им неоднородностей указанного типа в пленках ортоферритов [8] (сама концепция детально изложена в [7]). Следует отметить, что впервые такие неоднородности были зафиксированы и исследованы в ортоферритах в работе [9], а также в гексаферритах в [10] задолго до А. Бобека, однако эти работы остались практически незамеченными. Напротив, идея А. Бобека была быстро подхвачена многими исследователями и технологами, и уже в 1975 году были выпущены первые коммерческие чипы на основе цилиндрических магнитных доменов емкостью 16 килобит. В дальнейшем производство подобных чипов шло по нарастающей: увеличивалась емкость чипов, совершенствовалась технология их производства и т.д. Тем не менее, этот процесс резко пошел на убыль в начале 90-ых годов прошлого века, что было обусловлено стремительно возросшей коммерческой привлекательностью полупроводниковых чипов (существенно увеличилась емкость одного чипа и,

соответственно, на несколько порядков удешевился один бит хранимой информации). В то же время фундаментальные исследования в области магнетизма не прекращались, а лишь усиливались, что способствовало открытию важных эффектов. В частности, обнаружение гигантского магнетосопротивления [11] привело к появлению крайне эффективных способов записи и считывания данных. Кроме того, велось интенсивное изучение доменной структуры в различных материалах, в том числе и вихреподобных неоднородностей [12] (к каковым, по сути, относятся и цилиндрические магнитные домены). В результате был выявлен целый класс структур такого типа, которые считаются исключительно перспективными именно с практической точки зрения. Наиболее изученными из них на данный момент являются скирмионы, однако не меньшее внимание привлекают и другие представители «зоопарка» [13] вихреподобных неоднородностей: бимероны, скирмиониумы, магнитные вихри и т.д. Объединяющей чертой перечисленных структур является их топологическая защищенность, под которой понимается невозможность разрушения магнитной неоднородности путем непрерывных трансформаций распределения намагниченности [13, 14]. Данный механизм обуславливает возможность физической реализации объектов, которые отвечают формальным решениям уравнений микромагнетизма и, вообще говоря, не обязательно соответствуют основному состоянию магнитной подсистемы рассматриваемого образца. Следствием этого обстоятельства являются и другие важнейшие свойства топологически защищенных структур, такие как их наноразмеры и высокая подвижность [15]. Тем не менее, несмотря на существенные успехи в отношении экспериментального наблюдения вихреподобных нанообъектов [16], на пути к их применению на практике остается еще целый ряд нерешенных задач. В частности, формирование относительно стабильных скирмионов оказывается возможным преимущественно в материалах, в которых наблюдается взаимодействие Дзялошинского-Мория [17]. Являясь по своей сути малой поправкой к обменному взаимодействию, возникающей при определенных

симметриях магнитного кристалла [18], данное взаимодействие оказывается значительным либо при температурах гораздо ниже комнатной, либо при условии особого наноструктурирования пленок [11, 18-20]. Еще большие затруднения возникают при попытке наблюдения скирмионных кристаллов [21], которые рассматриваются в качестве физической реализации записывающего устройства, представляющего собой массив отдельных ячеек памяти. В целом можно сказать, что вопросы устойчивости и управляемости на сегодняшний день остаются открытыми в отношении большинства ранее изученных типов вихреподобных неоднородностей. Это обуславливает огромную практическую значимость отыскания новых представителей «зоопарка», в случае которых указанные проблемы было бы возможно решить хотя бы отчасти.

В соответствии с изложенной выше проблемой в настоящей диссертационной работе предлагается новый тип вихреподобных структур, реализуемых в ферромагнитных пленках в отсутствие взаимодействия Дзялошинского-Мория, а также последовательно развивается теория стабилизации таких структур и управления ими. Условием формирования нанообъектов предлагаемого типа является, во-первых, отсутствие выхода вектора намагниченности из плоскости образца. Вследствие этого некруговые траектории вектора намагниченности [22, 23] оказываются недопустимыми, что накладывает дополнительные довольно жесткие ограничения на топологию реализуемых магнитных структур. Выполнение данного требования может быть обеспечено как за счет наличия сильной кристаллической анизотропии магнетика типа «легкая плоскость» [A7], так и за счет влияния анизотропии формы [22, A13] (обусловленной вкладом размагничивающих полей образца [24]). Магнетики, обладающие подобными свойствами (называемые в литературе планарными [25, 26] магнетиками), не являются экзотическими и уже изучались ранее применительно к широкому ряду практических задач. Второе условие, однако, заключается в наличии в пленке искусственно созданных сквозных перфораций (антидотов [27]) или

колумнарных дефектов [28, 29], в области которых легкоплоскостная анизотропия уже не проявляется. Эти особенности геометрии образца приводят к тому, что угол ориентации вектора намагниченности на плоскости перестает быть однозначной функцией пространственных координат благодаря возникновению монодромии: при обходе вокруг отверстия или дефекта пленки указанный угол может меняться на ненулевую величину, кратную 2π . Данное чисто математическое обстоятельство приводит к ряду важнейших физических следствий, среди которых – возможность образования уединенной магнитной неоднородности в окрестности пары близкорасположенных антидотов. Такая неоднородность является хорошо локализованной и, как показывает анализ ее статических и динамических свойств, может быть использована в качестве ячейки памяти, кодирующей одну цифру в системе счисления с основанием 3 (то есть один трит [A8] информации). Помимо очевидного преимущества описанного типа ячеек, которое проявляется в возможности их крайне плотного расположения на потенциальном носителе информации, перспектива хранения данных в троичной системе привлекательна сама по себе. Хорошо известно, что именно эта система является оптимальной с точки зрения теории информации [30], и создание вычислительных машин с троичным, а не бинарным внутренним представлением данных стало бы серьезным прорывом в развитии компьютерных технологий [31]. Следует отметить, что подобные попытки уже предпринимались ранее (в частности, в СССР в 1959 году был разработан компьютер «Сетунь» на основе троичной логики [32]), однако они не привели к успеху из-за различных затруднений инженерного характера. Таким образом, излагаемые в настоящей работе концепции, по большому счету, предлагают новый взгляд на решение давно сформулированных задач, решение которых не было найдено, вероятно, из-за недостаточного уровня развития фундаментальных знаний и соответствующих технологий.

Хотя и запись в троичную ячейку изучаемого типа, и считывание ранее записанного в нее трита, как будет показано далее, могут осуществляться

воздействием импульсов магнитного поля, данный подход представляется неоптимальным как с позиций энергоэффективности, так и с позиций гибкости управления топологией магнитной структуры. В этой связи в работе делается акцент на альтернативном способе взаимодействия с топологически защищенными объектами, основанном на создании и регистрации исключительно электрических полей. Данная возможность появляется в магнитоэлектрических материалах [33], которые характеризуются наличием тесной связи между двумя параметрами порядка, что позволяет управлять как сегнетоэлектрическими свойствами материала с помощью магнитных полей, так и намагниченностью среды посредством электрического поля [34]. Такой симбиоз подсистем приводит к появлению целого ряда интересных эффектов (линейного и квадратичного магнитоэлектрического [34-36], магнитодиэлектрического [37], электромагнитооптического [38, 39] и многих других [34]), значительная часть которых уже нашла свое применение на практике. К ним также относится и флексомагнитоэлектрический эффект [40], который обычно рассматривается в контексте управления доменной структурой образца [34], однако может влиять и на процесс зарождения вихреподобных неоднородностей [41, 42]. Последнее обусловлено тем, что связанное с обсуждаемым эффектом неоднородное магнитоэлектрическое взаимодействие (НМЭВ) [43] на уровне феноменологического описания оказывается близким к взаимодействию Дзялошинского-Мория, способность которого стабилизировать скирмионы уже упоминалась выше. При этом НМЭВ обладает тем важным преимуществом, что его вклад в полную энергию системы зависит от величины приложенного к образцу электрического поля, а значит, соответствующие эффекты можно включать и выключать по желанию, а также регулировать их интенсивность. По этим причинам в настоящем исследовании уделяется пристальное внимание именно легкоплоскостным ферромагнетикам с НМЭВ, которые, по всей видимости, являются оптимальным материалом для создания запоминающих устройств предлагаемого типа. Следует отметить, что вопрос существования таких

материалов на сегодняшний день остается открытым, что не позволяет указать конкретный химический состав пленок, рекомендуемых к применению, а также выполнить количественные расчеты технических характеристик ячеек памяти на их основе. Тем не менее, НМЭВ неоднократно наблюдалось в ферритах-гранатах [44], кристаллохимические особенности которых позволяют изменять их свойства в нужном направлении путем изоморфного замещения ионов в редкоземельных и железных подрешетках [45]. Тем самым перспектива искусственного создания пленок с требуемыми параметрами является вполне вероятной.

Целью диссертационной работы является разработка теоретических основ функционирования троичной ячейки памяти, трит информации в которой кодируется состоянием вихреподобной неоднородности, локализованной в окрестности пары близкорасположенных перфораций пленки легкоплоскостного ферромагнетика. Данная цель была достигнута путем последовательного решения следующих **задач**:

- Выявление структуры и топологии уединенных магнитных неоднородностей, реализуемых в планарных магнетиках при наличии двух и более антидотов, искусственно созданных в пленке.
- Изучение вопросов устойчивости вихреподобных объектов заданной топологии в зависимости от геометрии и материальных параметров образца, а также установление возможных сценариев потери устойчивости такими объектами.
- Исследование влияния дополнительных факторов (тепловых флуктуаций, внешних магнитных и электрических полей, размагничивающих полей) на неоднородные структуры изучаемого типа и оценка предельных величин этих факторов, при которых топологически защищенные объекты сохраняют свои свойства хотя бы на качественном уровне.

- Изучение механизмов изменения топологии вихреподобных структур под влиянием внешних воздействий и разработка подходов к управлению топологией структур на основе выявленных механизмов.
- Развитие теории флексомагнитоэлектрического эффекта в планарных магнетиках, включая классификацию стабильных и метастабильных состояний системы, находящейся под воздействием внешних электрических полей различной конфигурации, изучение особенностей взаимодействия одномерных и двухмерных структур с неоднородным электрическим полем, а также выявление специфических эффектов, наблюдаемых в материалах с анизотропным НМЭВ.
- Разработка методов записи и считывания данных, хранимых в троичной ячейке памяти, на основе создания внешних электрических полей и регистрации электрических полей, создаваемых самой ячейкой, соответственно.

Научная новизна диссертационной работы определяется тем, что в ней впервые были выполнены следующие теоретические исследования:

- Рассчитано распределение намагниченности в перфорированных пленках планарных магнетиков, отвечающее различным состояниям вихреподобных объектов, установлены характеризующие их топологические инварианты и вычислены значения энергии системы в зависимости от состояния, в котором она находится.
- Доказано, что неоднородные структуры предлагаемого типа могут наблюдаться в планарных ферромагнетиках при наличии в образце как сквозных перфораций (антидотов), так и дефектов той же геометрии, в области которых анизотропия материала является пониженной, а также детально изучены особенности объектов, формирующихся в образце в каждом из указанных случаев.
- Выявлены количественные соотношения между геометрическими и материальными параметрами образца, при выполнении которых

существование долгоживущих вихреподобных неоднородностей становится принципиально возможным.

- Разработаны методы вычисления размагничивающих полей, создаваемых неоднородными структурами при условии отсутствия выхода вектора намагниченности из плоскости образца, на основе чего изучены эффекты трансформации и стабилизации магнитных объектов, обусловленные влиянием этих полей.
- Рассмотрены различные аспекты взаимодействия вихреподобных объектов в легкоплоскостных магнетиках с внешним магнитным полем, вследствие чего, в частности, установлены подходы к управлению состоянием троичной ячейки памяти с помощью электрических токов.
- Выявлены условия зарождения уединенных магнитных неоднородностей в односвязных пленках планарных магнетиков под воздействием внешнего электрического поля.
- Изучены динамические свойства ДГ в планарных магнетиках в присутствии неоднородного электрического поля и установлены ключевые различия между случаем планарных магнетиков и общим случаем.
- Исследованы структура и устойчивость магнитных объектов различной топологии в легкоплоскостных ферромагнитных пленках с НМЭВ при наличии в них одной сквозной перфорации.
- Развиты методы изучения магнитных структур, формирующихся в пленках планарных ферромагнетиков с изотропным НМЭВ, благодаря чему, в частности, доказана возможность эффективного управления топологией магнитной структуры (а значит, и состоянием троичной ячейки памяти) в такой пленке с помощью внешнего электрического поля.

Теоретическая и практическая значимость работы заключается в том, что полученные в ней результаты формируют фундамент для разработки

запоминающих устройств, в которых цифровые данные представляются в троичной системе счисления. Проведенные исследования исчерпывающим образом охватывают различные аспекты записи информации в троичную ячейку памяти, энергонезависимого хранения такой информации, а также ее считывания. Вследствие наноразмеров вихреподобных объектов, используемых для кодирования данных в предлагаемых устройствах, достижимая в них плотность записи может значительно превзойти соответствующие характеристики аналогов, применяемых на сегодняшний день.

Методы исследований, применявшиеся в ходе решения поставленных задач, включали в себя аналитические и численные расчеты на основе феноменологического подхода к описанию магнитной структуры (континуальные модели), а также на основе модели Гейзенберга (дискретные модели). Стационарные состояния магнетика рассчитывались путем минимизации полной энергии магнетика (в случае континуальных моделей – посредством решения соответствующих уравнений Эйлера-Лагранжа). Изучение динамических свойств магнитных систем проводилось на основе уравнения Ландау-Лифшица-Гильберта. Для численного моделирования магнитных структур с учетом влияния размагничивающих полей использовался пакет микромагнитного моделирования OOMMF [46].

Личный вклад автора в настоящее исследование являлся определяющим и заключался в выборе темы исследования, разработке основных концепций, выборе теоретических моделей, постановке задач и способов их решения, а также непосредственно в решении этих задач аналитическими и численными методами. Численные расчеты в пакете микромагнитного моделирования OOMMF были проведены Канбековым Р.Р. под руководством диссертанта, осуществлявшего постановку соответствующих задач и анализ полученных результатов. Вследствие этого материал разделов 2.2, 2.3, 3.1, 3.2 и 4.1 был ранее представлен в

диссертационной работе Канбекова Р.Р. на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук на тему «Устойчивые состояния и свойства плоских магнитных структур, образующихся в окрестности антидотов в легкоплоскостных магнитных пленках» (защита состоялась 24 декабря 2024 года на заседании диссертационного совета 24.2.479.03; указанные материалы также опубликованы в соавторстве в статьях [A9-A13], [A17]). Все опубликованные работы написаны диссертантом лично.

Основные положения, выносимые на защиту:

- В области пары близкорасположенных перфораций пленки планарного ферромагнетика могут формироваться долгоживущие уединенные магнитные неоднородности различной топологии, причем существует три типа структур, характеризующихся наиболее низкими значениями энергии.
- Замена перфораций пленки на структурные дефекты той же геометрии, в области которых отсутствует легкоплоскостная анизотропия, практически не приводит к изменению распределения намагниченности вне области дефектов; тем самым можно говорить о двух альтернативных способах создания вихреподобных неоднородностей в пленках изучаемого типа.
- Вихреподобные объекты в перфорированных ферромагнитных пленках могут стабилизироваться как за счет кристаллической анизотропии типа «легкая плоскость», так и за счет анизотропии формы, причем условие устойчивости нетривиальных магнитных структур представляет собой ограничение на допустимый размер перфораций как снизу, так и сверху в зависимости от материальных параметров магнитной среды.
- Влияние размагничивающих полей в образце приводит к тому, что магнитные структуры различной топологии, наблюдаемые в окрестности пары близкорасположенных перфораций пленки, характеризуются различным типом выхода вектора намагниченности из

плоскости образца: в одном из трех долгоживущих состояний наблюдается структура типа «двулистника», а в двух других состояниях – структуры типа «четырёхлистника».

- Пропускание электрического тока через одно из отверстий пленки планарного магнетика может приводить к изменению топологии наблюдаемой в образце магнитной структуры; при этом механизм изменения топологии заключается в зарождении пары квазичастиц особого типа, характеризующихся противоположными топологическими зарядами, и их последующей конденсации на двух разных отверстиях.
- Флексомагнитоэлектрический эффект может проявляться различным образом в зависимости от знака действующих зарядов: в частности, минимальная абсолютная величина линейной плотности заряда проводника, под воздействием поля которого в пленке планарного магнетика с НМЭВ начинают формироваться магнитные неоднородности, может отличаться на порядок в зависимости от того, заряжен ли проводник положительно или отрицательно.
- В пленке планарного магнетика с НМЭВ движение ДГ под воздействием внешнего электрического поля возникает при условии наличия ненулевой второй производной напряженности поля по пространственным координатам (а не первой производной, как в случае материала без сильной легкоплоскостной анизотропии).
- Под воздействием поля заряженного проводника, проходящего насквозь через пленку легкоплоскостного магнетика, в образце может быть стабилизирована вихреподобная неоднородность с произвольным топологическим зарядом, величина которого определяется линейной плотностью заряда проводника.
- Влияние внешнего электрического поля на ферромагнитную пленку с изотропным НМЭВ приводит к появлению «сил» исключительно на границе образца, но не в его объеме, вследствие чего

флексомангнитоэлектрический эффект носит характер краевого эффекта, а трансформация распределения намагниченности в объеме образца под воздействием внешнего поля является следствием развития неоднородностей, зарождающихся у краев пленки (включая края перфораций).

- Для любой наперед заданной топологии магнитной структуры, реализуемой в перфорированной пленке планарного магнетика с изотропным НМЭВ, можно указать конфигурацию внешнего электрического поля, при которой основному состоянию системы отвечает магнитная структура именно с такой топологией.
- В пленках планарных магнетиков с изотропным НМЭВ вихри (как изолированные, так и локализованные на антидотах) проявляют себя как точечные заряды, величина которых определяется топологическим зарядом вихря; в частности, такой вихрь создает вокруг себя поле, эквивалентное полю размещенного в его центре точечного заряда.

Достоверность полученных в работе результатов обеспечена использованием известных, апробированных и хорошо зарекомендовавших себя подходов. В частности, большинство аналитических расчетов было выполнено на основе феноменологического подхода, в рамках которого энергия магнитной подсистемы представляется в виде суммы вкладов от отдельных взаимодействий. Вид слагаемых, отвечающих рассмотренным взаимодействиям, почерпнут из общепризнанных литературных источников и неоднократно использовался ранее другими исследователями для получения теоретических результатов, находящихся в хорошем соответствии с экспериментальными данными. Для численных расчетов применялись известные вычислительные алгоритмы и апробированные модели (феноменологический подход, модель Гейзенберга). Кроме того, многие результаты были подтверждены и дополнены расчетами в пакете микромагнитного моделирования OOMMF [46] и программной оболочки

Ubermag [47], которые широко применяются в исследованиях, относящихся к микромагнитным тематикам.

Апробация результатов. Основные результаты исследования докладывались на следующих конференциях и научных школах: VIII Euro-Asian Symposium “Trends in Magnetism” EASTMAG (Казань, 2022), XIII и XIV Международная школа-конференция «Фундаментальная математика и ее приложения в естествознании» (Уфа, 2022, 2023), Международная конференция «Фазовые переходы, критические и нелинейные явления в конденсированных средах» (Махачкала, 2023), IEEE International Magnetism Conference INTERMAG 2024 (Rio de Janeiro, 2024), V Международный научный семинар «Дни калорики в Башкортостане: функциональные материалы и их приложения» (Новоабзаково, 2024).

Диссертационная работа выполнена в рамках Государственного задания на выполнение научных исследований лабораториями (приказ MN-8/1356 от 20.09.2021), а также Государственного задания №075-03-2024-123/1 от 15.02.2024, тема № 324-21.

Публикации. Основные результаты исследования отражены в 23 статьях в реферируемых научных журналах, список которых [A1-A23] представлен в конце работы.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, семи глав, заключения и списка литературы. Общий объем составляет 312 страниц текста, включающего 83 рисунка, 3 таблицы и 284 библиографические ссылки.

1 Топологически защищенные объекты в магнитоэлектрических материалах

1.1 Вихреподобные неоднородности и условия их зарождения

1.1.1 Классификация топологически защищенных магнитных структур

Достижения науки и техники в направлении миниатюризации электронных устройств до нанометрового масштаба привели к тому, что в последние десятилетия физика наноструктур, интерфейсов и поверхностей является одной из центральных областей исследования [48, 49]. Эта область характеризуется новыми экспериментальными и теоретическими задачами, которые связаны в первую очередь с тем, что объекты исследования могут иметь размеры даже меньшие, чем характерные длины (длина свободного пробега носителей, длина спиновой диффузии, обменная длина и т.д.), присущие изучаемым системам. Благодаря данному обстоятельству подобные системы обладают рядом полезных свойств, некоторые из которых связаны с переходом от классического поведения систем к квантовому. В частности, речь идет о возможности формирования квазичастиц нового типа, обладающих исключительными топологическими свойствами, которые основаны как на особенностях симметрии систем, так и на их размерности. Яркими примерами таких квазичастиц являются релятивистски ведущие себя носители заряда, возникающие при эффективной дираковской дисперсии в сложной электронной зонной структуре, а также магнитные квазичастицы, которые образуются вследствие хиральных магнитных взаимодействий, имеющих спин-орбитальную природу.

Важнейшей особенностью, обуславливающей ценность топологически защищенных квазичастиц для практического применения, является их высокая стабильность. В качестве примера здесь можно привести самолокализованные волновые пакеты, также называемые солитонами, устойчивость которых является выдающейся. Такие солитоны наблюдаются в нелинейных средах, характеризующихся нетривиальными дисперсионными соотношениями [50–

53]. В магнетизме квазичастицы, близкие к солитонам по своей сути, также были исследованы и экспериментально обнаружены. К ним относятся, в частности, ДГ [54–58], магнитные вихри [59–66], цилиндрические магнитные домены [67–71] и скирмионы [72–76]. Последние породили отдельную область исследований, известную как скирмионика. Несмотря на то, что данную область на сегодняшний день можно считать уже хорошо развитой [77–83], интерес к ней по-прежнему остается на довольно высоком уровне из-за большого разнообразия факторов, обуславливающих зарождение и стабилизацию вихреподобных неоднородностей. Среди таких факторов можно указать интерфейсное взаимодействие Дзялошинского-Мория [84, 85], объемное взаимодействие Дзялошинского-Мория, фрустрации т.д.

Хотя возможность существования скирмионов была предсказана довольно давно [72, 86], экспериментально эти хиральные спиновые структуры были обнаружены менее двадцати лет назад. С тех пор было открыто множество новых топологических магнитных текстур, которые сегодня включаются в так называемый зоопарк скирмионов (Рисунок 1.1.1).

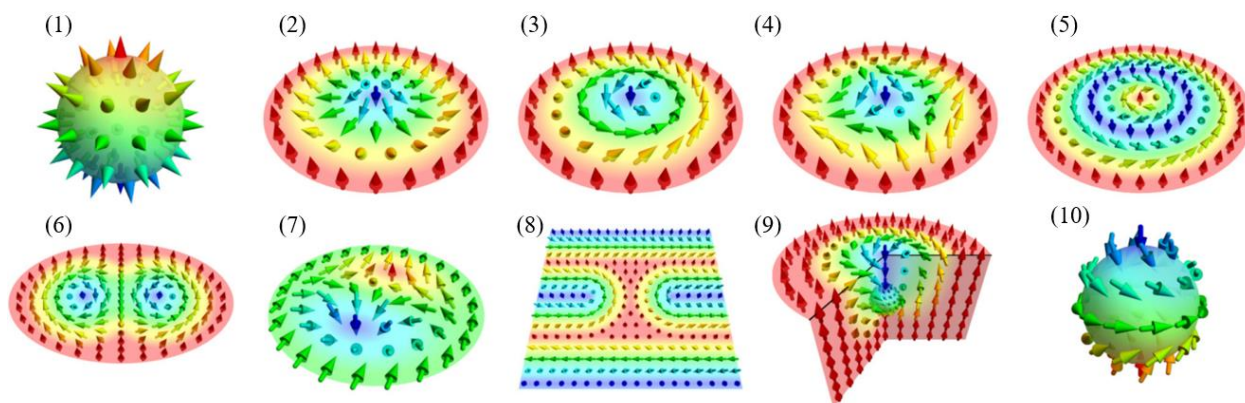


Рисунок 1.1.1 – Зоопарк топологических спиновых текстур: (1) еж, (2) скирмион неелевского типа, (3) скирмион блоховского типа, (4) антискирмион, (5) скирмиониум, (6) бискирмион, (7) скирмион в плоскости, (8) скирмион на фоне геликоидальной структуры, (9) хиральный боббер, (10) «причесанный» антиеж, сформировавшийся вокруг блоховской точки [13]

Фактически термин «скирмион» является многозначным в том смысле, что в литературе он, вообще говоря, может встречаться в различных контекстах. Сам термин был введен в связи с работой Скирма по ядерной физике [86], где исследовались топологически нетривиальные локализованные полевые решения нелинейной сигма-модели для описания элементарных частиц. В то же время в физике конденсированного состояния скирмион можно определить как произвольную спиновую структуру, намагниченность в центре которой направлена противоположно намагниченности на ее границе, если при этом структура допускает однократное отображение на сферу. В этом смысле радиально симметричный скирмион характеризуется двумя величинами: его радиальным профилем и углом закручивания.

Классификация спиновых структур может быть основана на их топологии, которая зачастую напрямую влияет на физические свойства магнитных текстур и количественные величины, такие как, например, сопротивления Холла. Двумерные текстуры, описываемые распределением единичного вектора намагниченности $\mathbf{m}$ на плоскости (x, y) , могут быть классифицированы с помощью числа оборотов ω , которое вводится посредством следующего соотношения:

$$\omega = \frac{1}{4\pi} \int \mathbf{m} \left[\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y} \right] dx dy,$$

где интегрирование ведется по всей плоскости образца.

С чисто математической точки зрения топология определяет две структуры как эквивалентные, если существует непрерывное отображение из одной в другую. Тем не менее, реальные физические системы обычно дискретны; в частности, дискретной всегда является кристаллическая решетка, особенности строения и симметрии которой обуславливают наличие того или иного магнитного порядка. Тем самым предполагается, что преобразования, не сохраняющие топологию магнитной структуры, все же разрешены, однако связаны с преодолением определенного энергетического порога. В целом

концепция топологически защищенных спиновых текстур основана на идее конкуренции различных видов взаимодействий и их относительной силы. Для магнитных текстур такого типа можно указать, как правило, одно взаимодействие (обменное взаимодействие, кристаллическая анизотропия), благоприятствующее ферромагнитному упорядочению соседних спинов на определенном энергетическом масштабе, и другое взаимодействие, которые обуславливает скручивание спиновой текстуры (взаимодействие Дзялошинского-Мория, диполь-дипольное взаимодействие). При этом взаимодействия, относящиеся ко второй группе, как правило, гораздо слабее взаимодействий, относящихся к первой группе.

Для корректного описания скирмионов по результатам их экспериментального наблюдения оказывается важно, имеет ли система фиксированную хиральность, или обе хиральности являются допустимыми. В первом случае, когда хиральные взаимодействия в системе настолько сильны, что обнаруживается только одна хиральность, формирующиеся скирмионы называют хиральными. Напротив, если хиральные взаимодействия слабы или полностью отсутствуют, что приводит к появлению устойчивых скирмионов с неодинаковой хиральностью, то такие скирмионы называют пузырьковыми. В отличие от пузырькового скирмиона, топология схожего с ним по своей сути цилиндрического магнитного домена не является фиксированной (в частности, он может быть топологически тривиальным, а также характеризоваться большими значениями параметра ω).

Следует отметить, что скирмионы наблюдались не только на фоне ферромагнитного упорядочения, при котором вектор намагниченности направлен перпендикулярно плоскости образца (такое упорядочение может достигаться как за счет воздействия внешним полем [74, 87, 88], так и за счет сильной перпендикулярной магнитной анизотропии [87–92]), но также и при других ориентациях вектора намагниченности в однородном состоянии [93], включая предельный случай скирмионов в плоскости [94, 95]. Более того,

скирмионы наблюдались не только как отдельные объекты, но также в виде кластеров, формирующихся на гелимагнитном фоне [96–98], и в виде тканей скирмионов [97, 99–101]. Скирмионы встречаются в образцах самого разнообразного строения, включая объемные кристаллы [62, 102–105], тонкие пленки, гибридные структуры [58, 89, 90, 106–108] и фрустрированные магнетики [109–113]. В ряде материалов скирмионы наблюдались даже при температурах выше комнатной в отсутствие внешнего поля [75, 88, 107, 114–117]. Еще одним способом стабилизации вихреподобных магнитных структур является искусственное создание многослойных магнитных пленок [115, 118–120].

Конкретный тип скирмиона, который реализуется в системе, определяется ее симметрией [121, 122]. Наиболее широко распространены вихреподобные структуры блоховского или неелевского типа (см. Рисунок 1.1.1). Первый тип преимущественно встречается в объемных кристаллах, в которых инверсионная симметрия нарушает объемное взаимодействие Дзялошинского-Мория, а второй тип характерен для взаимодействия Дзялошинского-Мория, возникающего на интерфейсах многослойных пленок. Другие формы того же взаимодействия, которые встречаются в системах с пониженной симметрией, также могут приводить к формированию магнитных объектов нетривиальной структуры [123–125]. Взаимодействие Дзялошинского-Мория проявляется не только в стабилизации скрученных магнитных текстур в неограниченных образцах, но также и в изменении свойств ограниченных систем, поскольку данное взаимодействие вносит вклад в граничные условия к дифференциальным уравнениям, описывающим распределение намагниченности [124, 126–128]. Диполь-дипольное взаимодействие также способствует формированию скрученных магнитных текстур [129] и практически не сказывается на распределении намагниченности только в предельном случае образцов исчезающе малой толщины. Как следствие, основное состояние системы определяется тем, в какой степени каждое из скручивающих взаимодействий вносит свой вклад.

Различие между вкладами двух указанных выше взаимодействий проявляется в том, что диполь-дипольное взаимодействие может стабилизировать скирмионы с обеими хиральностями, в то время как взаимодействие Дзялошинского-Мория обуславливает формирование структур одной конкретной хиральности. Таким образом, различные типы скирмионов можно получить, управляя, например, характеризующей материал намагниченностью насыщения, которая влияет на интенсивность размагничивающих полей [130].

В целом можно сказать, что развитие теоретических представлений о топологически защищенных объектах и появление новых методов их экспериментального наблюдения вывели область скирмионики на уровень, на котором становится возможным проектирование скирмионов с почти произвольными наперед заданными свойствами [131]. Именно благодаря этому обстоятельству применение скирмионов на практике представляется столь привлекательным.

1.1.2 Рождение и уничтожение вихреподобных магнитных неоднородностей

Как уже упоминалось выше, концепция топологической защищенности от флуктуаций сколь угодно большой величины может иметь место только для непрерывных магнитных текстур. В случае же систем, дискретных на наномасштабах, она должна пониматься как топологическая устойчивость, связанная с появлением конечного энергетического барьера. При этом сама устойчивость перестает носить универсальный характер, поскольку величина упомянутого энергетического барьера зависит от пути преобразования, выбранного для перевода системы между двумя состояниями с различной топологией. Это значительно усложняет количественные оценки времени жизни вихреподобных неоднородностей.

Вопросы устойчивости скирмионов по отношению к тепловым флуктуациям и внешним полям, а также связанного с ними вопроса оценки времени жизни τ скирмионов играют важную роль для их применения на

практике. Согласно ряду исследований [132-140], величина τ как функция температуры T может быть описана законом Аррениуса:

$$\tau \sim \tau_0 \exp \frac{\Delta E}{k_B T},$$

где ΔE – величина энергетического барьера, а k_B – постоянная Больцмана. Этот закон, по сути, позволяет рассчитать частоту актов рождения и уничтожения скирмионов при заданных значениях T и ΔE . Тем не менее, указываемые в литературе значения множителя τ_0 сильно разнятся даже для одних и тех же систем, если их наблюдение осуществлялось различными методами. Также остается открытым вопрос температурной зависимости $\tau_0(T)$. Подобные затруднения связаны с тем, что акты рождения и уничтожения скирмионов являются редкими во временных масштабах отдельных колебаний магнитного момента, из-за чего стохастическое моделирование изучаемых систем оказывается крайне непростой задачей.

Что касается расчета величины энергетического барьера ΔE , то здесь необходимо учитывать, что рождение и уничтожение скирмионов может, вообще говоря, протекать по двум различным сценариям. С одной стороны, квантование топологического заряда, связанного с числом скирмионов, подразумевает, что изменение этого числа должно сопровождаться появлением сингулярности в распределении намагниченности (так называемая точка Блоха, см. Рисунок 1.1.1). Поскольку такая сингулярность во взаимном расположении спинов, очевидно, обуславливает возникновение высокого энергетического барьера, этот сценарий рождения или уничтожения вихреподобных объектов зачастую используется для обоснования самого термина «топологическая защита» [77, 97]. С другой стороны, если принять во внимание наличие границ у реальных систем, то плоскость магнитного образца уже не сможет отображаться на сферу, и, следовательно, квантование топологического заряда больше не будет иметь места. Как следствие, число скирмионов может непрерывно меняться безо всякой необходимости в появлении точек сингулярности. Таким образом, обсуждение вопроса

устойчивости скирмионов в бесконечных и ограниченных пленках должны рассматриваться отдельно, так как в первом сценарии скирмионы будут распадаться с образованием особых промежуточных структур (точек или линий Блоха), а во втором – посредством проявления соответствующих краевых эффектов.

В случае неограниченного образца, находящегося при нулевой температуре, простейшая оценка на основе грубой модели, учитывающей обменное взаимодействие, магнитную анизотропию и взаимодействие Дзялошинского-Мория, показывает, что скирмионы становятся устойчивыми при условии

$$D > D_c = 4\sqrt{AK}/\pi, \quad (1.1.1)$$

где A – обменный параметр, K – константа анизотропии, а D характеризует интенсивность взаимодействия Дзялошинского-Мория. Следует отметить, что при выполнении данного условия энергия ДГ также становится отрицательной. Более точные модели были рассмотрены в работах [141, 142]. Кроме того, в случае многослойных пленок проведение аналогичных оценок требует учета магнитостатического связывания между слоями [88, 120, 143].

В неограниченных пленках скирмионы могут создаваться или уничтожаться только через сингулярные распределения намагниченности, содержащие точки Блоха. После зарождения скирмиона энергия, требуемая для его уничтожения, пропорциональна числу спинов, которые необходимо развернуть для возвращения к однородному распределению, так что величина соответствующего энергетического барьера пропорциональна размеру скирмиона, который, в свою очередь, может зависеть от величины приложенного магнитного поля [144]. По этой причине еще одним сценарием уничтожения скирмиона можно считать постепенное уменьшение его размера до нуля.

В образцах конечных размеров рождение и уничтожение скирмионов может начинаться на границах таких образцов. Это приводит к принципиально иным величинам энергетических барьеров ΔE и, следовательно, к совершенно иным параметрам устойчивости. Например, в трехмерном случае решетки скирмионов могут раскручиваться возникающими на границе образца магнитными монополями, которые затем соединяют трубки скирмионов воедино [97]. В двухмерном случае вихреподобные магнитные структуры могут претерпевать распад на границе образца, как показано на Рисунке 1.1.2, где скирмионы генерируются и поглощаются управляющим проводом. В целом в образцах конечной геометрии размагничивающие поля, которые зависят как от формы образца, так и от ориентации спинов на его границе, заметно влияют на основное состояние системы, так что обусловленная формированием скирмионов магнитная текстура определяется в том числе и формой образца [145, 146]. Также было показано, что в системах с взаимодействием Дзялошинского-Мория могут возникать краевые эффекты [124, 126–128], способствующие зарождению и стабилизации вихреподобных магнитных структур. Также на устойчивости скирмионов благоприятно сказывается фрустрация [147].

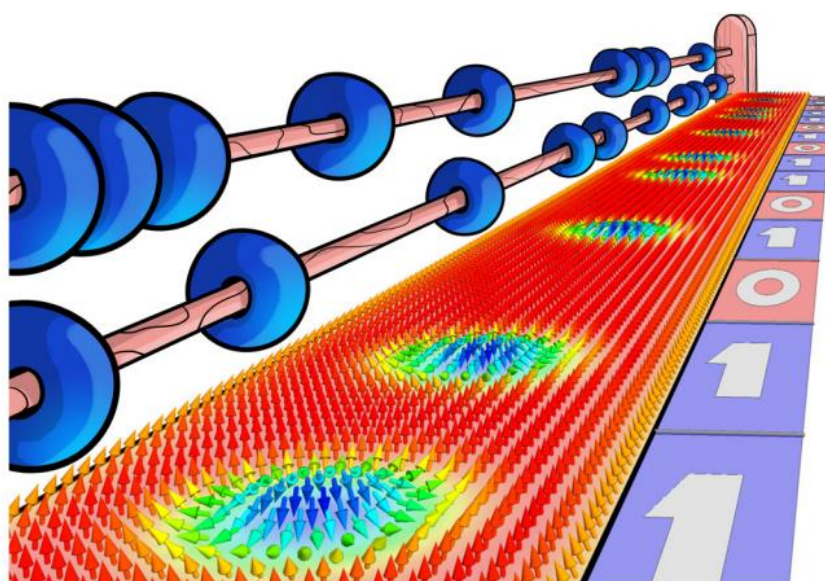


Рисунок 1.1.2 – Скирмионы в образце конечных размеров [13]

Выражение (1.1.1) для критического значения D_c величины D можно уточнить для случая образца конечных размеров. Например, для нанодиска, находящегося во внешнем магнитном поле H , нормальном к поверхности нанодиска, имеем [126, 148]:

$$D_c = 4 \sqrt{A[K + HM_s - N \mu_0 M_s^2 / 2]} / \pi, \quad (1.1.2)$$

где M_s – намагниченность насыщения, N – размагничивающий фактор в направлении нормали к поверхности образца. Приблизительно можно считать, что величина D_c , определяемая соотношением (1.1.2), разделяет два различных режима существования вихреподобного объекта: при $D < D_c$ диаметр ядра скирмиона почти не зависит от размера нанодиска; при $D > D_c$ же скирмионы, напротив, чувствуют ограничения, обусловленные краями нанодиска, и основное состояние магнитной подсистемы начинает зависеть от геометрии образца [149–151]. Кроме того, начиная с определенного момента, увеличение размеров нанодиска может приводить к формированию уже не одного, а сразу нескольких скирмионов.

1.1.3 Экспериментальное наблюдение топологически защищенных структур

Факт существования скирмиона может быть косвенно зарегистрирован посредством экспериментов по рассеянию; при этом использоваться может как нейтронное рассеяние, так и резонансное рентгеновское рассеяние [16]. В то же время прямое наблюдение скирмионов позволяет не только определить их размеры, но также служит мощным инструментом для изучения процессов их создания и других динамических свойств [152].

Благодаря высокому разрешению для непосредственного наблюдения спиновых текстур, связанных с наличием вихреподобных неоднородностей, широко используется просвечивающая электронная микроскопия [153-168]. Тем не менее, данный метод ограничен тонкими образцами, прозрачными для электронных пучков. Просвечивающая электронная микроскопия может

использоваться для идентификации направления вектора намагниченности в проекции на плоскость образца за счет анализа расфокусированных изображений, поскольку из-за силы Лоренца, вызываемой локальными спинами в скирмионах, электроны в падающем электронном пучке расходятся или сходятся, образуя темные или яркие контрасты на изображении соответственно (см. Рисунок 1.1.3). Спин-поляризованная сканирующая туннельная микроскопия [169-171] обладает более высоким пространственным разрешением и является мощным инструментом для исследования вихреподобных структур, обладающих крайне малыми масштабами. При этом данный подход позволяет исследовать распределение намагниченности как в проекции на плоскость образца, так и в нормальном к ней направлении. В тонких многослойных пленках, а также на поверхностях пленок скирмионы наблюдаются с помощью магнитно-силовой микроскопии [172-174], которая позволяет исследовать спиновые текстуры путем количественной оценки магнитостатических сил, возникающих между образцом и наконечником прибора. Кроме того, анализ информации, полученной с помощью магнитно-силовой микроскопии, позволяет отличить скирмионы Блоховского типа от скирмионов Неелевского типа [118], что становится возможно за счет привлечения физических моделей соответствующих структур. Статические и динамические свойства относительно крупных скирмионов могут исследоваться с помощью более доступной магнитооптической микроскопии на основе эффекта Керра [175-178], которая характеризуется сравнительно невысоким разрешением из-за ограничений, обусловленных дифракцией. Рентгеновская микроскопия [179, 180] также может применяться для изучения вихреподобных магнитных структур, однако ее эффективность сильно зависит от химического состава образцов. Из-за рентгеновского магнитного дихроизма магнитные материалы проявляют сильные контрасты поглощения рентгеновских лучей для различных поляризаций вблизи резонанса. Таким образом, локальная намагниченность, пропорциональная контрасту, может быть определена путем

регистрации поглощения рентгеновских лучей и испускаемых фотоэлектронов. Микроскопия на основе фотоэлектронной эмиссии с высоким разрешением (около 20 нм) была успешно использована для наблюдения скирмионов, формирующихся на интерфейсах пленок Pt/Co/MgO. При этом распределения намагниченности в проекции на плоскость образца и в направлении нормали к ней удастся изучить независимо, варьируя угол падения рентгеновского луча на пленку [87].

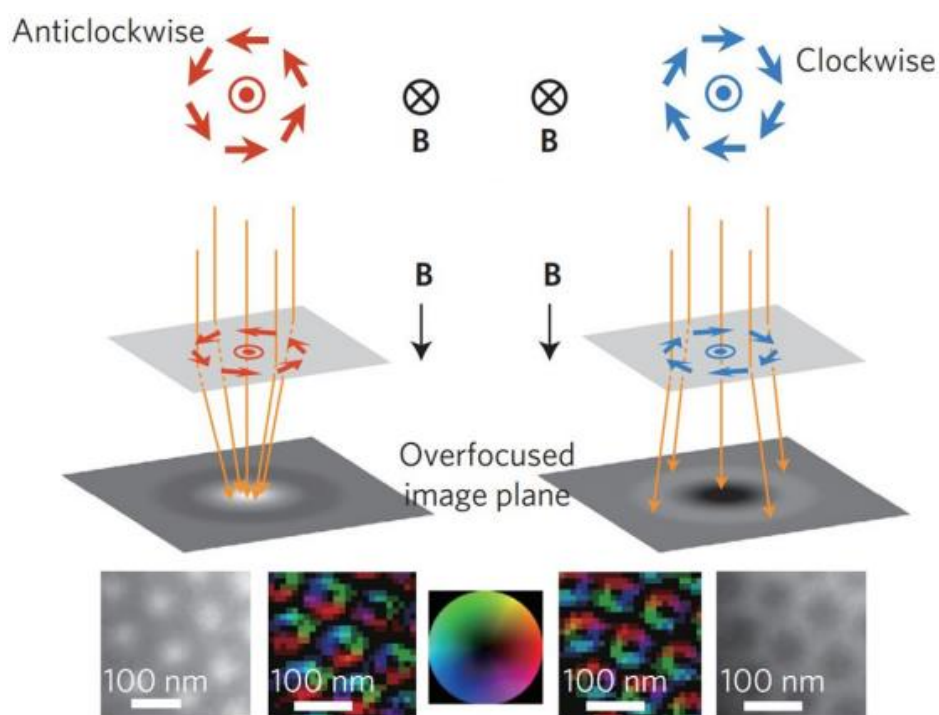


Рисунок 1.1.3 – Визуализация вихреподобных структур посредством просвечивающей электронной микроскопии [152]

Сравнительный анализ перечисленных выше подходов к прямому наблюдению скирмионов был представлен в работе [181]. В частности, было показано, что для регистрации антиферромагнитных скирмионов, которая представляет особую сложность, наиболее эффективной оказывается рентгеновская микроскопия, позволяющая визуализировать связанные ферромагнитные скирмионы, относящиеся к отдельным подрешеткам. В частности, микроскопия на основе фотоэлектронной эмиссии успешно использовалась для изучения аналогов скирмионов в полностью ферромагнитных системах [182], а с помощью сканирующей рентгеновской

микроскопии удалось пронаблюдать поведение ферромагнитных скирмионов, обусловленное воздействием тока, в отдельных подрешетках ферримагнетика [183, 184].

Еще одним подходом, применяемым для наблюдения вихреподобных структур в магнетиках, является сканирующая магнитометрия на основе азотных вакансий [185-188]. Этот метод обеспечивает неинвазивную регистрацию размагничивающих полей, создаваемых скирмионами, путем измерения индуцированного эффекта расщепления Зеемана в отдельном центре, соответствующем азотной вакансии. Он был успешно применен для исследования тонких пленок Ta/CoFeB/MgO, гетероструктур Pt/Co₂FeAl/MgO и Pt/Co/Ta, а также ферримагнитных трехслойных образцов состава Y₃Fe₅O₁₂/Tm₃Fe₅O₁₂/Pt. Помимо статических размагничивающих полей, определенную информацию позволяют получить также магнитные шумы, за счет измерения которых удастся визуализировать неколлинеарные антиферромагнитные текстуры. В работе [188] на основе такого подхода были успешно получены изображения антиферромагнитных скирмионов, а также изучены магнитные домены в магнетиках пониженной размерности.

1.1.4 Техническое применение вихреподобных объектов

Благодаря изложенным выше свойствам скирмионов спектр их возможного применения на практике оказывается довольно широким. Помимо очевидных перспектив создания скирмионной памяти, а также логических устройств на основе топологически защищенных нанообъектов, различными исследователями предлагаются также скирмионные транзисторы [189, 190], скирмионные диоды [191], скирмионные наногенераторы спинового момента [192–200], скирмионные нейроны [201–207] и синапсы [203, 208–213] для нейроморфных вычислительных устройств, скирмионные резервуарные вычислительные устройства [100, 101, 214–217] и скирмионные стохастические вычислительные устройства [178, 214, 218–223]. В работах [189, 190] изучались скирмионные транзисторы, в которых вероятность

прохождения скирмиона через устройство такого типа определяется приложенным электрическим напряжением, влияющим на магнитную анизотропию кристалла. В [200] была подтверждена возможность существования скирмионных наногенераторов спинового момента, в которых скирмион осуществляет круговое движение внутри наностолбика под воздействием тока с вихреподобной поляризацией. В качестве основных технических характеристик подобных устройств рассматриваются их рабочая частота, ширина спектральной линии, выходная мощность и потребление энергии. Данные характеристики в свою очередь определяются соотношением между амплитудой тока и электрическим потенциалом на границе устройства, а также конфигурацией используемых электродов. Движение скирмиона в наностолбике хорошо описывается уравнением Тиля [224], в которое неявно входят и ток, и потенциал. По сравнению с существующими аналогами [62, 225–231], наногенераторы спинового момента на основе скирмионов характеризуются гораздо более низкой плотностью тока, необходимой для возбуждения движения скирмионов, широкой рабочей частотой и масштабируемостью.

Хорошо известно, что нейронные сети демонстрируют чрезвычайную эффективность при решении сложных задач, таких как задачи классификации, распознавания образов, обработки языка и прогнозирования заболеваний. Под влиянием этого обстоятельства в последние годы были разработаны аппаратные реализации глубоких нейронных сетей, привлекающие огромное внимание исследователей. Для реализации нейроморфных систем необходимо разработать искусственные нейроны и синапсы, которые являются двумя основными компонентами искусственной нейронной сети: многочисленные нейроны связываются между собой синапсами, которые передают сигналы между нейронами. Хотя полупроводниковые технологии также применялись для физической реализации искусственных нейронных сетей, получаемые таким образом сети имеют значительные размеры, а также оказываются энергетически неэффективными из-за большого числа транзисторов,

необходимых для моделирования импульсов нейронов и синапсов [232]. В этой связи магнитные скирмионы рассматриваются в качестве привлекательной альтернативы для аппаратной реализации искусственных нейронных сетей из-за своих малых размеров, высокой стабильности и повышенной устойчивости к дефектам материалов по сравнению с другими магнитными структурами.

Искусственные нейроны являются одним из базовых компонентов искусственных нейронных сетей и используются для выполнения функции нелинейной активации нейронов. Одна из наиболее широко распространенных моделей, описывающих такие нейроны, представлена в работах [233–236]. Эта модель описывает, как ионный ток проходит через клеточную мембрану, заставляя потенциал мембраны V увеличиваться и достигать определенного порога под воздействием серии входных импульсов тока. За этим следует испускание импульса нейроном, что приводит к генерации выходного тока и последующему сбросу, в ходе которого потенциал мембраны V возвращается к своему исходному значению. Описанный процесс может быть описан следующим уравнением:

$$\tau \frac{dV}{dt} = -(V - V_0) + \sum_j w_j \delta(t - t_j). \quad (1.1.3)$$

Здесь τ и V_0 – некоторые постоянные величины, а последнее слагаемое в правой части уравнения (1.1.3) описывает взвешенную сумму входных импульсов.

В искусственных нейронах на основе скирмионов в качестве входных импульсов могут использоваться токи или напряжения, а роль потенциала мембраны могут играть положение, размер или какие-то другие характеристики скирмиона. В большинстве случаев физические реализации нейронов такого типа основаны на особенностях взаимодействия скирмионов с прилагаемыми токами, а также геометрическими границами образцов. Так, например, в работе [237] для создания искусственного нейрона использовалось управляемое током движение скирмиона по магнитному нанотреку. При этом

величине V в уравнении (1.1.3) отвечает положение скирмиона на данном нанотреке. Импульсы тока заставляют скирмион перемещаться от начала координат $V = V_0$ до целевого положения, где он испускает выходной импульс. Далее благодаря неоднородному пространственному распределению магнитной анизотропии в образце, обуславливающему наличие движущей силы, скирмион возвращается в начало координат, что эквивалентно сбросу нейрона. Аналогичная концепция была представлена в работе [233], однако в качестве фактора, обуславливающего появление возвращающей силы, рассматривалась переменная ширина нанотрека.

Другими подходами к реализации искусственного нейрона являются использование отталкивания между скирмионами [202], искажения скирмиона под воздействием внешних стимулов [201, 206] и т.д. [207] В работе [202] было предложено устройство, включающее в себя нанотрек с созданным на нем барьером магнитной анизотропии; при этом требуемая функциональность достигалась за счет отталкивания между скирмионами. Роль величины V в уравнении (1.1.3) в данном случае играет число скирмионов, локализованных в области барьера. Как только это число достигает порогового значения, скирмион преодолевает барьер благодаря межскирмионному отталкиванию и испускает выходной импульс. В [201, 206] величина V представляла собой размер скирмиона, управляемый внешним напряжением.

Импульсы, испускаемые пренейронами, распространяются через синапсы к постнейронам и модулируются синапсами в процессе распространения. В биологических системах существует два различных типа синапсов: электрические и химические [238]. Электрические синапсы передают электрические заряды от пренейронов к постнейронам через ионы, которые перемещаются через щелевые контакты между клетками, в то время как химические синапсы преобразуют сигналы посредством высвобождения химических веществ, называемых нейротрансмиттерами. Синаптическая пластичность необходима для модуляции синаптических весов и,

следовательно, для процессов запоминания и забывания. Она включает в себя краткосрочную пластичность, которая описывает временное увеличение веса, за которым следует быстрый спад, а также долгосрочную потенцию, характеризующуюся постоянным изменением, вызванным повторной стимуляцией. Искусственные синапсы должны приспособляться к синаптической пластичности вместе с временной динамикой, чтобы точно имитировать биологические синапсы. Различными исследователями было предложено несколько реализаций скирмионных синапсов, при этом синаптическая пластичность зависела либо от количества скирмионов в определенной области [203, 208–213], либо от размера скирмиона [239, 240]. В работе [211] скирмионный синапс был основан на движении скирмиона по треку с закругленным прямоугольным барьером между пресинаптической и постсинаптической областями. В этой модели скирмионы перемещаются из пресинапса в постсинаптическую область под воздействием импульсов тока, которые представляют собой стимулы от пренейронов. Если входные стимулы недостаточны, скирмионы могут приблизиться к барьеру и отступить под действием силы отталкивания от барьера, что приводит к краткосрочной пластичности; с другой стороны, скирмионы также могут пройти через барьер, что приводит к долгосрочной пластичности, если стимулы достаточны по длительности и частоте. Разрешение синаптических весов определяется максимальным числом скирмионов в постсинаптической области. В то же время применение отрицательных стимулов может привести к депрессии скирмионного синапса. Это приводит к вынужденному поиску компромисса между разрешением синаптических весов, скоростью обработки и потреблением энергии устройством. Перечисленные параметры регулируются геометрией трека и конструкцией барьера.

Воздействие током не является единственным подходом к накоплению и рассеиванию скирмионов в требуемой области устройства. Настройка их количества в постсинаптических областях также успешно осуществляется посредством поверхностных акустических волн [209] и сверхбыстрых лазеров

[212]. В [239, 240] были предложены скирмионные синапсы с переменным размером скирмиона, которым можно манипулировать с помощью механических напряжений, вызываемых, в свою очередь, электрическими напряжениями. Остаточное напряжение позволяет стабилизировать размер скирмиона и достичь синаптической пластичности.

Возможность эффективного управления скирмионами наряду с их малым размером и высокой стабильностью позволяет рассматривать топологически защищенные магнитные объекты в качестве основы для физической реализации нейронов и синапсов в системах нейроморфных вычислений. Следует отметить, впрочем, что хотя многочисленные исследования подтвердили реализуемость скирмионных нейронов и синапсов в отдельности, интеграция между этими двумя компонентами, которая необходима для создания полностью скирмионных нейроморфных вычислительных устройств, до сих пор остается не до конца решенной задачей.

1.2 Неоднородное магнитоэлектрическое взаимодействие и флексомагнитоэлектрический эффект

1.2.1 Магнитоэлектрические эффекты и материалы

Материалы, в которых проявляется связь магнитных и электрических свойств [34, 241-252], привлекают значительный интерес исследователей из-за перспектив использования таких материалов на практике. Первые работы в данной области были представлены в [253, 254]. Однако долгое время магнитоэлектрики и мультиферроики оставались нишевой темой из-за незначительной величины эффектов и необходимости использования экстремально низких температур, что исключало какое-либо практическое применение. Ситуация кардинально изменилась с открытием новых материалов, демонстрирующих магнитоэлектрические свойства в условиях комнатной температуры и умеренных магнитных полей, что и вызвало резкий рост интереса к этой сфере в последние годы.

Физика магнитоэлектрических эффектов, равно как и физика электромагнетизма, изучает связь между электричеством и магнетизмом. Однако по своей сути эти области знаний кардинально различаются. Классические электромагнитные эффекты, описываемые электродинамикой, требуют движения зарядов или изменения полей во времени. В отличие от них, магнитоэлектрические эффекты могут быть статическими: постоянное электрическое поле может намагничивать материал, а постоянное магнитное поле — создавать в нём поляризацию. Это ключевое отличие открывает огромные перспективы для практики. Поскольку процессы статичны и не опираются на движение зарядов (токи), они позволяют избежать ненужных тепловых потерь энергии. Фактически, это означает возможность создания магнитов, управляемых не электрическим током, а простым приложением постоянного напряжения. Как и постоянный магнит, такое устройство в статическом состоянии не потребляло бы энергию для поддержания намагниченности.

Идея о материалах, способных намагничиваться под действием электрического поля и поляризоваться под действием магнитного, была впервые выдвинута в работе [255]. Позже аналогичные концепции появились в [256, 257]. Кроме того, в работе [258] предлагалось создать композитный материал — взвесь, где намагниченные частицы были бы соединены с частицами электрета. Несмотря на эти теоретические разработки, ни одна из предложенных идей так и не была реализована на практике; создать работоспособный магнитоэлектрический материал (ни композитный, ни однофазный) в то время не удалось.

В работе [259] было дано строгое определение магнитоэлектрических материалов. Согласно ему, к этому классу относятся среды, кристаллическая симметрия которых допускает наличие линейного магнитоэлектрического эффекта. Суть эффекта заключается в линейной связи между электрическими и магнитными величинами: электрическая поляризация P пропорциональна по

величине приложенному магнитному полю H , а намагниченность M – приложенному электрическому полю E :

$$M_i = \frac{1}{4\pi} \sum_j \alpha_{ij} E_j, \quad P_i = \frac{1}{4\pi} \sum_j \alpha_{ji} H_j. \quad (1.2.1)$$

Здесь α_{ij} – тензор магнитоэлектрического эффекта. Из соотношений (1.2.1) видно, что они связывают векторы, которые по-разному ведут себя при обращении времени и координат: полярные векторы P и E меняют знак при инверсии пространства, но инвариантны относительно инверсии времени; напротив, аксиальные векторы M и H меняют знак при инверсии времени, но инвариантны относительно инверсии пространства. Следовательно, для существования линейного магнитоэлектрического эффекта материал должен отдельно нарушать симметрию относительно инверсии времени и пространства, но при этом сохранять комбинированную четность (одновременное применение обеих операций). Данное соображение позволило существенно сузить круг поиска материалов с требуемыми свойствами. В [260] было теоретически предсказано, что магнитоэлектрический эффект должен наблюдаться в Cr_2O_3 , после чего в [261] в этом соединении была экспериментально подтверждена намагниченность, наведенная электрическим полем, а в [262] – электрическая поляризация, наведенная магнитным полем. В обоих случаях эффект являлся продольным; возможность существования поперечного эффекта была доказана в работах [263, 264].

Наибольшая величина магнитоэлектрического эффекта наблюдается в Cr_2O_3 при температуре 260 К. При этом $\alpha \sim 20$ мВ / (см · Э). На два порядка большие величины α были обнаружены в соединениях TbPO_4 и $\text{Ho}_2\text{BaNiO}_5$ [265, 266]. Столь ярко выраженный магнитоэлектрический эффект принято называть гигантским. Тем не менее, в указанных выше соединениях излагаемый эффект имеет место лишь при температурах, близких к абсолютному нулю.

Значительный магнитоэлектрический эффект при комнатной температуре наблюдается в композитных материалах, состоящих из чередующихся слоев магнитострикционного и пьезоэлектрического веществ [267-270]. В таких структурах взаимодействие между магнитной и электрической подсистемами осуществляется через механическую деформацию: магнитострикционный слой деформируется в магнитном поле и передает эту деформацию пьезоэлектрическому слою, который в ответ генерирует электрическое поле, и наоборот.

1.2.2 Магнитоэлектрические явления в мультиферроиках

Термин «мультиферроик» [271] изначально был введен для обозначения материала, в котором сочетаются свойства хотя бы двух из трех типов сред, характеризующихся особым типом упорядочения с соответствующей петлей гистерезиса: сегнетоэлектриков, ферромагнетиков (антиферромагнетиков) и сегнетоэластиков (см. Рисунок 1.2.1). Тем не менее, на сегодняшний день под мультиферроиком понимается, как правило, материал, сочетающий в себе сегнетоэлектрическое и ферромагнитное (антиферромагнитное) упорядочение. Исторически для материалов такого типа применялся также термин «сегнетомагнетик».

Одновременное существование сегнетоэлектрической поляризации и магнитного упорядочения возможно лишь в материалах, лишенных симметрии инверсии пространства и времени. Из 122 точечных групп кристаллической симметрии (групп Шубникова) только 13 допускают сосуществование спонтанной намагниченности и электрической поляризации. Это строгое ограничение симметрии существенно сужает круг материалов, пригодных для создания мультиферроиков.

Еще одним фактором, затрудняющим совмещение магнетизма и сегнетоэлектричества, является разница в их электронной природе. Магнитные свойства обычно создаются ионами с частично заполненными d-орбиталями, в то время как сегнетоэлектрическая поляризация часто возникает

из-за стереохимической активности ионов с неспаренными s-электронами. Однако это ограничение не работает для материалов, где сама магнитная упорядоченность нарушает симметрию кристалла и порождает электрическую поляризацию. В таких сегнетоэлектриках поляризация является прямым следствием магнитного порядка, поэтому их температура сегнетоэлектрического перехода не превышает температуру магнитного упорядочения. Эти материалы относятся к мультиферроикам второго рода. Они принципиально отличаются от мультиферроиков первого рода, в которых сегнетоэлектричество возникает независимо и при более высокой температуре, чем магнетизм.

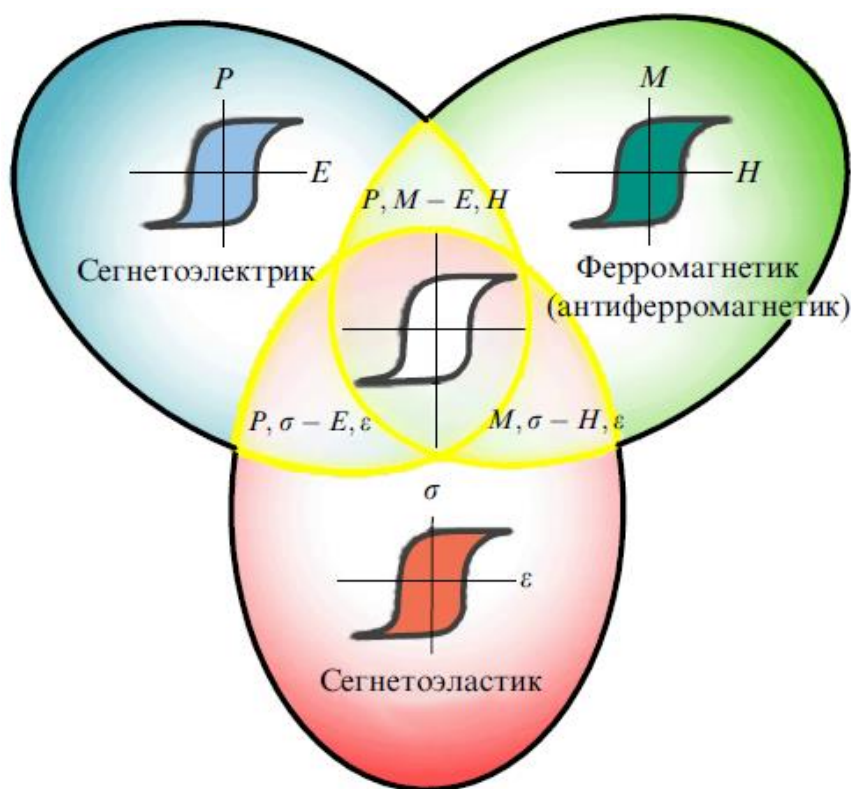


Рисунок 1.2.1 – Три класса веществ с определенным типом упорядочения, а также вещества, сочетающие в себе два или три типа упорядочения [34]

Совместное существование магнитного и сегнетоэлектрического порядков в мультиферроиках подразумевает наличие связи между ними. Это взаимодействие приводит не только к линейному магнитоэлектрическому эффекту, но и к возникновению нелинейных эффектов высших порядков,

зависящих от степеней электрического E и магнитного H полей. К ним также относятся переключение электрической поляризации магнитным полем и намагниченности – электрическим [272, 273]. Помимо всего прочего, магнитоэлектрическое взаимодействие может индуцировать магнитные фазовые переходы под действием электрического поля [273] и вызывать обратные эффекты [274].

1.2.3 Флексомагнитоэлектрический эффект

Особый класс мультиферроиков составляют материалы с пространственно-неоднородным магнитным порядком. Их отличительная черта – магнитная структура, период модуляции которой на несколько порядков превышает размер элементарной ячейки кристалла. Для описания таких систем применяется феноменологический подход, где плотность энергии включает инвариантные комбинации, учитывающие неоднородный характер взаимодействий [275], а именно:

$$\Phi = \sum_{i,j,k,l} C_{ijkl} P_i M_j \frac{\partial M_l}{\partial x_k}, \quad (1.2.2)$$

где величины C_{ijkl} представляют собой некоторые постоянные коэффициенты, связь между которыми может быть установлена на основе анализа симметрии кристалла. Неоднородное магнитоэлектрическое взаимодействие (НМЭВ) выражается в том, что электрическая поляризация вызывает образование пространственно-модулированных спиновых структур. Также возможен и обратный процесс, при котором такие неоднородные магнитные структуры сами индуцируют электрическую поляризацию. Именно этот последний механизм возникновения сегнетоэлектричества чрезвычайно широко распространен в мультиферроиках. В связи с этим мультиферроики логично разделять на два класса в зависимости от преобладающего типа взаимодействия: однородного или неоднородного [276].

Симметричные свойства неоднородных магнитоэлектрических эффектов (также называемых флексомагнитоэлектрическими) аналогичны

свойствам флексоэлектричества – возникновения поляризации под действием градиента деформации [277-280]. В центросимметричном кристалле инверсионная симметрия нарушается только при изгибе. Согласно принципу Кюри, это создает выделенное полярное направление вдоль градиента механического напряжения, что и вызывает электрическую поляризацию. Аналогичный эффект в магнитоупорядоченных средах возникает при наличии спиновой циклоиды (Рисунок 1.2.2, слева). В отличие от геликоиды (аналога деформации кручения, Рисунок 1.2.2, справа), циклоидальная структура сама по себе задает в кристалле полярное направление, необходимое для появления поляризации.

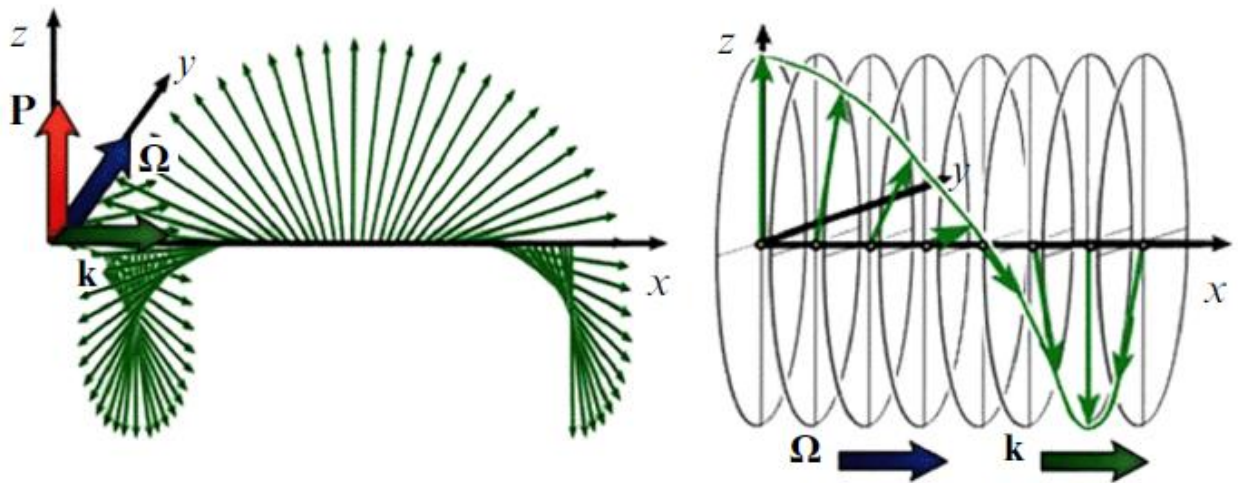


Рисунок 1.2.2 – Спиновые циклоида (слева) и геликоида (справа) [34]

В случае кубического кристалла инвариант вида (1.2.2), отвечающий энергии НМЭВ, имеет следующий вид:

$$\Phi \sim P[\mathbf{M} \operatorname{div} \mathbf{M} + \mathbf{M} \times \operatorname{rot} \mathbf{M}].$$

Для другой часто встречающейся ситуации, когда симметрия кристалла характеризуется наличием оси высшего порядка и базисной плоскости, плотность энергии (1.2.2), соответствующая флексомагнитоэлектрическому эффекту, может быть записана следующим образом:

$$\Phi \sim P_z[M_z (\nabla \cdot \mathbf{M}) - (\mathbf{M} \cdot \nabla)M_z], \quad (1.2.3)$$

где ось Oz совпадает с направлением главной оси симметрии кристалла. Приведенная ситуация характерна для кристаллов, относящихся к тетрагональной и гексагональной сингониям.

Анализ выражения (1.2.3) показывает, что спиновая геликоида (Рисунок 1.2.2, слева) не создает электрической поляризации, в то время как циклоида (Рисунок 1.2.2, справа) вызывает максимальную поляризацию. Знак этой поляризации меняется при обращении направления вращения намагниченности. Данный спиральный механизм [281] является эффективной моделью для объяснения магнитоэлектрических явлений в системах, магнитные структуры в которых являются несоизмеримыми [282].

Магнитоэлектрические эффекты, связанные с изменением спиновых циклоид (их образованием, разрушением или переориентацией), в большинстве материалов проявляются только при низких температурах и в сильных магнитных полях. Тем не менее, ряд последних исследований показывает, что относительно существенные эффекты могут наблюдаться как в малых магнитных полях [283], так и при комнатной температуре [284].

2 Структура и устойчивость вихреподобных неоднородностей в пленках планарных магнетиков с топологическими особенностями

2.1 Нетривиальные магнитные структуры в перфорированных пленках

2.1.1 Континуальная модель

Пусть материал тонкой пленки с одним отверстием представляет собой ферромагнетик с сильной одноосной анизотропией типа «легкая плоскость», благодаря чему вектор намагниченности почти не выходит из плоскости пленки. Тогда энергия магнетика может приближенно представлена в следующем виде:

$$E = \int A(\nabla\theta)^2 h dS, \quad (2.1.1)$$

где угол θ задает ориентацию вектора намагниченности на плоскости, A – обменный параметр, h – толщина пленки. Здесь предполагается, что размагничивающие поля в рассматриваемом материале значительно меньше обменного взаимодействия.

В случае пленки без топологических особенностей функционал (2.1.1) имеет единственный минимум $E = 0$, достигаемый при $\theta = \text{const}$, что соответствует однородному распределению намагниченности. Однако при наличии даже одного отверстия в пленке это утверждение становится неверным. Введем на плоскости полярную систему координат (r, φ) и примем, что магнетик заполняет область $R_{\text{in}} \leq r \leq R_{\text{ex}}$, имея тем самым форму проколотого диска. В этом случае кроме однородного состояния появятся также локальные минимумы, представляющие собой нетривиальные решения уравнения Эйлера-Лагранжа для функционала (2.1.1), а именно – уравнения Лапласа $\Delta\theta = 0$. Дело в том, что при указанной топологии образца угол θ может уже и не быть однозначной функцией радиус-вектора. Вместо этого достаточно выполнения физически эквивалентного условия $\theta(r, \varphi + 2\pi) = \theta(r, \varphi) + 2\pi k$, где k – целое число. Несложно видеть, что при заданном значении k , которое в данном случае имеет смысл топологического

заряда, решением уравнения $\Delta\theta = 0$ является $\theta(r, \varphi) = k\varphi + \text{const}$. Заметим, что решения, отвечающие разным значениям k , топологически неэквивалентны, и переходы магнетика между соответствующими состояниями были бы сопряжены с появлением разрывов у функции $\theta(r, \varphi)$ вдоль некоторой линии на диске. Тогда энергия образца в силу (2.1.1) стала бы бесконечно большой. Следовательно, в континуальном приближении все рассматриваемые состояния являются одинаково стабильными, независимо от значения k .

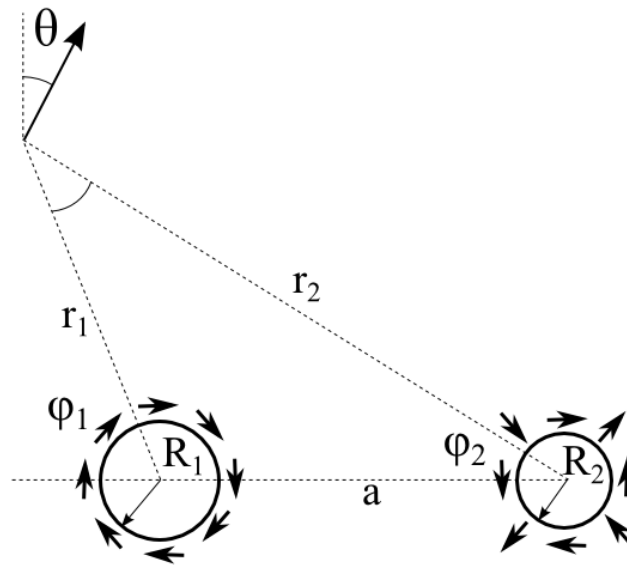


Рисунок 2.1.1 – Схема пленки с двумя отверстиями

Энергия (2.1.1) магнитного диска в состоянии с топологическим зарядом k равна $E = 2\pi k^2 Ah \ln(R_{\text{ex}}/R_{\text{in}})$, вследствие чего при увеличении R_{ex} энергия образца будет неограниченно возрастать для всякого $k \neq 0$. Таким образом, изложенная теория может быть применена на практике исключительно к тонким кольцам с $R_{\text{ex}} \approx R_{\text{in}}$, в то время как в неограниченных пленках с одним проколом физически реализуется только однородное состояние магнетика. Однако ситуация радикально меняется в том случае, когда пленка содержит не одно, а два отверстия. Пусть эти отверстия представляют собой цилиндрические антидоты радиуса R_1 и R_2 , а их центры отстоят друг от друга на $a \gg R_1, R_2$ (Рисунок 2.1.1). Тогда в силу линейности уравнения $\Delta\theta = 0$ его решение может быть найдено как суперпозиция решений, полученных выше для случая пленки с одним антидотом: $\theta = k_1\varphi_1 + k_2\varphi_2$, где φ_1, φ_2 – полярные

углы в системах координатах, связанных с центрами отверстий, а k_1, k_2 – целые топологические заряды. Рассмотрим асимптотическое поведение полученного решения на большом удалении от системы, когда $r_1 \approx r_2 = r \gg a$. При этом $\varphi_1 \approx \varphi_2 = \varphi$, так что $\theta = (k_1 + k_2)\varphi$, и в случае $k_1 + k_2 \neq 0$ энергия неограниченной пленки вновь оказывается бесконечной. Чтобы избежать этого, положим $k_1 = k$, $k_2 = -k$, тогда

$$\theta = k(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (2.1.2)$$

Из Рисунка 2.1.1 ясно, что входящая в это соотношение разность углов равна углу, под которым из данной точки виден отрезок, соединяющий центры отверстий, так что $\theta \sim r^{-1}$, а значит, $(\nabla\theta)^2 \sim r^{-4}$, что обеспечивает сходимость интеграла (2.1.1) в области больших r . Таким образом, энергия магнетика в рассматриваемом состоянии является конечной. Детальный расчет показывает, что она равна

$$E = 4\pi k^2 Ah \ln(a/\sqrt{R_1 R_2}). \quad (2.1.3)$$

Распределение намагниченности в окрестности отверстий, задаваемое выражением (2.1.2) при $k = 1$, схематически показано на Рисунке 2.1.1. Состояние с $k = -1$ получается из него симметричным отражением; $k = 0$ отвечает однородно намагниченному образцу. Состояния с другими значениями k для дальнейшего изложения интереса не представляют.

2.1.2 Дискретная модель

Переходя к решеточной модели, будем рассматривать квадратную решетку спинов, некоторые узлы которой оставим пустыми. Тогда, с точностью до множителя, энергия магнетика за вычетом энергии однородного состояния будет иметь вид:

$$E = \sum_{i,j} (1 - \cos(\theta_i - \theta_j)) + \sum_i (1 - \cos \theta_i), \quad (2.1.4)$$

где суммирование в первом слагаемом ведется по всем парам узлов решетки, соседствующим по горизонтали или вертикали, а во втором – по всем узлам,

находящимся на краю решетки. Второе слагаемое, благодаря которому однородное состояние магнетика оказывается определенным однозначно ($\theta_i = 0$), позволяет имитировать бесконечную протяженность пленки: мы предполагаем, что неоднородности локализуются в области решетки, в то время как за ее пределами все спины ориентированы одинаково.

Будем оптимизировать энергию (2.1.4) численно. Поскольку нас интересуют все локальные минимумы системы, воспользуемся стохастическим подходом, при котором численная оптимизация повторяется многократно, начинаясь из различных стартовых точек, выбираемых случайно. Далее все найденные минимумы ранжируются по значениям энергии, и для каждого значения выбирается по одному решению (мы предполагаем, что существование неэквивалентных минимумов, равных по величине, крайне маловероятно). В результате такого поиска для решетки, содержащей 188 спинов, помимо однородного состояния с $E = 0$ обнаруживается также локальный минимум с $E = 10.3$. Соответствующее ему распределение намагниченности показано на Рисунке 2.1.2. Несложно видеть, что оно в точности воспроизводит состояние с $k = 1$, предсказанное нами в рамках континуальной модели.

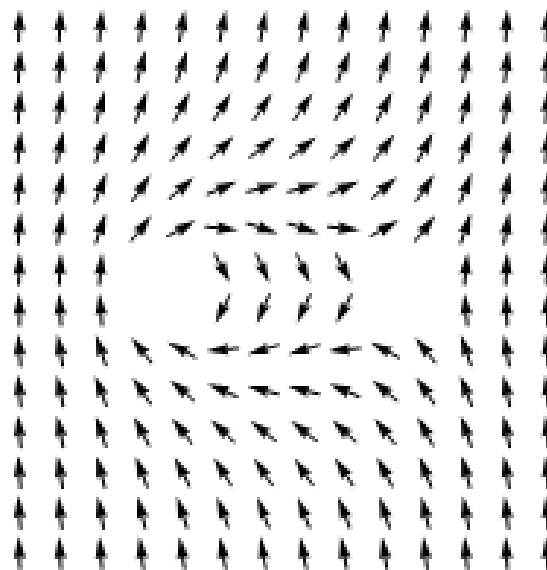


Рисунок 2.1.2 – Уединенная неоднородность, локализованная на двух отверстиях

Несмотря на то, что дискретная модель дает независимое подтверждение развиваемой нами теории, ее основное достоинство заключается не в этом. Значение выражения (2.1.4) ограничено не только снизу, но также и сверху, благодаря чему переходы между любыми состояниями решетки могут сопровождаться совершением лишь конечной работы. Это позволяет сделать оценки устойчивости неоднородных состояний, которые считаются метастабильными. В наиболее грубом приближении мы можем рассмотреть преобразование $\theta_i \rightarrow (1 - t) \theta_i$, которое является непрерывным и связывает между собой неоднородное состояние при $t = 0$ с однородным при $t = 1$. Тогда E становится функцией параметра t и, вследствие минимальности на обоих концах отрезка $[0; 1]$, должна иметь на нем также и максимум. В нашем случае значение этого максимума оказывается равно $E_{\max} = 11.6$, поэтому работа, которую необходимо совершить, чтобы разрушить неоднородное состояние, составляет около $E_{\max} - E = 1.3$. Подбирая более сложные преобразования с использованием численных методов, эту оценку можно улучшить до 1.0, однако в любом случае это значение составляет около 10% энергии самой неоднородности, что может говорить о неплохой устойчивости изучаемых состояний по отношению к тепловым флуктуациям.

2.1.3 Случай четырех отверстий

Ясно, что все приведенные построения могут быть выполнены в отношении пленки не только с двумя, но также и с большим числом N антидотов. При этом соотношение, аналогичное (2.1.2), будет иметь вид $\theta = k_1\phi_1 + k_2\phi_2 + \dots + k_N\phi_N$, вследствие чего должно выполняться равенство $k_1 + k_2 + \dots + k_N = 0$, обеспечивающее конечность энергии системы.

Для примера рассмотрим случай $N = 4$, поместив отверстия равного радиуса R в вершины квадрата со стороной a . Оптимизируя энергию (2.1.4) для соответствующей решетки из 180 спинов, мы получаем распределения намагниченности, показанные на Рисунке 2.1.3 (знаками отмечены отверстия, с которыми связаны заряды ± 1). Энергии этих состояний равны $E_1 = 10.6$

(связаны два отверстия по горизонтали или вертикали), $E_2 = 13.5$ (связаны два отверстия по диагонали) и $E_3 = 15.9$ (связаны между собой все четыре отверстия).

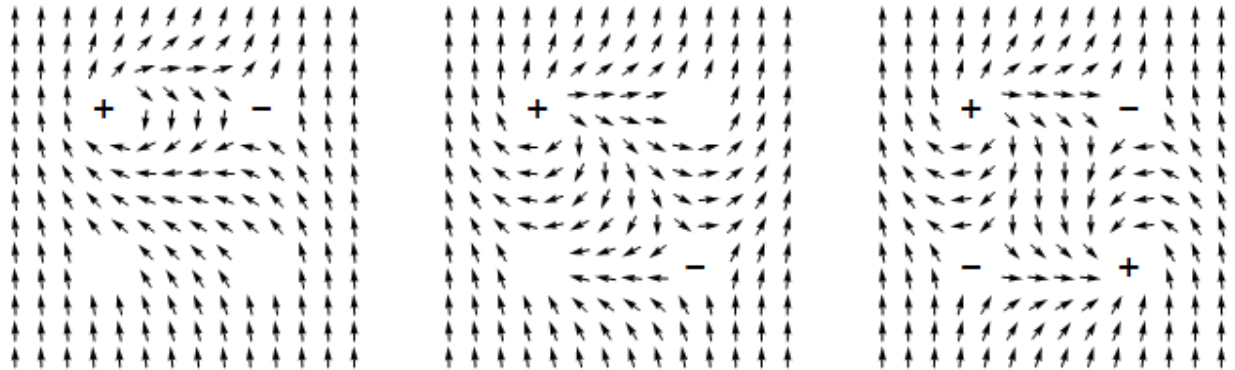


Рисунок 2.1.3 – Уединенные неоднородности, локализованные на четырех отверстиях

С точки зрения континуальной модели первые два из полученных состояний описываются соотношением (2.1.2) при $k = 1$, а значит, их энергии могут быть вычислены по формуле (2.1.3). Учитывая, что расстояние между центрами отверстий для второго состояния равно $a\sqrt{2}$, получаем: $E_1 = 4\pi Ah \ln(a/R)$, $E_2 = 4\pi Ah \ln(a\sqrt{2}/R)$. Для третьего состояния можно показать, что $E_3 = 8\pi Ah \ln(a/R\sqrt{2})$. Несложно видеть, что эта энергия может быть выражена через первые две следующим образом: $E_3 = 4E_1 - 2E_2$. Данное соотношение можно использовать в качестве контрольного для проверки соответствия между континуальной и дискретной моделями. Подставляя в него ранее найденные величины $E_1 = 10.6$ и $E_2 = 13.5$, имеем $E_3 = 15.4$, что лишь на 3% отличается от расчетного значения.

Несмотря на то, что из приведенных на Рисунке 2.1.3 неоднородностей третья обладает наибольшей энергией, именно она достойна пристального внимания. Дело в том, что эта структура, фактически, представляет собой связанное состояние двух неоднородностей первого типа, что подтверждается наличием энергии связи $E_3 - 2E_1 = -4\pi Ah \ln 2 < 0$, а значит, разрушение такого состояния особо осложнено. Чтобы убедиться в этом, снова обратимся к

минимальной работе, необходимой для перевода дискретной решетки спинов из данного состояния в однородное. «Грубая» оценка с использованием преобразования $\theta_i \rightarrow (1 - t) \theta_i$ дает в этом случае сильно завышенное значение 12.5, которое удастся улучшить до 4.0, что составляет примерно 25% энергии неоднородности и вчетверо превышает аналогичную работу для случая двух отверстий. Тем самым связывание сразу четырех отверстий, по всей видимости, легче осуществить на практике из-за большей относительной устойчивости возникающей неоднородности.

2.2 Топологически защищенные объекты при наличии структурных дефектов

2.2.1 Основные уравнения

Будем рассматривать ферромагнитную пленку малой толщины h , для которой обменный параметр A и константа одноосной анизотропии K являются кусочно-постоянными функциями радиус-вектора $\mathbf{r}$. При этом ось анизотропии направлена перпендикулярно пленке, а положительные значения K отвечают анизотропии типа «легкая плоскость». Тогда, пренебрегая влиянием размагничивающих полей, энергию образца можно представить следующим образом:

$$E = \int [A(\mathbf{r})(\nabla\alpha^2 + \cos^2\alpha \nabla\theta^2) + K(\mathbf{r}) \sin^2\alpha] h dS, \quad (2.2.1)$$

где α – полярный угол, характеризующий выход вектора намагниченности из плоскости пленки, а θ – азимутальный угол, определяющий ориентацию проекции вектора намагниченности на эту плоскость. Условие минимума энергии (2.2.1) определяется системой уравнений Эйлера-Лагранжа, которые имеют следующий вид в областях, где A и K принимают постоянные значения:

$$\operatorname{div} (\cos^2\alpha \nabla\theta) = 0, \quad (2.2.2)$$

$$\Delta\alpha + \sin\alpha \cos\alpha (\nabla\theta^2 - K/A) = 0. \quad (2.2.3)$$

Условиями сшивки решений уравнений (2.2.2) и (2.2.3) на границах областей с различными значениями A и K являются условия непрерывности функций α и θ , а также нормальных компонент $A\nabla\alpha$ и $A\nabla\theta$.

Как было показано в разделе 2.1, один из возможных методов генерирования плоских магнитных структур предполагает наличие в пленке антидотов. В этом случае интегрирование в уравнении (2.2.1) ведется не по всей плоскости, а только по области, занимаемой самим образцом, то есть антидоты исключаются. Материал пленки будем считать однородным, так что $A \equiv A_e$, $K \equiv K_e$. Тогда при условии сильной одноосной анизотропии $K_e \rightarrow \infty$ из вида выражения (2.2.1) заключаем, что $\alpha \equiv 0$ (несложно видеть, впрочем, что это решение удовлетворяет уравнению (2.2.3) и при конечных значениях K_e), и (2.2.2) сводится к уравнению Лапласа:

$$\Delta\theta = 0. \quad (2.2.4)$$

При этом на границах антидотов должна отсутствовать нормальная составляющая $\nabla\theta$.

Другим подходом может служить ситуация, когда пленка содержит искусственные дефекты. В этом случае интегрирование в (2.2.1) ведется по всей плоскости, однако величины A и K принимают внутри дефектов значения A_i и K_i соответственно, которые могут быть отличны от A_e и K_e . Тогда вне области дефектов при $K_e \rightarrow \infty$ по-прежнему имеем $\alpha \equiv 0$ и (2.2.4), откуда получаем следующие условия сшивки:

$$\alpha|_{int.\Gamma} = 0, \quad \theta|_{int.\Gamma} = \theta|_{ext.\Gamma}, \quad A_i \frac{\partial\theta}{\partial\mathbf{n}}\Big|_{int.\Gamma} = A_e \frac{\partial\theta}{\partial\mathbf{n}}\Big|_{ext.\Gamma}, \quad (2.2.5)$$

где дифференцированием по $\mathbf{n}$ обозначена проекция градиента на направление внешней нормали к границе Γ дефекта. Соотношение для $A\nabla\alpha$ отсутствует среди условий (2.2.5) вследствие бесконечного значения K_e .

Несложно видеть, что в рамках проводимого анализа антидоты представляют собой, по сути, частный случай дефектов при значениях

параметров $A_i = 0$, $K_i = 0$. Тем не менее, с методической точки зрения именно пленки с антидотами являются базовой моделью для исследования нетривиальных плоских структур, вследствие чего становится целесообразно сводить случай образцов с дефектами к случаю перфорированных пленок, а не наоборот.

2.2.2 Пленка с антидотами малых размеров

В отсутствие топологических особенностей пленки все регулярные решения уравнения (2.2.4) являются тривиальными и отвечают однородному распределению намагниченности. Это утверждение, однако, становится неверным при наличии даже одного антидота: если в пленке имеется круглый прокол, то магнитная структура вокруг него может описываться выражением вида $\theta = k\varphi + \text{const}$ при любом целом значении k , где введена полярная система координат (r, φ) , связанная с центром антидота. Величина k играет здесь роль топологического заряда вихреподобного объекта и равна числу оборотов, совершаемых вектором намагниченности при обходе по часовой стрелке вокруг антидота или некоторой области. Аналогично при наличии в пленке N антидотов, размеры которых малы в сравнении с расстояниями между ними, решение уравнения (2.2.4) в силу его линейности может быть представлено в виде

$$\theta = k_1\varphi_1 + \dots + k_N\varphi_N + \text{const}, \quad (2.2.6)$$

где $k_1, \dots, k_N$ — топологические заряды, отвечающие антидотам, а $(r_1, \varphi_1), \dots, (r_N, \varphi_N)$ — связанные с ними полярные системы координат. Легко заметить, что соотношение (2.2.6) будет описывать уединенную неоднородность при выполнении условия

$$k_1 + \dots + k_N = 0. \quad (2.2.7)$$

В силу соотношения (2.2.4) в рассмотрение можно ввести величину ψ , такую что

$$\nabla\psi = [\mathbf{e}_z \times \nabla\theta], \quad (2.2.8)$$

где $\mathbf{e}_z$ – единичный вектор нормали к плоскости пленки. Из (2.2.8) и граничных условий для угла θ следует, что эта величина также удовлетворяет уравнению Лапласа с граничными условиями:

$$\Delta\psi = 0, \quad \psi|_{\Gamma} = \text{const}, \quad (2.2.9)$$

то есть граница каждого антидота должна совпадать с какой-то из изолиний ψ . Кроме того, для антидота, с которым связан топологический заряд k , имеет место соотношение

$$\oint \nabla\psi \cdot \mathbf{n} dl = 2\pi k, \quad (2.2.10)$$

где интегрирование ведется по границе антидота, а $\mathbf{n}$ – единичный вектор внешней нормали к этой границе.

Несложно видеть, что величина ψ определена с точностью до константы. От этого произвола можно избавиться, потребовав, чтобы ψ всегда принимало нулевые значения на большом удалении от системы антидотов. Тогда, например, в ситуации, которая описывается соотношением (2.2.6), имеем:

$$\psi = k_1 \ln r_1 + \dots + k_N \ln r_N. \quad (2.2.11)$$

Значения выражения (2.2.11) оказываются нулевыми при больших расстояниях $r_1, \dots, r_N$, если выполнено условие (2.2.7). В противном случае условимся считать, что на некотором удалении от системы всегда имеется фиктивный антидот, благодаря топологическому заряду которого система становится в целом нейтральной.

Из (2.2.8) ясно, что $|\nabla\psi| = |\nabla\theta|$. Следовательно, для энергии (2.2.1) с учетом первого из соотношений (2.2.9) имеем:

$$E = A_e h \int \nabla\psi^2 dS = -A_e h \oint \psi \nabla\psi \cdot \mathbf{n} dl,$$

где интегрирование ведется по границам всех антидотов. Учитывая второе из соотношений (2.2.9) и подставляя сюда (2.2.10), получаем:

$$E = -2\pi A_e h \sum_{i=1}^N k_i \psi_i. \quad (2.2.12)$$

Здесь ψ_i – постоянное значение величины ψ на границе соответствующего антидота. Важно отметить, что выражение (2.2.12) справедливо для антидотов произвольной геометрии. В том частном случае, когда их размеры малы, в силу (2.2.11) имеем:

$$E = -4\pi A_e h \sum_{i>j} k_i k_j \ln r_{ij} - 2\pi A_e h \sum_i k_i^2 \ln R_i, \quad (2.2.13)$$

где введены обозначения r_{ij} для расстояний между антидотами и R_i для их радиусов (или характерных размеров в случае нецилиндрической формы антидотов). Первое слагаемое в правой части (2.2.13) представляет собой сумму энергий попарных взаимодействий антидотов между собой, а второе можно отождествить с суммой их собственных энергий. Таким образом, анализ сложных систем антидотов, как правило, может быть сведен к изучению отдельных составляющих этих систем, в частности – пар близкорасположенных антидотов, что существенно упрощает рассуждения.

2.2.3 Пленка с двумя цилиндрическими антидотами

Пусть рассматриваемый образец содержит два цилиндрических антидота радиусами R_1 и R_2 , расстояние между центрами которых $|O_1O_2| = a$ сопоставимо с этими радиусами (см. Рисунок 2.2.1). Свяжем системы полярных координат (r_1, φ_1) и (r_2, φ_2) с точками C_1 и C_2 , находящимися внутри антидотов. Тогда уравнение $r_1/r_2 = \text{const}$ определяет семейство окружностей, две из которых совпадают с границами рассматриваемых антидотов при выполнении следующих условий:

$$R_1^2 = b_1(a - b_2), R_2^2 = b_2(a - b_1), \quad (2.2.14)$$

где введены обозначения $|O_1C_1| = b_1$, $|O_2C_2| = b_2$. Следовательно, функция

$$\psi = k \ln \frac{r_1}{r_2} \quad (2.2.15)$$

представляет собой решение уравнения (2.2.9). Формально совпадая с (2.2.11) при $k_1 = k$, $k_2 = -k$, она описывает уединенную неоднородность, локализованную на двух антидотах. Соответствующее распределение

намагниченности, очевидно, задается формулой $\theta = k(\varphi_1 - \varphi_2)$ и показано на Рисунке 2.2.1 для случая $k = 1$ и $R_1 = R_2$. Подставляя далее (2.2.15) в (2.2.12), с учетом (2.2.14) получаем:

$$E = 2\pi A_e h k^2 \ln \frac{R_1 R_2}{b_1 b_2}. \quad (2.2.16)$$

Случай $R_1, R_2 \ll a$ уже был изучен выше: выражения (2.2.15) и (2.2.16) в пределе совпадают с (2.2.11) и (2.2.13) соответственно. Поэтому наибольший интерес представляет здесь противоположная ситуация, когда малым оказывается зазор $|F_1 F_2|$ между антидотами. При этом, согласно (2.2.14), $b_1 \rightarrow R_1, b_2 \rightarrow R_2$, то есть точки C_1 и C_2 приближаются к точкам F_1 и F_2 на краях антидотов. Это приводит к тому, что неоднородность оказывается практически полностью локализованной в небольшой области между антидотами, что и наблюдается на Рисунке 2.2.1. Данное обстоятельство означает, что структуры, формирующиеся на разных парах антидотов в одной пленке, практически не интерферируют между собой, благодаря чему обеспечивается надежность записи и хранения информации с помощью вихреподобных объектов изучаемого типа.

Примечательно, однако, что даже при крайне малом зазоре $|F_1 F_2| \ll a$ далеко не вся энергия неоднородности, для которой из формулы (2.2.16) при $R_1 = R_2 = R$ в данном случае имеем

$$E \approx 4\pi A_e h k^2 \sqrt{\frac{a}{R} - 2},$$

сосредоточена в полосе, ограниченной двумя параллельными прямыми, которые проходят через точки F_1 и F_2 . Чтобы убедиться в этом, заметим, что, как следует из соотношения (2.2.15), в этой области

$$|\nabla\psi| = |k|c/(r_1 r_2) \approx |k|c/(y^2 + c^2/4),$$

где $c = |C_1 C_2|$, а y – координата вдоль оси, перпендикулярной прямой $O_1 O_2$. Тогда, интегрируя (2.2.1) в пределах рассматриваемой полосы, получаем:

$$E_1 = A_e h(a - 2R) \int_{-\infty}^{+\infty} \nabla \psi^2 dy \approx E/2.$$

Вторая половина энергии неоднородности локализована в другой области между антидотами, существование которой обусловлено кривизной их границ. Благодаря наличию этой кривизны ширина зазора между антидотами при заданном значении координаты y в действительности превышает $a - 2R$ на переменную величину y^2/R , что и обуславливает появление требуемой добавки к энергии E_1 :

$$E_2 = A_e h \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{y^2}{R} \nabla \psi^2 dy \approx E/2.$$

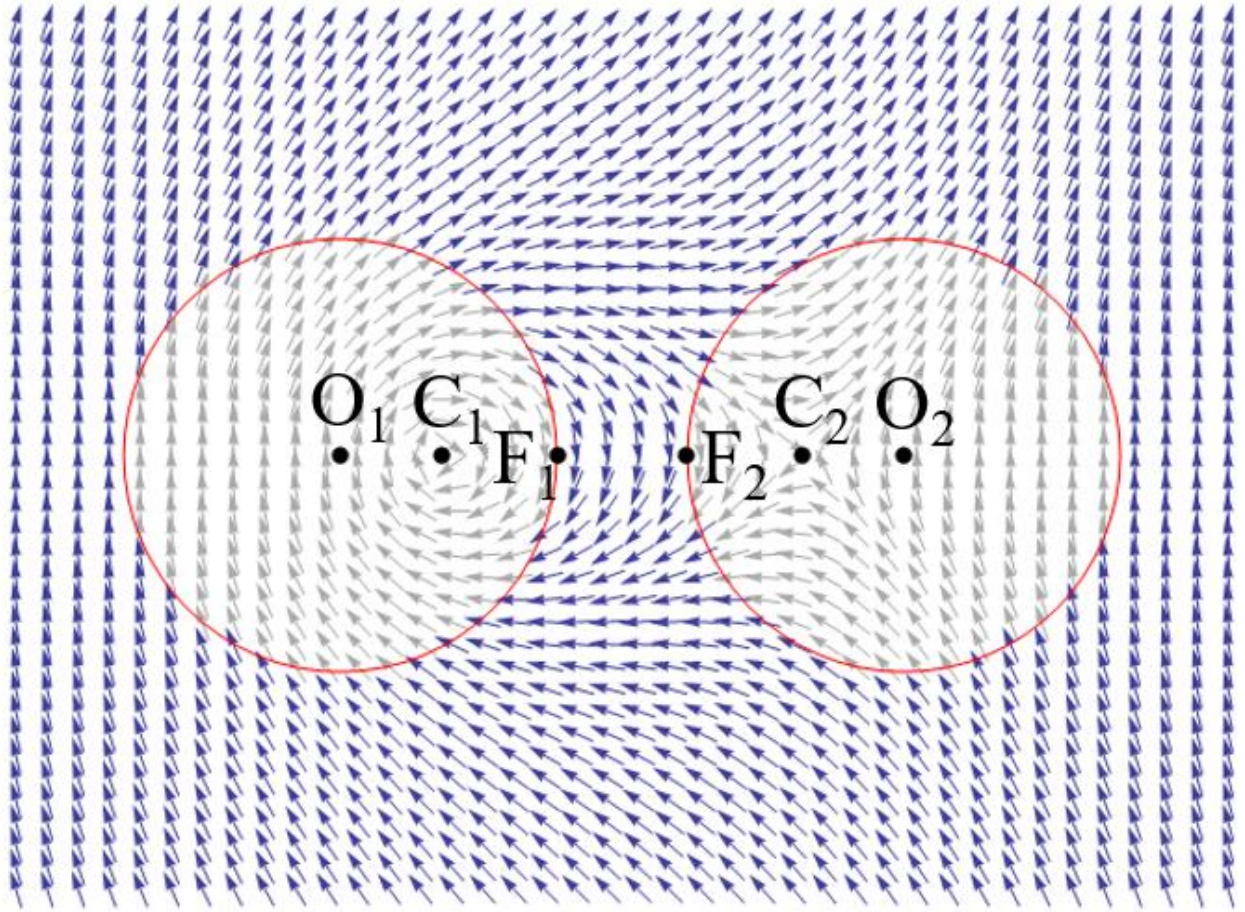


Рисунок 2.2.1 – Вихреподобная структура, локализованная на двух антидотах с центрами в точках O_1 и O_2 . Красными окружностями обозначены границы антидотов. Синие стрелки показывают направление намагниченности в образце, серые стрелки – поведение соответствующих формальных решений в области антидотов

2.2.4 Теорема об эквивалентности подходов

Переходя от изучения вихреподобных структур, формирующихся на парных антидотах, к изучению аналогичных структур, возникающих в области парных дефектов, заметим для начала, что величина K_i не должна принимать большие положительные значения: в противном случае магнитная структура окажется плоской во всем образце, включая и области дефектов, а значит, плотность обменной энергии в центре каждого вихря будет сингулярной. В то же время при отрицательных и небольших положительных значениях K_i внутри дефектов становится возможным выход вектора намагниченности из плоскости пленки вплоть до значений $\alpha = \pi/2$ в центрах формирующихся вихрей, вследствие чего энергия (2.2.1) остается конечной. Поскольку, однако, достижение больших по модулю отрицательных значений K_i внутри дефектов при больших положительных значениях K_e в самой пленке затруднительно на практике, то можно полагать, что $|K_i| \ll K_e$. Следовательно, корректной моделью для исследования неоднородностей в пленках с искусственными дефектами является модель «идеальных» дефектов, когда $K_i = 0$.

Как видим, использование подхода, связанного с включением в магнитный образец искусственных дефектов, обязательно приводит к появлению некруговых траекторий вектора намагниченности, что, казалось бы, может сильно исказить плоскую структуру неоднородности вне области дефектов по сравнению с той, которая формируется при использовании антидотов. Тем не менее, справедливо следующее утверждение, представляющее собой теорему об эквивалентности двух изучаемых подходов: если в пленке, содержащей антидоты произвольных размеров и форм, заменить все антидоты на «идеальные» дефекты той же геометрии, то распределение намагниченности вне области дефектов останется неизменным. При этом дополнительный вклад в энергию магнетика от дефекта, с которым связан топологический заряд k , равен $4\pi A_i \hbar |k|$ независимо от геометрии дефекта.

Представим конструктивное доказательство основного утверждения теоремы. Для этого достаточно указать такие решения системы уравнений (2.2.2) и (2.2.3) внутри каждого из дефектов, для которых удовлетворяются условия (2.2.5) при сшивке с решением уравнения (2.2.4) вне области дефектов или антидотов. Рассмотрим один из дефектов, которому отвечает топологический заряд k . Если $k = 0$, то вследствие нейтральности системы в целом топологический заряд второго дефекта также равен нулю, а значит, распределение намагниченности является однородным, и утверждение теоремы очевидно. Если $k \neq 0$, то $\nabla\theta$ имеет точку сингулярности S в области дефекта, где $\alpha = \pi/2$. Будем понимать под θ функцию, которая непрерывна и является решением уравнения (2.2.4) с соответствующим граничным условием не только вне антидота, но также и во всей его внутренней области, за исключением точки S . Тогда можно предположить, что такая функция θ является решением системы уравнений (2.2.2) и (2.2.3) внутри дефекта, а угол α при этом однозначно определяется величиной ψ , введенной в соответствии с соотношением (2.2.8). Подставляя этот анзац в уравнение (2.2.3) и учитывая (2.2.9), при $K_i = 0$ получаем:

$$\frac{d^2\alpha}{d\psi^2} + \sin\alpha \cos\alpha = 0. \quad (2.2.17)$$

Кроме того, уравнение (2.2.2) удовлетворяется автоматически, поскольку вектор $\nabla\alpha$ в каждой точке перпендикулярен $\nabla\theta$, а θ является решением (2.2.4). Также автоматически выполняются второе и третье из условий (2.2.5), причем независимо от значений A_i и A_e из-за отсутствия нормальной составляющей $\nabla\theta$ на границе антидота. Первое из условий (2.2.5) означает, что $\alpha(\psi = \psi_0) = 0$, где ψ_0 – значение ψ на границе антидота. Также имеем $\alpha(\psi \rightarrow \pm\infty) = \pi/2$, так как выполнение соотношения (2.2.10) требует сингулярности функции ψ в точке S . С учетом этих граничных условий уравнение (2.2.17) имеет следующее единственное решение:

$$\alpha = f(e^{\psi-\psi_0}), \quad f(z) = \arccos \frac{2z}{z^2+1}. \quad (2.2.18)$$

Таким образом, при наличии «идеальных» дефектов распределение намагниченности задается функцией θ и углом α , который определяется из выражения (2.2.18) в области дефекта и равен нулю вне этой области. Поскольку та же функция θ описывает и плоскую магнитную структуру в пленке с антидотами, утверждение об эквивалентности подходов можно считать доказанным.

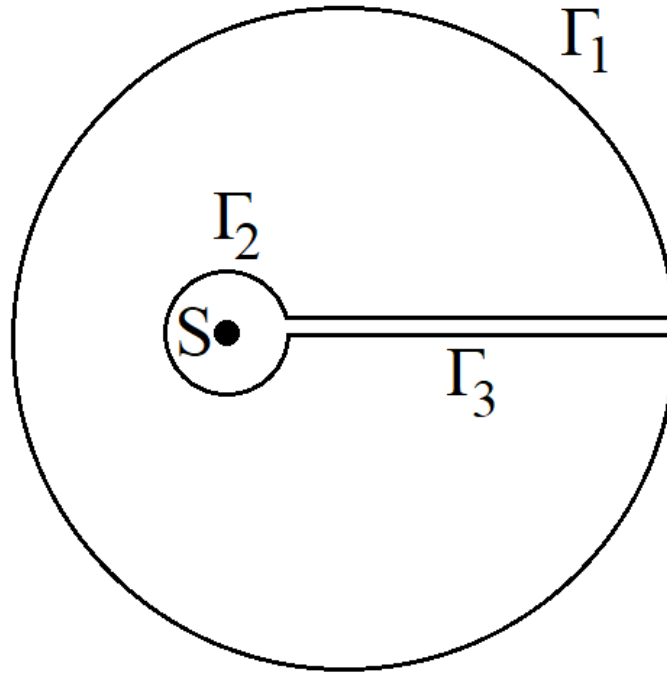


Рисунок 2.2.2 – Схематическое изображение элементов границы, вдоль которой осуществляется интегрирование при расчете энергии дефекта. S – точка сингулярности функции ψ

Рассчитаем далее энергию, связанную с данным дефектом. Для этого необходимо вычислить во внутренней области дефекта интеграл (2.2.1), который с учетом (2.2.17) и (2.2.2) оказывается равен

$$E_D = 2A_i h \oint \cos^2 \alpha \theta \nabla \theta \, n dl. \quad (2.2.19)$$

Поскольку величина θ при $k \neq 0$, вообще говоря, не является однозначной функцией координат, граница, по которой ведется интегрирование в (2.2.19), состоит из трех элементов (см. Рисунок 2.2.2). Элемент Γ_1 представляет собой собственно границу дефекта; на ней $\nabla \theta \perp \mathbf{n}$, поэтому вклад Γ_1 в интеграл

(2.2.19) равен нулю. Также равен нулю вклад бесконечно малого контура Γ_2 вокруг точки S: здесь $\cos \alpha \rightarrow 0$, в то время как величина $|\cos \alpha \nabla \theta|$ принимает конечные значения. Элемент Γ_3 образован двумя бесконечно близкими линиями произвольной формы, соединяющими элементы Γ_1 и Γ_2 . Значения θ на этих линиях отличаются в соответствующих точках на постоянную величину $2\pi k$, вследствие чего интеграл (2.2.19) можно преобразовать к интегралу по одной линии, в качестве которой удобно выбрать какую-либо из изолиний величины θ . В этом случае $\nabla \theta \parallel \mathbf{n}$, а значит, $\nabla \theta \mathbf{n} dl = d\psi$. Также в силу (2.2.17) представляя $\cos^2 \alpha$ в (2.2.19) как $\cos \alpha \left| \frac{d\alpha}{d\psi} \right|$, окончательно получаем:

$$E_D = 4\pi A_i h |k| \int_0^{\pi/2} \cos \alpha d\alpha = 4\pi A_i h |k|. \quad (2.2.20)$$

2.2.5 Пленка с двумя дефектами цилиндрической или прямоугольной формы

Наличие аналитического решения (2.2.15) для пленки, содержащей два цилиндрических антидота, позволяет воспользоваться теоремой об эквивалентности подходов для отыскания явного вида распределения намагниченности также и в пленке с двумя цилиндрическими дефектами. Согласно теореме, в этом случае распределение описывается функцией (2.2.15) во всем объеме образца и, следовательно, при $k = 1$ имеет вид, показанный на Рисунке 2.2.1, причем серые стрелки отвечают уже не формальной экстраполяции, а реальному направлению вектора намагниченности внутри дефектов в проекции на плоскость пленки. При этом точки C_1 и C_2 играют роль точек сингулярности S, а значит, в них намагниченность направлена под прямым углом к поверхности образца. Чтобы найти значения угла α во всех точках области, занимаемой каким-то из дефектов, подставим решение (2.2.15) в выражение (2.2.18). Тогда получим:

$$\alpha = f \left(\left(\frac{r_1 r_{20}}{r_2 r_{10}} \right)^k \right), \quad (2.2.21)$$

где r_{10} и r_{20} – значения r_1 и r_2 соответственно в произвольной точке на границе дефекта (отношение r_{10}/r_{20} равно b_1/R_1 для дефекта с центром O_1 и R_2/b_2 для дефекта с центром O_2). На Рисунке 2.2.3 проиллюстрирована соответствующая выражению (2.2.21) зависимость компоненты $m_z = \sin \alpha$ единичного вектора намагниченности от пространственных координат при $k = 1$, $R_1 = R_2$ и различных значениях расстояния a между центрами дефектов.

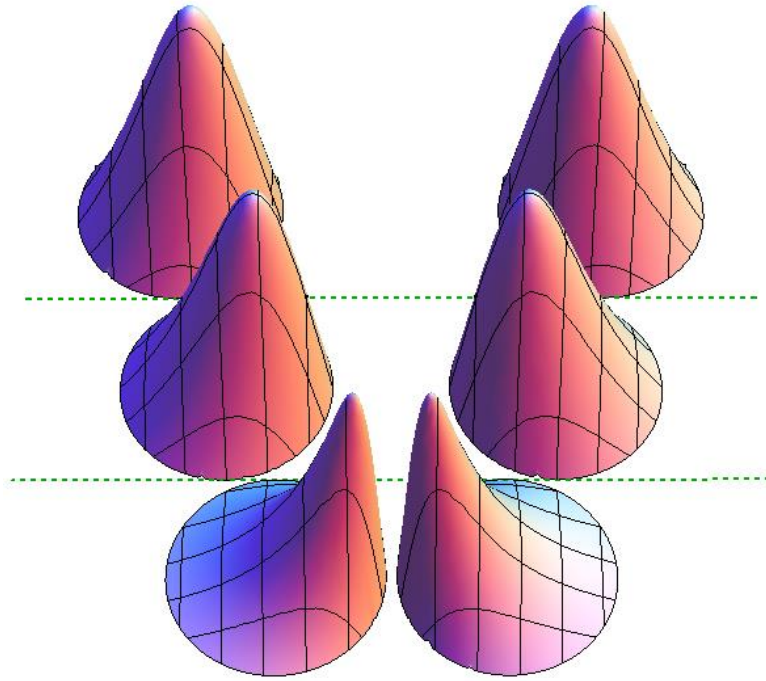


Рисунок 2.2.3 – Пространственное распределение компоненты вектора намагниченности, нормальной к плоскости пленки, для трех пар одинаковых цилиндрических дефектов, отличающихся расстоянием между дефектами в паре. Вне области дефектов эта компонента равна нулю. Топологический заряд, связанный с каждым из дефектов, равен ± 1 . Штриховые линии разделяют пары между собой

Приведем также формулу для полной энергии магнетика при $R_1 = R_2 = R$, которая резюмирует выражения (2.2.16) и (2.2.20):

$$E = 4\pi A_e h k^2 \ln \frac{a + \sqrt{a^2 - 4R^2}}{2R} + 8\pi A_i h |k|.$$

Заметим, что в типичной ситуации $k = 1$, $A_e = A_i$, $a = 3R$, когда зазор между дефектами равен их радиусам, из данного соотношения следует $E_D \approx 0.34E$, то

есть энергия образца оказывается распределенной примерно поровну между каждым из двух дефектов и собственно плоской неоднородностью.

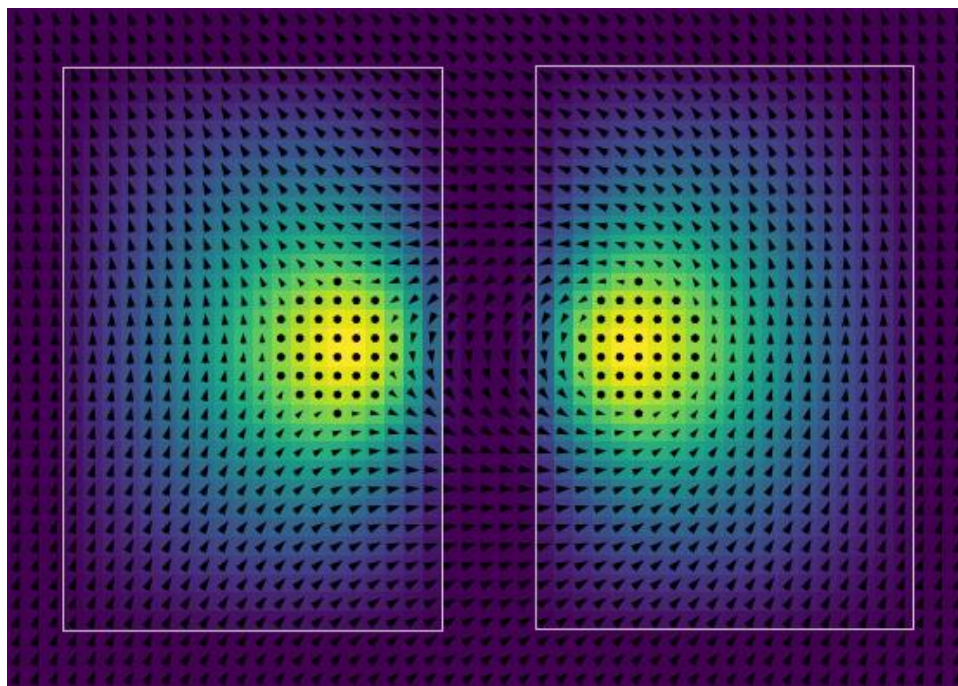


Рисунок 2.2.4 – Распределение намагниченности в пленке с двумя прямоугольными дефектами $20 \text{ нм} \times 30 \text{ нм}$, зазор между которыми 5 нм.

Стрелками показано направление намагниченности. Белыми рамками обозначены границы дефектов. Цвет иллюстрирует величину компоненты вектора намагниченности, нормальной к плоскости пленки: лиловый цвет соответствует отсутствию выхода вектора намагниченности из плоскости, желтый – выходу из плоскости под прямым углом

В случае дефектов прямоугольной формы структуру вихреподобных неоднородностей можно определить численно с использованием пакета микромагнитного моделирования OOMMF и оболочки Ubermag. На Рисунке 2.2.4 показано найденное при этом типичное распределение намагниченности, отвечающее $k = 1$. Расчеты были произведены для дефектов, отстоящих друг от друга на 5 нм. Их размер в направлении, которое на Рисунке 2.2.4 является горизонтальным, был постоянным и составлял 20 нм, а в вертикальном направлении варьировался от 6 нм до 50 нм. Сопоставление с результатами аналогичных расчетов для случая антидотов той же геометрии

показало, что увеличение энергии образца при переходе от антидотов к «идеальным» дефектам составило от 24.8 до 26.9 единиц $A_i\hbar$, что находится в неплохом соответствии с предсказанным значением 8π (при этом наличие расхождений связано с дискретным характером представления магнетика при численном моделировании, из-за чего условия (2.2.5), на которые существенно опирается вывод формулы (2.2.20), могут выполняться с небольшой точностью).

Рисунок 2.2.4 позволяет понять природу парадокса, заключающегося в отсутствии зависимости энергии дефекта от его размера. Как несложно видеть, значение компоненты m_z вектора намагниченности может оказаться близким к 1 в областях довольно большой площади, которым соответствуют желтые зоны на рисунке (хотя точка S остается при этом единственной в каждом из дефектов; многообразие форм изолиний ψ обуславливается при этом различным характером поведения этой функции при приближении к точке сингулярности). Ясно, что такие области не дают практически никакого вклада в энергию (2.2.1). При увеличении размера дефекта площадь области, учитываемой в расчете его энергии, будет расти, однако вместе с тем будет расширяться и желтая зона. В итоге эти два процесса примерно компенсируют влияние друг друга.

2.2.6 Дефекты с ненулевой анизотропией

Из конструктивного характера доказательства теоремы об эквивалентности подходов следует, что отклонение характеристик дефектов от «идеальной» модели не может привести к существенному нарушению основного утверждения теоремы. В то же время ясно, что энергия дефектов, равно как и структура образующихся внутри них вихрей, находится в сильной зависимости от величины константы анизотропии K_i . Чтобы исследовать эту зависимость, будем рассматривать цилиндрический дефект радиуса R с топологическим зарядом k , который является частью в целом нейтральной системы с большим расстоянием между дефектами. Тогда данный дефект

можно приближенно считать изолированным, а возникающее в его окрестности распределение намагниченности аксиально симметричным, так что $\psi = k \ln r$, $\theta = k\varphi + \text{const}$. В случае «идеального» дефекта с $K_i = 0$ из (2.2.18) имеем:

$$\alpha = \arccos \frac{2R^k r^k}{(R^k + r^k)^2}. \quad (2.2.22)$$

При $K_i \neq 0$ зависимость $\alpha(r)$ должна определяться из уравнения (2.2.3), которое приводится к следующему виду:

$$\Delta\alpha + \sin\alpha \cos\alpha (k^2/r^2 - K_i/A_i) = 0, \\ \alpha(0) = \pi/2, \quad \alpha(R) = 0. \quad (2.2.23)$$

Решая уравнение (2.2.23) численно при различных значениях $\kappa = K_i R^2/A_i$ и k (при этом ясно, что знак величины k можно не уточнять), получаем пространственные распределения компоненты m_z , показанные на Рисунке 2.2.5. Зависимости, отвечающие $\kappa = 0$, находятся в соответствии с соотношением (2.2.22).

Анализируя вид кривых на Рисунке 2.2.5, несложно заметить, что при больших (однако все же не сопоставимых с аналогичными значениями вне дефекта) значениях $|\kappa|$ распределение намагниченности оказывается близким к однородному в значительной части области дефекта: при $\kappa > 0$ неоднородность преимущественно сосредоточена в окрестности центра дефекта, а при $\kappa < 0$ – на его границе. Это позволяет сделать ряд приближенных аналитических оценок для структуры и энергии вихрей в указанных предельных случаях.

Если $\kappa > 0$, $|\kappa| \gg 1$, то третье соотношение в (2.2.23) можно с большой точностью заменить на $\alpha(r \rightarrow \infty) = 0$, соответствующим образом расширив область определения функции α , вид которой перестает зависеть от R . Тогда при увеличении радиуса R энергия (2.2.1) будет расти исключительно за счет изменения области интегрирования, причем поскольку на границе этой

области $\alpha \approx 0$, то $dE = A_i h \nabla \theta^2 2\pi R dR$. Интегрируя это соотношение и выражая R через κ , получаем:

$$E_D = 2\pi A_i h \left(C_k + \frac{1}{2} k^2 \ln \kappa \right). \quad (2.2.24)$$

Величины C_k являются безразмерными и не могут явно зависеть от κ , поэтому при каждом k они принимают некоторые фиксированные значения, которые можно определить с использованием численных методов. В частности, $C_1 = 1.57$, $C_2 = 0.96$.

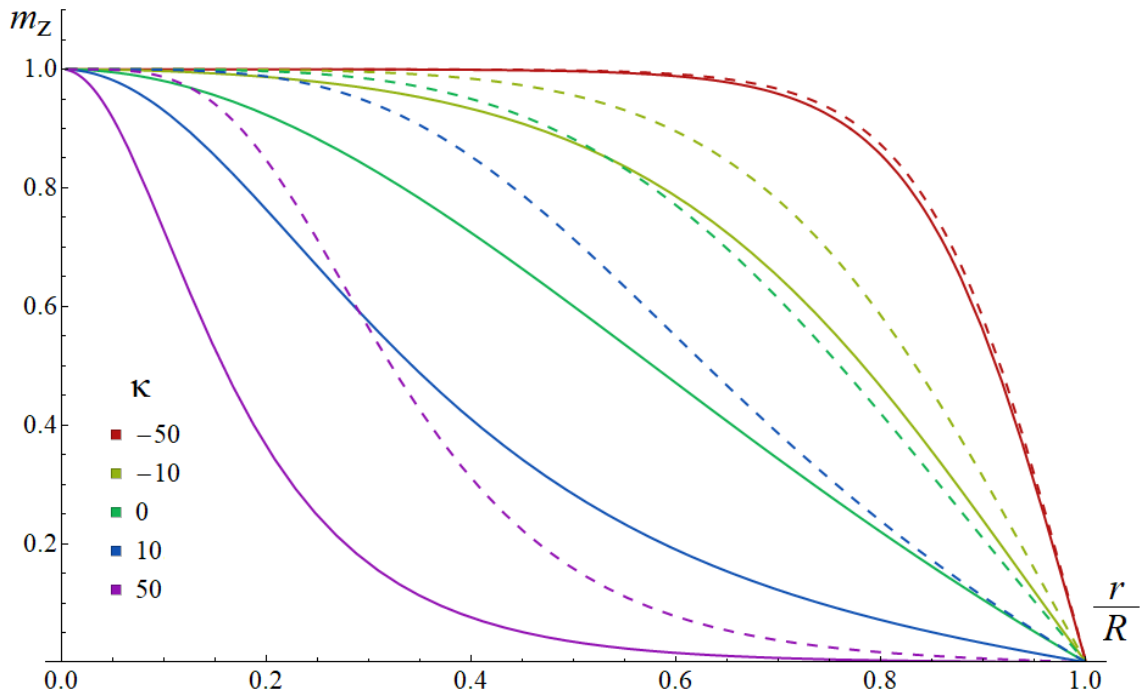


Рисунок 2.2.5 – Зависимость компоненты m_z вектора намагниченности, нормальной к плоскости пленки, от расстояния r до центра цилиндрического дефекта радиуса R при различных значениях нормированной константы одноосной анизотропии κ . Сплошными линиями показаны зависимости при $k = 1$, штриховыми – при $k = 2$

Если $\kappa < 0$, $|\kappa| \gg 1$, то в области, где неоднородность существенна, первое из соотношений (2.2.23) принимает следующий приближенный вид:

$$\frac{d^2 \alpha}{dr^2} + \frac{k^2 + |\kappa|}{R^2} \sin \alpha \cos \alpha = 0.$$

При этом второе соотношение в (2.2.23) можно заменить на $\alpha(r \rightarrow -\infty) = \pi/2$. Отсюда имеем:

$$\cos \alpha = \cosh^{-1} \left[\sqrt{k^2 + |\kappa|} \left(1 - \frac{r}{R} \right) \right]. \quad (2.2.25)$$

Из формулы (2.2.25), которая описывает распределение намагниченности внутри дефекта с анизотропией типа «легкая ось», видно, что требование сильной анизотропии для этого случая в действительности можно смягчить, заменив его условием $k^2 + |\kappa| \gg 1$, которое при больших значениях топологического заряда k выполняется автоматически. Этому соответствует то наблюдаемое на Рисунке 2.2.5 обстоятельство, что при одинаковых значениях k кривые, отвечающие $k = 2$, лежат выше кривых, отвечающих $k = 1$, и имеют заметный пологий участок вблизи центра дефекта.

Поскольку в изучаемой ситуации $\alpha \approx \pi/2$ в большей части области дефекта, главный член в разложении энергии (2.2.1) по степеням $|\kappa|$ представляет собой энергию анизотропии $K_i \pi R^2 h$. После вычитания K_i подынтегральное выражение (2.2.1) будет существенно отличаться от нуля только вблизи границы дефекта, вследствие чего при расчете получившегося интеграла можно воспользоваться формулой (2.2.25). С учетом этой поправки имеем:

$$E_D = 2\pi A_i h \left(\frac{1}{2} \kappa + 2\sqrt{k^2 + |\kappa|} - 2 \ln 2 \right). \quad (2.2.26)$$

На Рисунке 2.2.6 показаны зависимости энергии E_D от величины κ при различных значениях k , полученные в результате численного решения уравнения (2.2.23) и подстановки найденных решений в интеграл (2.2.1) (синие линии). Также на рисунке показаны асимптоты этих зависимостей, определяемые формулами (2.2.24) и (2.2.26) (зеленые линии). Несложно видеть тем самым, что рассмотренные приближения применимы в довольно широких диапазонах изменения $|\kappa|$. При этом при близких к нулю значениях $|\kappa|$ энергия E_D , как и следовало ожидать, может быть найдена из соотношения (2.2.20). Следует отметить, что все слагаемые в формулах (2.2.24) и (2.2.26)

дают существенный вклад в сумму: при попытке пренебречь любым из них согласие с результатами численного расчета на Рисунке 2.2.6 будет заметно ухудшаться.

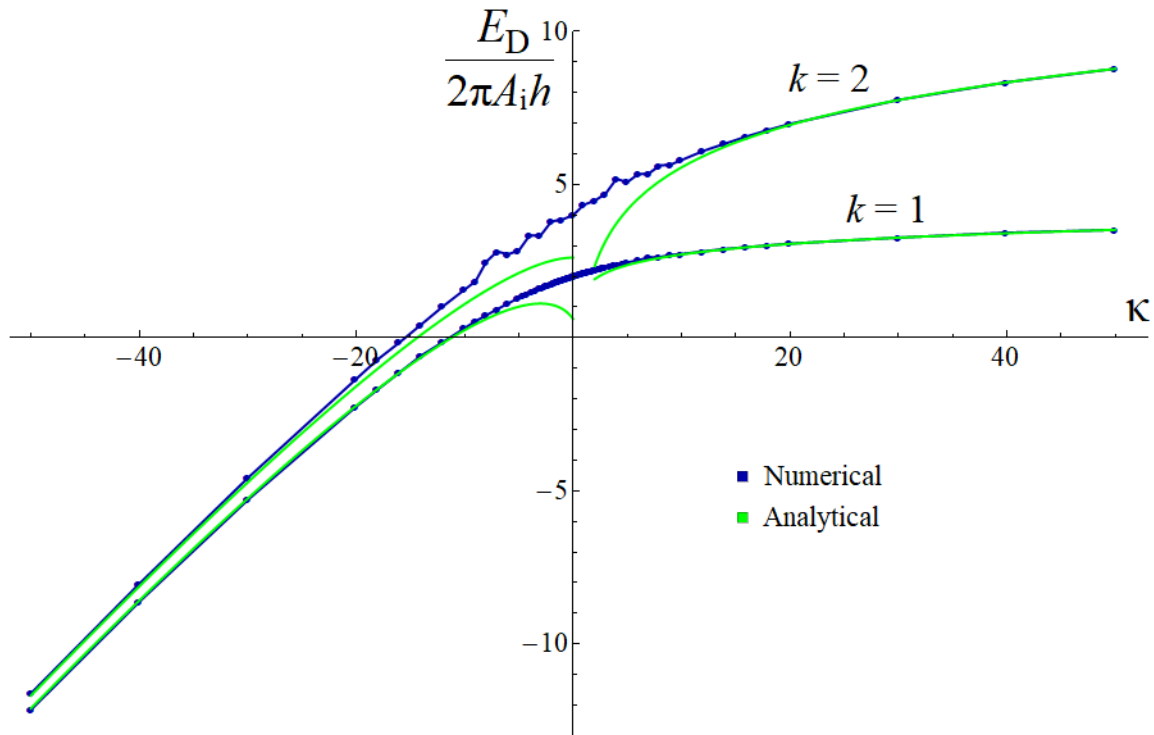


Рисунок 2.2.6 – Зависимость энергии E_D , локализованной в области цилиндрического дефекта, от величины нормированной константы одноосной анизотропии k при различных значениях топологического заряда k . Синими линиями показаны результаты численных расчетов, зелеными линиями – результаты применения явных формул, справедливых при больших абсолютных значениях k

2.2.7 Влияние конечной константы анизотропии вне области дефектов

Как уже отмечалось выше, в случае пленки, содержащей антидоты, плоская магнитная структура, наблюдаемая в образце с $K_e \rightarrow \infty$, может быть в неизменном виде реализована в образце с конечным значением константы K_e , поскольку такой структуре отвечает тривиальное решение $\alpha \equiv 0$, удовлетворяющее уравнению (2.2.3) при произвольных значениях параметров среды. Однако в случае пленки с искусственно созданными дефектами соотношение $\alpha \equiv 0$ будет строго выполняться вне области дефектов только при

условии $K_e \rightarrow \infty$. Если же значения K_e являются большими, но конечными, то вблизи внешней границы дефекта должен наблюдаться незначительный выход вектора намагниченности из плоскости образца.

Чтобы исследовать описанное явление количественно, вновь обратимся к модели изолированного дефекта, считая его на этот раз «идеальным» ($K_i = 0$). Тогда при ненулевом значении угла α на границе дефекта распределение намагниченности внутри его области должно описываться соотношением вида (2.2.22), в котором роль R играет несколько большая величина $(1 + \gamma)R$, то есть

$$\alpha = f\left(\left(\frac{r}{(1+\gamma)R}\right)^k\right), \quad (2.2.27)$$

где $\gamma \ll 1$. Вне области дефекта распределение может быть найдено из уравнения (2.2.3), которое вследствие малости угла α и больших значений K_e приобретает вид $\Delta\alpha = (K_e/A_e)\alpha$. Ограниченное при $r \rightarrow 0$ решение этого уравнения может быть представлено следующим образом:

$$\alpha = \mu B_0 \left(\sqrt{\frac{K_e}{A_e}} r \right), \quad (2.2.28)$$

где $\mu \ll 1$, а также введено обозначение $B_j(z)$ для модифицированной функции Бесселя второго рода, имеющей порядок j (отказ от традиционного обозначения $K_j(z)$ продиктован здесь стремлением избежать путаницы с константами анизотропии). Вследствие конечности величины K_e первое из условий сшивки (2.2.5) необходимо заменить следующей парой равенств:

$$\alpha|_{int.\Gamma} = \alpha_{ext.\Gamma}, \quad A_i \frac{\partial \alpha}{\partial n} \Big|_{int.\Gamma} = A_e \frac{\partial \alpha}{\partial n} \Big|_{ext.\Gamma}. \quad (2.2.29)$$

Подставляя выражения (2.2.27) и (2.2.28) в условия (2.2.29), с учетом малости величин γ и μ получаем:

$$\mu = \frac{|k|A_i}{A_e \rho B_1(\rho)}, \quad \gamma = \frac{\mu B_0(\rho)}{|k|} \approx \frac{A_i}{A_e \rho}, \quad (2.2.30)$$

где $\rho = \sqrt{\frac{K_e}{A_e}} R \gg 1$. Соотношения (2.2.27), (2.2.28) и (2.2.30) полностью определяют структуру вихря в изучаемой ситуации.

Энергию E_i , локализованную внутри области дефекта, можно вычислить, подставив решение (2.2.27) при $r < R$ в выражение (2.2.1). Тогда с учетом (2.2.30) имеем:

$$E_i = 4\pi A_i h |k| - 4\pi A_i h k^2 \gamma. \quad (2.2.31)$$

При $K_e \rightarrow \infty$ второе слагаемое в правой части (2.2.31) исчезает, что снова приводит к формуле (2.2.20). Вне области дефекта при $k \neq 0$ интеграл (2.2.1) расходится, так как плотность энергии содержит член $A_e \nabla \theta^2$, который отвечает за энергию (2.2.12) плоской структуры, получающейся при замене дефектов на антидоты. Вычитая этот член из подынтегрального выражения (2.2.1) и рассчитывая получившийся интеграл при $r > R$ с учетом (2.2.28) и (2.2.30), имеем следующую поправку E_e к энергии, обусловленную конечностью величины K_e :

$$E_e = 2\pi A_i h k^2 \gamma. \quad (2.2.32)$$

Таким образом, уменьшение константы анизотропии K_e приводит к росту энергии неоднородности вне области дефекта, что вполне ожидаемо. Тем не менее, из сравнения выражений (2.2.31) и (2.2.32) вытекает, что энергия, заключенная внутри дефекта, уменьшается при этом на величину, равную $2E_e$, а значит, общая энергия $E_D = E_i + E_e$ вихря, локализованного на дефекте, понижается. Данное обстоятельство позволяет существенно расширить границы применимости формулы (2.2.20), которая является одним из утверждений теоремы об эквивалентности подходов: независимо от того, является ли величина K_e бесконечной, эта формула дает для энергии дефекта корректную оценку сверху. Кроме того, отсутствие зависимости такой оценки от геометрии дефекта позволяет утверждать, что плоские магнитные структуры изучаемого типа действительно могут наблюдаться на практике для весьма широкого диапазона масштабов и форм дефектов, создаваемых в

образце. Противоположностью этой ситуации могла бы стать возможность резкого повышения энергии E_D при переходе от модельных условий к реальным, однако этого, как видим, не происходит ни при нарушении равенства $K_i = 0$ (что следует, например, из формулы (2.2.24), свидетельствующей о крайне медленном росте E_D при увеличении K_i), ни при отказе от соотношения $K_e \rightarrow \infty$.

В завершение приведем выражение для энергии цилиндрического дефекта, резюмирующее соотношения (2.2.31) и (2.2.32):

$$E_D = 4\pi A_i h |k| - \frac{2\pi A_i^2 h k^2}{R\sqrt{A_e K_e}}.$$

2.3 Устойчивость нетривиальных структур в пленках легкоплоскостных магнетиков

2.3.1 Постановка задачи

Рассмотрим ферромагнитную пленку, характеризующуюся параметром обменного взаимодействия A и постоянной малой толщиной h (в остальном геометрия образца может быть произвольной благодаря, например, наличию перфораций). Тогда с учетом одноосной анизотропии типа «легкая плоскость» полная энергия магнетика может быть записана в следующем виде:

$$E = \int \{A[(\nabla\alpha)^2 + \cos^2\alpha (\nabla\theta)^2] + K \sin^2\alpha\} h dS, \quad (2.3.1)$$

где интегрирование ведется по всей площади образца, K – абсолютная величина константы анизотропии, α – полярный угол, характеризующий выход вектора намагниченности из плоскости пленки, а θ – азимутальный угол, определяющий ориентацию проекции вектора намагниченности на эту плоскость. Влиянием размагничивающих полей мы здесь пренебрегаем.

Ясно, что при $K \rightarrow \infty$ требование минимальности энергии (2.3.1) приводит к $\alpha \equiv 0$, что соответствует образованию плоской структуры. При этом

$$E = E_0 = \int A (\nabla\theta)^2 h dS, \quad (2.3.2)$$

а значит, распределение намагниченности может быть найдено из уравнения Эйлера-Лагранжа для функционала (2.3.2). Несложно видеть, что оно представляет собой уравнение Лапласа с граничным условием, заключающимся в отсутствии нормальной составляющей градиента θ на всех границах области, занимаемой образцом:

$$\Delta\theta = 0, \quad \left. \frac{\partial\theta}{\partial n} \right|_{\Gamma} = 0. \quad (2.3.3)$$

С другой стороны, при $K = 0$ энергию (2.3.1), отвечающую какому-либо неоднородному распределению намагниченности с $\alpha \equiv 0$, можно монотонно уменьшить до нулевого значения, непрерывно изменяя α от 0 до $\pi/2$ одновременно во всех точках пленки. Конечное распределение намагниченности при этом окажется однородным с $\alpha = \pi/2$, и далее оно может быть переведено в однородное состояние с $\alpha = 0$ без изменения энергии. Очевидно, что близкие к этому сценарию непрерывные преобразования, в ходе которых энергия (2.3.1) монотонно уменьшается до своего абсолютного минимума $E = 0$, существуют и для малых значений K , отличных от нуля. Следовательно, при небольших величинах константы анизотропии любые плоские неоднородные структуры будут спонтанно перестраиваться в однородное состояние путем выхода вектора намагниченности из плоскости пленки с его последующим возвратом обратно в плоскость.

Таким образом, соотношения (2.3.3) и $\alpha \equiv 0$, формально отвечающие условиям экстремума функционала (2.3.1), не всегда задают его минимум: при больших значениях K минимальность действительно гарантируется, однако при малых значениях K минимуму соответствует только тривиальное решение уравнения Лапласа $\theta = \text{const}$. Поэтому для всех нетривиальных решений θ имеет смысл следующая задача: отыскать такое значение $K_{\min}$, что при всяком $K > K_{\min}$ выбранное распределение θ минимизирует функционал (2.3.1). В более широкой постановке это означает отыскание порогового значения $K = K_{\min}$, выше которого данная плоская неоднородная структура является

устойчивой относительно малых внешних воздействий, а ниже – теряет свою устойчивость.

2.3.2 Аналитический подход

Исследуем поведение функционала (2.3.1) при малых значениях функции α , которые рассматриваются как возмущение. Сохраняя не более чем квадратичные члены по α , имеем $E = E_0 + AhF$, где

$$F[\alpha] = \int \left\{ (\nabla \alpha)^2 + \left[\frac{K}{A} - (\nabla \theta)^2 \right] \alpha^2 \right\} dS. \quad (2.3.4)$$

Ясно, что достаточным условием минимума энергии (2.3.1) является положительная определенность квадратичной формы (2.3.4). Поскольку умножение α на постоянную величину не меняет знак (2.3.4), ограничимся рассмотрением функций α , нормированных условием

$$Q[\alpha] = \int \alpha^2 dS = 1. \quad (2.3.5)$$

Возможность такой нормировки вытекает из физического смысла α : функция, соответствующая реализуемой флуктуации, должна быть ограниченной и локализованной в пространстве. Далее введем неопределенный множитель Лагранжа λ и рассмотрим следующий функционал, значения которого совпадают с (2.3.4) для всех функций, нормированных условием (2.3.5):

$$\tilde{F} = F - \left(\frac{K}{A} + \lambda \right) (Q - 1).$$

Уравнение Эйлера-Лагранжа для него имеет следующий вид:

$$-\Delta \alpha + U \alpha = \lambda \alpha, \quad \left. \frac{\partial \alpha}{\partial n} \right|_{\Gamma} = 0, \quad (2.3.6)$$

где введено обозначение $U = -(\nabla \theta)^2$. Соотношения (2.3.6) представляют собой задачу на собственные значения λ типа стационарного уравнения Шредингера, которая в общем случае имеет смешанный спектр. Тогда, подставляя собственную функцию α , соответствующую λ , в выражение (2.3.4), с учетом (2.3.5) получаем: $F[\alpha] = \frac{K}{A} + \lambda$. Отсюда вытекает, что все экстремумы

функционала $\tilde{F}$ имеют вид $\frac{K}{A} + \lambda$, а значит, условие положительной определенности формы (2.3.4) выражается соотношением $K > K_{\min} = -A \lambda_{\min}$, где $\lambda_{\min}$ – наименьшее собственное значение (2.3.6).

Необходимо отметить, что некоторые оценки в отношении $K_{\min}$ могут быть сделаны и без решения задачи (2.3.6). В частности, из (2.3.4) следует, что форма $F[\alpha]$ заведомо является положительно определенной при $K > K_t = A \max(\nabla\theta)^2$. Кроме того, значение $F[\alpha]$ должно быть неотрицательным при $\alpha = \text{const}$, что приводит к соотношению $K > K_b = A \langle (\nabla\theta)^2 \rangle$, где угловыми скобками обозначено усреднение по площади образца. Отсюда имеем диапазон $K_b \leq K_{\min} \leq K_t$, знания которого может быть вполне достаточно для прикладных целей. Важное исключение составляет случай уединенных неоднородностей, когда энергия E_0 в (2.3.2) имеет фиксированное конечное значение, и величина K_b при увеличении размеров образца становится близкой к нулю, что делает оценку снизу неинформативной.

2.3.3 Численный подход

Несмотря на то, что аналитический подход, изложенный выше, достаточно обоснован, его применение на практике ограничивается случаями простейших распределений θ , при которых потенциал U в первом уравнении (2.3.6) обладает высокой симметрией. Для более сложных распределений решение этого уравнения уже не может быть получено в явном виде, что приводит к необходимости привлечения численных методов. Тем не менее, численное решение задачи на собственные значения в постановке, соответствующей (2.3.6), требует значительных вычислительных ресурсов, а применение вариационных методов для непосредственной оптимизации функционала (2.3.4) приводит к весьма приблизительным результатам из-за отсутствия надежных предпосылок к выбору пробных функций. Обойти эти затруднения удастся за счет перехода от континуального приближения к решеточной модели магнетика. При этом необходимо подчеркнуть, что такой переход не эквивалентен использованию грубой разностной схемы для решения задачи

(2.3.6): во-первых, в рамках решеточной модели принципиально иначе описывается обменное взаимодействие, что позволяет избежать эффектов, связанных с некорректным расчетом производных; во-вторых, результаты, полученные на решеточной модели, всегда имеют непосредственный физический смысл, в то время как использование грубых разностных схем иногда может приводить к наблюдению явлений, полностью объясняющихся накопленными в процессе вычислений ошибками.

Рассмотрим систему, состоящую из N спинов $s_1, \dots, s_N$, расположенных в узлах плоской квадратной решетки с периодом b , часть из которых вакантна. Представим энергию этой системы в следующем виде:

$$E = -\frac{1}{2}J \sum_{i,j} G_{ij} s_i s_j - J \sum_i s_i p_i + K_L \sum_i (s_i n)^2, \quad (2.3.7)$$

где J – обменный интеграл, $G_{ij} = 1$, если спины с номерами i и j расположены в соседних узлах решетки, и $G_{ij} = 0$ в противном случае, K_L – коэффициент, характеризующий интенсивность анизотропии в решеточной модели, $\mathbf{n}$ – единичный вектор нормали к плоскости решетки. Второе слагаемое в (2.3.7) введено для того, чтобы имитировать (если есть такая необходимость) бесконечную протяженность образца. Для этого будем считать, что за пределами области, занимаемой спинами $s_1, \dots, s_N$, имеются также и другие спины, направление которых зафиксировано. Тогда p_i представляет собой зафиксированный спин, соседний по отношению к s_i (при этом $p_i \perp \mathbf{n}$); если у спина s_i нет ближайших соседей вне области рассматриваемой системы, то будем условно полагать $p_i = 0$. Использование такой имитации оказывается крайне эффективным при исследовании уединенных неоднородностей (см. раздел 2.1), когда все p_i , отличные от нуля, равны одному и тому же вектору $\mathbf{p}$, характеризующему постоянное направление намагниченности в образце на большом удалении от неоднородности.

При $K_L \rightarrow \infty$ магнитная структура будет плоской, так что $\mathbf{s}_i = \mathbf{s}_i^{(0)} \perp \mathbf{n}$. Конкретные направления $\mathbf{s}_i^{(0)}$ могут быть найдены путем минимизации

выражения (2.3.7), при этом третье слагаемое в нем автоматически оказывается равным нулю, так что вид плоской структуры не зависит от значений J и полностью определяется геометрией системы. Такая минимизация легко осуществляется численно вследствие того, что все искомые направления спинов однозначно задаются углами их ориентации на плоскости (например, углами отклонения от $\mathbf{p}$). Как и в случае континуальной модели, при конечных значениях K_L найденная плоская структура по-прежнему будет соответствовать экстремуму функции (2.3.7). Чтобы выяснить, является ли этот экстремум минимумом, предположим, что каждый спин $\mathbf{s}_i$ отклонился от плоскости на малый угол α_i , так что $\mathbf{s}_i = \mathbf{s}_i^{(0)} \cos \alpha_i + \mathbf{n} \sin \alpha_i$. Тогда энергия (2.3.7) с точностью до квадратичных членов по α_i примет вид

$$E = E_0 + \sum_{i,j} \left(\frac{1}{2} J B_{ij} + K_L \delta_{ij} \right) \alpha_i \alpha_j, \quad (2.3.8)$$

где E_0 – энергия системы при $\alpha_i = 0$, δ_{ij} – символ Кронекера,

$$B_{ij} = \delta_{ij} \mathbf{s}_i^{(0)} \left(\mathbf{p}_i + \sum_k G_{ik} \mathbf{s}_k^{(0)} \right) - G_{ij}. \quad (2.3.9)$$

Для того чтобы плоская структура являлась устойчивой, квадратичная форма в правой части (2.3.8) должна быть положительно определенной, а значит, отвечающие ей собственные значения должны быть положительными. Это имеет место при выполнении следующего неравенства: $K_L > K_{L\min} = -J \lambda_{L\min}/2$, где $\lambda_{L\min}$ – наименьшее собственное значение матрицы B , элементы которой задаются соотношением (2.3.9).

Из сравнения выражений (2.3.1) и (2.3.7) следует, что $J \approx 2Ah$, $K_L \approx Khb^2$. Благодаря этому становится возможно использовать результаты, полученные численно в рамках решеточной модели, для определения граничного значения константы анизотропии: $K_{\min} \approx -A \lambda_{L\min}/b^2$. Разумеется, такое сопоставление будет тем точнее, чем меньше величина b , поэтому в тех случаях, когда изначальная постановка задачи является феноменологической, значение периода решетки b , казалось бы, целесообразно искусственно уменьшать,

одновременно масштабируя и другие параметры модели. Следует, однако, иметь в виду, что при этом число спинов будет расти по закону $N \sim b^{-2}$, а значит, число элементов матрицы B – по закону $N^2 \sim b^{-4}$. По этой причине выбор неоправданно малого b может существенно снизить производительность численных расчетов, что перечеркнет основные достоинства излагаемого подхода.

2.3.4 Эмпирический подход

Развитые выше методы существенно опирались на требование устойчивости плоской структуры относительно малых возмущений произвольной формы. Это требование, однако, можно смягчить, ограничившись устойчивостью относительно возмущений, принадлежащих определенному классу. В частности, вопрос устойчивости может рассматриваться в отношении вполне конкретного изменения, заключающегося, например, в выходе намагниченности из плоскости пленки на один и тот же малый угол либо во всех точках образца, либо в пределах какой-то его области. При этом, конечно, уже недостаточно проверять выполнение условия $E > E_0$ (в частном случае $\alpha = \text{const}$, как было показано ранее, такая проверка позволяет получить лишь грубую оценку снизу $K_{\min} \geq K_b$). Вместо этого необходимо рассматривать некий динамический процесс, в результате которого система может либо вернуться в исходное неоднородное состояние, что означало бы его устойчивость, либо перейти в состояние с однородным распределением намагниченности. На первый взгляд, такой подход также не избавлен от методической погрешности, приводящей к занижению оценки $K_{\min}$ из-за выбора конкретного вида начального возмущения. Покажем, тем не менее, что на практике значительное занижение маловероятно.

Для простоты изложения будем пользоваться решеточной моделью, хотя все последующие рассуждения легко переносятся и на континуальную модель. Тогда возмущенное состояние системы в произвольный момент условного

времени t описывается N -мерным вектором $\alpha(t)$, составленным из углов α_i . Пусть динамический процесс задан следующим уравнением:

$$\dot{\alpha} = -\frac{\partial E}{\partial \alpha}. \quad (2.3.10)$$

Подставляя сюда (2.3.8) и разлагая $\alpha(t)$ по ортонормированному базису, порожденному собственными векторами u_i матрицы B , имеем:

$$\dot{C}_i = -2\beta_i C_i, \quad \beta_i = \frac{1}{2}J\lambda_i + K_L, \quad (2.3.11)$$

где $C_i(t) = \alpha(t)u_i$, а λ_i – собственное значение, которому соответствует u_i . Решая уравнения (2.3.11) и подставляя результат в (2.3.8), получаем:

$$E = E_0 + \sum_i C_i(0)^2 \beta_i \exp(-4\beta_i t). \quad (2.3.12)$$

Несложно видеть, что при $K_L > K_{Lmin}$ все величины β_i являются положительными, вследствие чего энергия (2.3.12) с течением времени t постепенно приближается к значению E_0 , которое отвечает неоднородному состоянию. Такое же поведение, вообще говоря, может наблюдаться и при $K_L < K_{Lmin}$. Для этого необходимо, чтобы все $C_i(0)$, соответствующие отрицательным β_i , оказались нулевыми, то есть начальное возмущение $\alpha(0)$ должно быть ортогонально одному из векторов u_i . Ясно, что хотя такая ситуация теоретически и может возникнуть, на практике она будет наблюдаться крайне редко. При этом наиболее вероятной причиной реализации такого сценария окажется намеренный выбор симметричного в пространстве начального возмущения, вследствие чего какие-то из соотношений $\alpha(0) \perp u_i$ будут выполняться автоматически. Чтобы гарантированно избежать этого, достаточно всегда добавлять к $\alpha(0)$ небольшие случайные составляющие.

Далее будем полагать, что $C_i(0) \neq 0$, а значит, при $K_L < K_{Lmin}$ в правой части выражения (2.3.12) обязательно присутствуют отрицательные слагаемые, быстро растущие со временем по абсолютной величине. Наибольшим темпом роста при этом будет обладать слагаемое, отвечающее

наименьшему собственному значению $\lambda_{L\min}$ (соответствующий ему собственный вектор обозначим $\mathbf{u}_{\min}$). Более того, при приближении K_L к $K_{L\min}$ это слагаемое станет единственным, для которого $\beta_i = \beta_{\min} < 0$, а значит, согласно (2.3.11), все коэффициенты $C_i(t)$ за исключением $C_{\min}(t) = \alpha(t)\mathbf{u}_{\min}$ быстро затухнут, и будет иметь место следующее приближенное равенство:

$$\alpha(t) \approx C_{\min}(0) \exp(2|\beta_{\min}|t)\mathbf{u}_{\min}. \quad (2.3.13)$$

Полученное соотношение описывает начальный этап процесса перестроения неоднородной структуры, которая утратила устойчивость при уменьшении K_L , например, вследствие изменения температуры. При этом пространственное распределение угла выхода вектора намагниченности из плоскости пленки носит универсальный характер (практически не зависит ни от $\alpha(0)$, ни от K_L) и задается компонентами вектора $\mathbf{u}_{\min}$, который тем самым приобретает физический смысл. Тут следует оговориться, что в действительности динамика магнетика, конечно, не описывается уравнением (2.3.10); тем не менее, уравнение (2.3.10) является предельным случаем уравнения Ландау-Лифшица-Гильберта в угловых переменных при больших значениях параметра диссипации, что оправдывает его применение в рамках данного анализа.

Итак, значения энергии E при больших временах t позволяют довольно надежно судить об устойчивости неоднородной структуры: если $E < E_0$, то структура разрушилась в соответствии с законом (2.3.13), а значит, $K_L < K_{L\min}$; если же $E \approx E_0$, то структура устойчива, и $K_L > K_{L\min}$. Произведя серию численных экспериментов при различных K_L , можно тем самым установить граничное значение $K_{L\min}$, что и решает задачу. Слабое место такого эмпирического подхода заключается в сложности выбора времени наблюдения t . Дело в том, что хотя формула (2.3.13) и предполагает экспоненциальный рост амплитуды возмущения, величины $C_{\min}(0)$ и $|\beta_{\min}|$ могут оказаться столь малыми, что при данном t этот рост не успеет проявиться, и отличие E от E_0 будет незаметным. На Рисунке 2.3.1 показано, как в типичной ситуации меняется зависимость E от t при различных значениях K_L (в условных

единицах) и фиксированных значениях $C_i(0)$ в соответствии с соотношением (2.3.12). Несмотря на то, что в данном случае $K_{Lmin} = 1.0$, даже при $K_L = 0.8$ спад энергии E все еще остается незаметным на протяжении всего эксперимента, и к его окончанию можно считать, что $E \approx E_0$. Таким образом, использование эмпирического подхода все-таки приводит к незначительному занижению получаемых значений K_{Lmin} , однако лучшей точности всегда можно добиться путем удлинения интервала наблюдения.

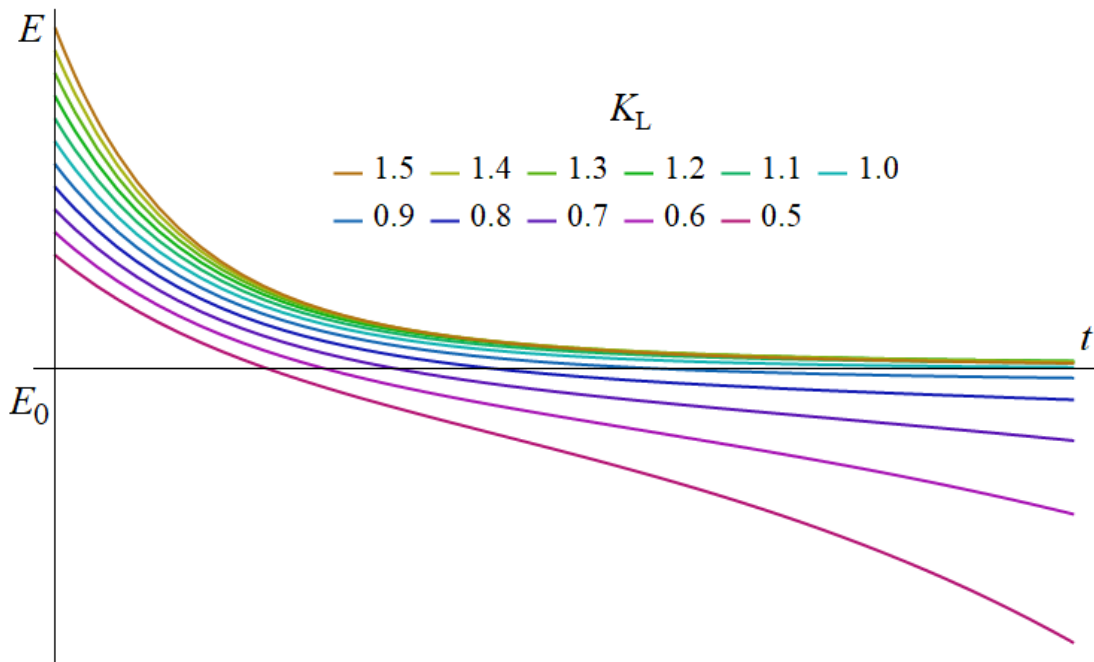


Рисунок 2.3.1 – Характер зависимости энергии системы E от времени t при различных значениях параметра K_L

Заметим, что процесс, задаваемый уравнением (2.3.10), фактически представляет собой минимизацию энергии E методом градиентного спуска. Это позволяет использовать для постановки численного эксперимента оптимизатор пакета микромагнитного моделирования OOMMF, автоматизируя подбор K_{Lmin} с использованием инструментов, предоставляемых оболочкой Ubermag.

2.3.5 Случай тонкой магнитной нити

Переходя к применению разработанных подходов на практике, для начала рассмотрим простейший случай образца, представляющего собой

вырезанную из пленки тонкую замкнутую нить длины L . Такой объект можно считать одномерным в том смысле, что направление намагниченности будет зависеть только от одной координаты x , которая отсчитывается вдоль нити. При этом из уравнения Лапласа (2.3.3) следует, что зависимость θ от x должна быть линейной. С другой стороны, для замкнутой нити имеет место условие $\theta(x + L) = \theta(x) + 2\pi k$, где произвольное целое число k играет роль топологического заряда. Следовательно, $\theta(x) = 2\pi kx/L + \text{const}$. Данное соотношение задает семейство плоских магнитных структур, которые являются неоднородными при $k \neq 0$.

Так как $(\nabla\theta)^2 \equiv (2\pi k/L)^2$, оценки K_b и K_t для граничного значения константы анизотропии совпадают между собой, что сразу приводит к выражению $K_{\min} = A(2\pi k/L)^2$. Как видим, стабилизация структур, характеризующихся большими значениями топологического заряда k , требует более сильной анизотропии. Данное обстоятельство является важным аргументом против применения на практике вихреподобных неоднородностей с $k \neq \pm 1$.

Частным случаем тонкой нити является тонкое кольцо радиусом $R = L/(2\pi)$. Тогда $K_{\min} = A(k/R)^2$. Из данного выражения можно заключить, что основным фактором, накладывающим ограничения на значения K , является геометрическая кривизна элементов пленки. В частности, не следует стремиться к уменьшению размеров используемых антидотов (хотя соответствующая модель весьма удобна для аналитических расчетов): именно в окрестности антидотов наименьшего радиуса будет начинаться процесс перестроения структуры магнетика при изменении K , приводящий к разрушению всей неоднородности.

2.3.6 Случай проколотого диска

Пусть теперь материал пленки заполняет область, ограниченную двумя концентрическими окружностями радиусами R и R_{ex} , так что $R \leq r \leq R_{\text{ex}}$, где введена полярная система координат (r, φ) . В отличие от тонкой нити, такой

проколотый диск является уже принципиально двухмерным объектом, однако решение уравнения (2.3.3) выглядит схожим образом: $\theta = k\varphi + \text{const}$. Следовательно, $(\nabla\theta)^2 = (k/r)^2$, откуда $K_t = A(k/R)^2$, а также $K_b/K_t = 2 \ln \rho/(\rho^2 - 1)$, где $\rho = R_{\text{ex}}/R$. Несложно видеть, что при росте ρ оценка K_b быстро становится неинформативной, поэтому для определения $K_{\min}$ с приемлемой точностью необходимо решить задачу на собственные значения (2.3.6), принимающую следующий вид:

$$-\Delta\alpha - (k/r)^2\alpha = \lambda\alpha, \quad \frac{\partial\alpha}{\partial r}(r = R) = 0, \quad \frac{\partial\alpha}{\partial r}(r = R_{\text{ex}}) = 0. \quad (2.3.14)$$

Поскольку нас интересует не весь спектр, а только наименьшее собственной значение $\lambda_{\min}$ задачи (2.3.14), будем считать, что α не зависит от φ . Тогда общее решение первого уравнения из (2.3.14) представляет собой линейную комбинацию модифицированных функций Бесселя $I_{ik}(\sqrt{-\lambda}r)$ и $K_{ik}(\sqrt{-\lambda}r)$ (здесь i – мнимая единица; под k здесь и далее понимается абсолютная величина топологического заряда, поскольку ясно, что рассуждения не зависят от его знака), подставляя которую в последние два условия (2.3.14), получаем:

$$W_k(k\rho\sqrt{c_k(\rho)}) = W_k(k\sqrt{c_k(\rho)}),$$

$$W_k(x) = \frac{K_{ik-1}(x) + K_{ik+1}(x)}{I_{ik-1}(x) + I_{ik+1}(x)}. \quad (2.3.15)$$

Здесь введено обозначение $c_k(\rho) = -\lambda(R/k)^2$, так что $K_{\min}/K_t = c_k(\rho)$. Наибольшие корни $c_k(\rho)$ уравнения (2.3.15) при различных значениях k и ρ могут быть найдены с помощью численных методов, что приводит к зависимости $K_{\min}/K_t$ от ρ , показанной на Рисунке 2.3.2.

Несложно видеть, что независимо от величины k имеет место соотношение $c_k(1) = 1$, которое объясняется вырождением проколотого диска в тонкую нить при $R_{\text{ex}} \approx R$. Кроме того, при больших значениях ρ все функции $c_k(\rho)$ выходят на горизонтальные асимптоты $c_k(\infty)$. Это связано с тем, что при $R_{\text{ex}} \rightarrow \infty$ образец представляет собой неограниченную пленку с одним

антидотом радиуса R . Для этого случая уравнение (2.3.15) можно привести к следующему более простому виду:

$$K_{ik-1}(k\sqrt{c_k(\infty)}) + K_{ik+1}(k\sqrt{c_k(\infty)}) = 0. \quad (2.3.16)$$

Выбирая наибольшие корни уравнения (2.3.16) для каждого из k , получаем: $c_1(\infty) = 0.102$, $c_2(\infty) = 0.284$, $c_3(\infty) = 0.402$ и т.д. Таким образом, в рассматриваемом случае оценка K_t дает наихудшее приближение для $K_{\min}$ при небольших значениях топологического заряда, причем при $k = 1$ имеет место ошибка на порядок. В то же время важно отметить, что $K_{\min}$ никогда не составляет менее 10% величины K_t , а поскольку на практике имеет смысл выбирать материалы, которые удовлетворяют соотношению $K > K_{\min}$ с некоторым запасом, то использование величины K_t вместо точного значения $K_{\min}$ является вполне уместным.

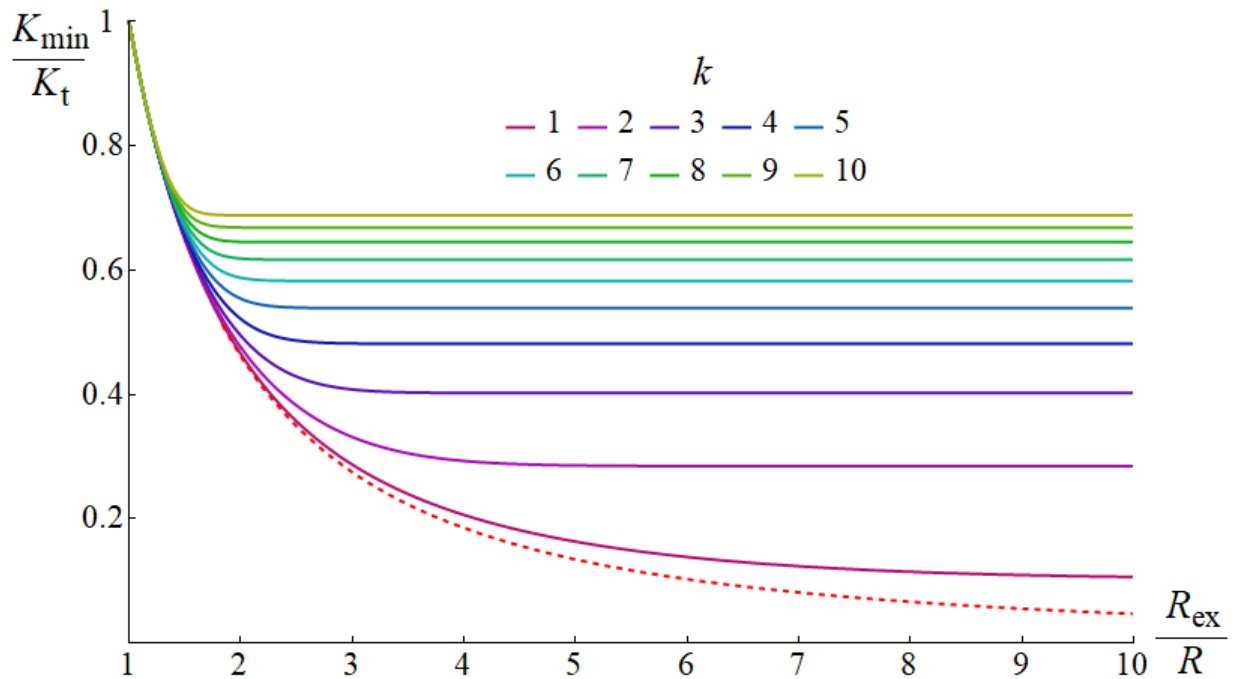


Рисунок 2.3.2 – Зависимость минимально допустимой величины константы анизотропии $K_{\min}$, нормированной на K_t , от отношения внешнего R_{ex} и внутреннего R радиусов проколотого диска при различных значениях топологического заряда k . Красной штриховой линией показана оценка снизу

$$K_b/K_t$$

Отдельный интерес представляет ситуация $R_{\text{ex}} \rightarrow \infty$, $R \rightarrow 0$, соответствующая пленке без антидотов, в которой, тем не менее, имеется неоднородная структура. Эта ситуация, разумеется, не может быть описана в рамках континуальной модели, поскольку плотность энергии в (2.3.2) оказалась бы сингулярной. Подобные решения, однако, могут появляться в решеточной модели и описывают, например, неоднородности типа квазичастиц, которые возникают в процессах перемагничивания образца, связанных с изменением топологии распределения намагниченности. Применяя в этой ситуации численный подход для сплошных квадратных решеток с N от 16^2 до 20^2 , что позволяет убедиться в отсутствии зависимости результата от выбранного размера решетки, имеем $K_{\min} \approx 0.938A/b^2$ при $k = \pm 1$ и $K_{\min} \approx 3.05A/b^2$ при $k = \pm 2$. Как видим, в обоих случаях $K_{\min}$ оказывается меньше $A(k/b)^2$ и принимает значения, близкие к этой величине. Сравнивая же полученные результаты с выражениями для $K_{\min}$, полученными в рамках континуальной модели, находим, что эффективные значения R , отвечающие естественным пустотам внутри решетки, равны $0.33b$ и $0.61b$ для $k = \pm 1$ и $k = \pm 2$ соответственно.

2.3.7 Случай пленки с двумя антидотами

Рассмотрим далее неограниченную пленку с двумя одинаковыми антидотами радиуса R , расстояние между центрами O_1 и O_2 которых равно a (Рисунок 2.2.1). В этом случае решение уравнения (2.3.3), отвечающее уединенной неоднородности, имеет вид $\theta = k(\varphi_1 - \varphi_2)$, где введены две независимые системы полярных координат (r_1, φ_1) и (r_2, φ_2) , направления $\varphi_1 = 0$ и $\varphi_2 = 0$ которых совпадают с лучом O_2O_1 , а центры связаны с точками C_1 и C_2 , принадлежащими отрезку O_1O_2 , причем $|O_1C_1| = |O_2C_2|$ и $|C_1C_2| = \sqrt{a^2 - 4R^2}$. На Рисунке 2.2.1. показано распределение намагниченности, соответствующее данному решению при $k = 1$; другие значения топологического заряда далее не рассматриваются.

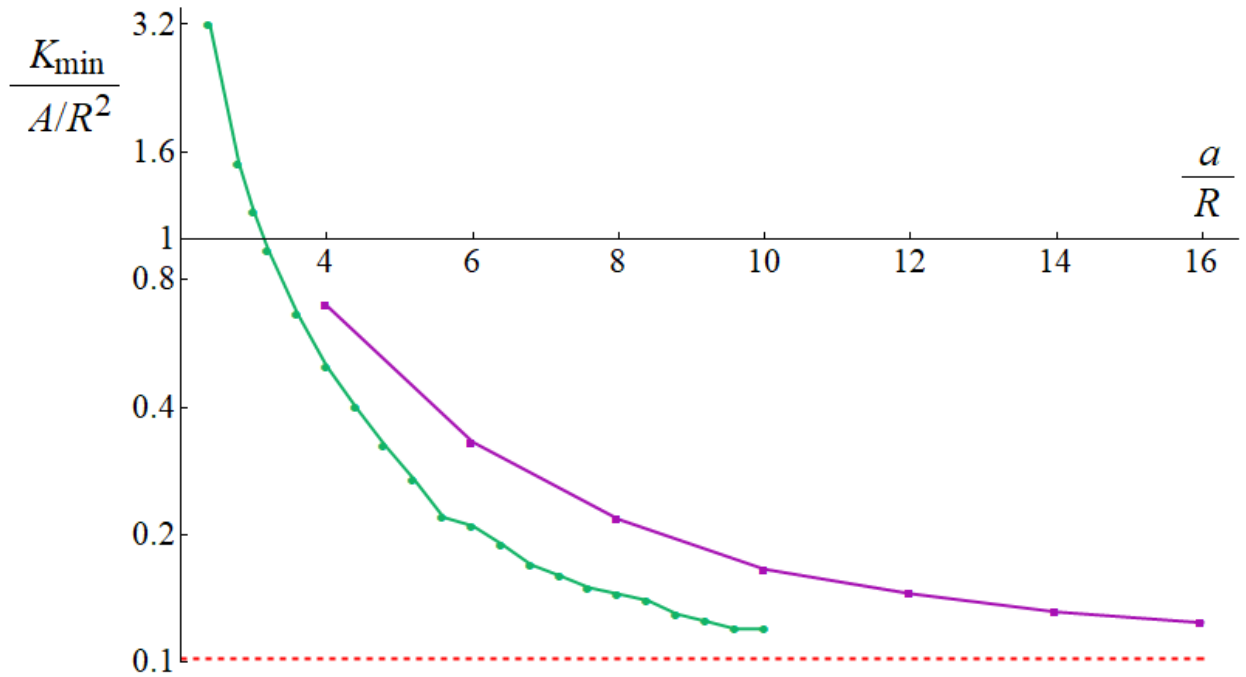


Рисунок 2.3.3 – Зависимость минимально допустимой величины константы анизотропии $K_{\min}$ от расстояния между центрами антидотов. Зеленой линией показаны результаты, полученные с помощью эмпирического подхода, лиловой – с помощью численного. Красной штриховой линией обозначено положение предполагаемой асимптоты обоих графиков. По оси ординат масштаб логарифмический

Несложно убедиться, что в изучаемой ситуации

$$(\nabla\theta)^2 = (|C_1 C_2|/(r_1 r_2))^2.$$

В области образца это выражение достигает максимума в точках F_1 и F_2 на краях антидотов. Вычисляя этот максимум, находим:

$$K_t = \frac{A}{R^2} \frac{a+2R}{a-2R}. \quad (2.3.17)$$

Несмотря на то, что полученная оценка, как будет ясно в дальнейшем, дает сильно завышенные значения для $K_{\min}$ (при этом оценка K_b вообще неинформативна), выражение (2.3.17) позволяет выявить важную особенность изучаемой системы. Заметим, что, согласно (2.3.17), K_t неограниченно растет не только при $R \rightarrow 0$ (это соответствует случаю антидотов малого размера,

который уже обсуждался выше), но и при $R \rightarrow a/2$, когда становится малым зазор $|F_1 F_2|$ между антидотами. Причина заключается в том, что при $|F_1 F_2| \rightarrow 0$ точки C_1 и C_2 также смещаются к краям антидотов, в пределе совпадая с F_1 и F_2 . Благодаря этому вся неоднородность сосредотачивается в малой области между антидотами, и кривизна, характеризующая магнитную структуру, становится большой, несмотря на конечную кривизну всех элементов самой пленки. Тем самым оценка сверху $A(k/R)^2$ для $K_{\min}$, где под R понимается наименьший радиус кривизны среди всех перфораций, все же носит не универсальный характер: чтобы избежать роста $K_{\min}$, необходимо выбирать не слишком малые значения как для размеров перфораций, так и для расстояний между ними. Конкретная количественная рекомендация следует при этом из выражения (2.3.17), которое при фиксированном a имеет точку минимума $R_m = a(\sqrt{5} - 1)/4 \approx 0.31a$. Отсюда следует, что для формирования наиболее устойчивой неоднородной структуры следует выбирать зазоры между антидотами, примерно равные их радиусу.

В случае распределения, показанного на Рисунке 2.2.1, применение аналитического подхода оказывается затруднительным, поэтому для определения $K_{\min}$ воспользуемся численным и эмпирическим подходами. Первый оказывается эффективным при сравнительно больших значениях a , когда антидот можно имитировать всего четырьмя вакантными узлами решетки, образующими квадрат; при этом приближенно полагаем $b = R$. В свою очередь эмпирический подход хорошо проявляет себя при небольших зазорах между антидотами, но с ростом a начинают сказываться ограничения, которые связаны с конечностью размеров образца, используемого при численном моделировании. Значения $K_{\min}$, рассчитанные на основе обоих подходов, приведены на Рисунке 2.3.3. При этом с целью устранения описанных выше недостатков эмпирического подхода динамический процесс, ограниченный 1000 итераций оптимизатора, был повторен при ограничении в 2000 итераций; полученные результаты находились в пределах незначительной погрешности. Как и ожидалось, при одних и тех же расстояниях a два подхода

привели к немного разным значениям $K_{\min}$, что объясняется как свойством эмпирического подхода, который немного занижает результат, так и в большей степени тем, что подходы опираются на различные физические модели. Тем не менее, в обоих случаях значения $K_{\min}$ при увеличении a стремятся к некоторой постоянной величине. Очевидно, положение такой горизонтальной асимптоты должно совпадать с $c_1(\infty) = 0.102$: при удалении антидотов друг от друга каждый из них становится уже изолированным антидотом, условия устойчивости для которых были изучены в предыдущем разделе.

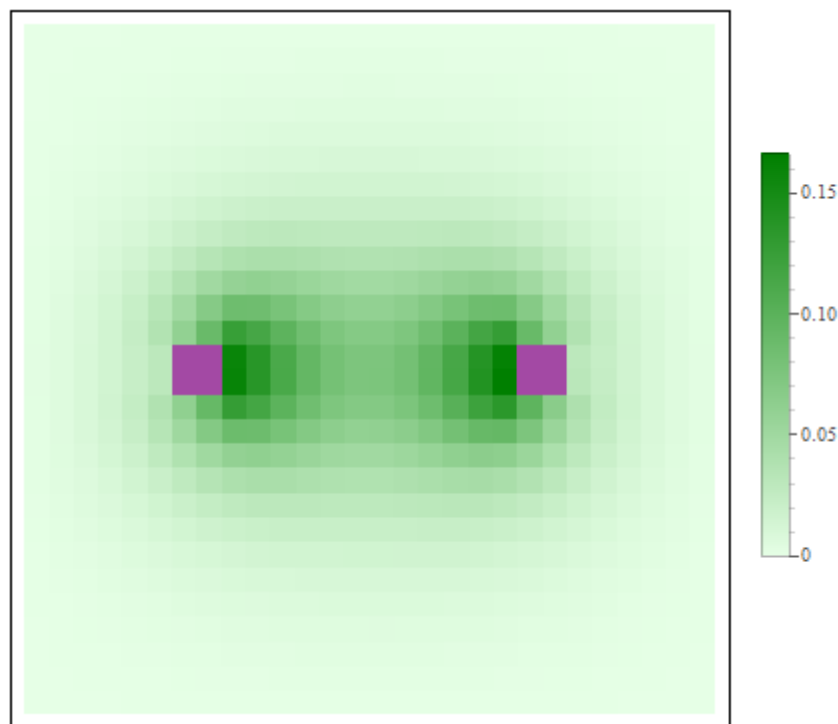


Рисунок 2.3.4 – Амплитуда угла выхода вектора намагниченности из плоскости пленки во всех ее точках в процессе разрушения плоской неоднородной структуры, утратившей устойчивость. Лиловыми квадратами обозначены положения антидотов

Помимо величины $K_{\min}$ численный подход позволяет также найти собственный вектор $\mathbf{u}_{\min}$ матрицы B . На Рисунке 2.3.4 приведено соответствующее ему типичное пространственное распределение амплитуды угла α , который определяет выход вектора намагниченности из плоскости пленки в процессе разрушения плоской структуры. Как видим, наибольшая

амплитуда наблюдается на краях антидотов в области между ними, то есть в точках F_1 и F_2 , показанных на Рисунке 2.2.1. Это вполне согласуется с той логикой, что разрушение неоднородной структуры, утратившей устойчивость, должно начинаться с областей, характеризующихся наибольшей кривизной, однако речь здесь идет опять же не о кривизне элементов самой пленки, а о кривизне наблюдаемой в ней магнитной структуры. Здесь неэквивалентность этих понятий снова оказывается существенной.

2.3.8 Оценки устойчивости для конкретных материалов

Как было показано выше, в случае пленки с двумя антидотами наилучшая устойчивость нетривиальных структур достигается при ширине зазора между антидотами, примерно равной их радиусу, то есть при выполнении условия $a \approx 3R$. Из Рисунка 2.3.3 видно, что при такой геометрии образца имеет место соотношение $K_{\min} \approx A/R^2$ (как и в случае тонкого магнитного кольца при $k = 1$). При известных значениях материальных параметров магнетика это соотношение можно рассматривать как ограничение на минимально допустимые радиусы антидотов, при которых в образце возможно формирование устойчивых неоднородных структур, а именно:

$$R_{\min} = \sqrt{A/K}. \quad (2.3.18)$$

В таблице 2.3.1 приведены значения $R_{\min}$, вычисленные для трех соединений, в состав которых входит кобальт. Наличие сильной кристаллической анизотропии типа «легкая плоскость» в этих материалах (предполагалось, что $A = 10^{-11}$ Дж/м) приводит к тому, что минимальные радиусы антидотов в пленках на их основе оказываются в пределах нескольких нанометров. Очевидно, этого вполне достаточно, чтобы покрыть все возможные случаи реального применения изучаемых магнитных структур.

Известно, что в тонких пленках влияние размагничивающих полей на магнитную структуру оказывается схожим с влиянием кристаллической легкоплоскостной анизотропии. Поэтому для материалов с большим

значением намагниченности насыщения M_s под величиной K в выражении (2.3.18) в действительности следует понимать эффективную константу анизотропии $K_{\text{eff}} = K + \mu_0 M_s^2/2$, где μ_0 – магнитная постоянная. Это приводит, например, к тому, что в пермаллоиде $\text{Ni}_{0.80}\text{Fe}_{0.20}$, где $K \approx 0$, но $M_s = 0.83$ МА/м, величина минимального радиуса антидота R_{min} оказывается сопоставимой с ранее рассмотренными соединениями (см. таблицу 2.3.1). Данное обстоятельство указывает на то, что наличие ярко выраженной кристаллической анизотропии не является необходимым условием для стабилизации нетривиальных плоских структур, и для их создания могут быть использованы недорогие и хорошо изученные магнитные материалы. Следует, однако, иметь в виду, что в этом случае сильные размагничивающие поля будут оказывать влияние также и на распределение намагниченности в плоскости пленки, конкурируя с обменным взаимодействием. Поэтому характерное значение плотности обменной энергии A/R^2 не должно быть малым в сравнении с $\mu_0 M_s^2/2$, что приводит к ограничению на допустимые значения R не только снизу, но также и сверху. Тем не менее, количественный анализ этой ситуации выходит за рамки данной работы и будет представлен отдельно в ближайшее время.

Таблица 2.3.1 – Минимально допустимые радиусы R_{min} антидотов, при которых нетривиальные плоские структуры оказываются устойчивыми в различных магнитных материалах

Материал	K (K_{eff}), Дж/м ³	R_{min} , нм
NdCo_5	$4 \cdot 10^7$	0.5
PrCo_5	$7 \cdot 10^6$	1.2
$\text{BaCo}_2\text{Fe}_{16}\text{O}_{27}$	$1.86 \cdot 10^5$	7.3
$\text{Ni}_{0.80}\text{Fe}_{0.20}$	$4.33 \cdot 10^5$	4.8

2.4 Выводы

Вышеизложенное позволяет сделать следующие выводы об основных свойствах вихреподобных неоднородностей, образующихся в ферромагнитных пленках с сильной одноосной анизотропией типа «легкая плоскость»:

- При наличии двух и более близкорасположенных перфораций в пленке могут формироваться долгоживущие уединенные неоднородности, представляющие собой топологически неэквивалентные состояния магнитной структуры. В частности, на паре перфораций могут локализовываться неоднородности преимущественно трех топологически различных типов. Эти неоднородности обладают сравнительно невысокой энергией, а также проявляют устойчивость относительно флуктуаций в связи с наличием значительного энергетического порога, который необходимо преодолеть для перевода магнитной структуры в другое состояние.
- Вихреподобные структуры того же типа могут формироваться также и в пленках с дефектами, в области которых наблюдается пониженная анизотропия. При этом распределение намагниченности вне области дефектов оказывается таким же, как и в случае перфорированных пленок той же геометрии.
- Условие сильной легкоплоскостной анизотропии, выполнение которого необходимо для стабилизации вихреподобных структур, преимущественно выражается соотношением вида $K > A(k/R)^2$. Данное соотношение можно рассматривать как ограничение снизу на допустимый размер перфораций. Тем не менее, в ряде материалов, включая пермаллои, перфорации вполне могут иметь нанометровые масштабы вплоть до радиусов 1-5 нм и даже менее.

3 Влияние размагничивающих полей на свойства неоднородных структур в легкоплоскостных материалах

3.1 Эффекты, обусловленные планарными компонентами размагничивающих полей

3.1.1 Влияние размагничивающих полей в случае одного антидота

Будем рассматривать ту же континуальную модель пленки, что и в разделе 2.1. Для того чтобы ввести в рассмотрение размагничивающие поля, добавим к энергии (2.1.1) магнитной пленки член следующего вида:

$$E_s = \int \Phi_s h dS, \Phi_s = -\frac{1}{2} \mathbf{H} \mathbf{M},$$

где $\mathbf{M}$ – вектор намагниченности в данной точке, а $\mathbf{H}$ – напряженность магнитного поля, которая удовлетворяет уравнениям Максвелла

$$\text{rot } \mathbf{H} = 0, \text{div}(\mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M}) = 0.$$

Следовательно, мы можем ввести вспомогательную функцию ψ , такую что

$$\mathbf{H} = -4\pi M_s \nabla \psi, \Delta \psi = \text{div } \mathbf{m}, \Phi_s = 2\pi M_s^2 \mathbf{m} \nabla \psi, \quad (3.1.1)$$

где M_s – намагниченность насыщения, а $\mathbf{m}$ – единичный вектор в направлении $\mathbf{M}$ (при этом внутри антидотов мы полагаем $\mathbf{m} = 0$).

Пусть пленка содержит один цилиндрический антидот радиусом R с центром в начале полярной системы координат (r, φ) . По-прежнему полагая, что влияние размагничивающих полей невелико в сравнении с обменным взаимодействием, будем считать, что распределение намагниченности внутри образца описывается тем же соотношением $\theta = k\varphi + \alpha$, $\alpha = \text{const}$, что и в случае энергии, выбранной в виде (2.1.1). Тогда с учетом выражения

$$\mathbf{m} = [-\sin(\theta - \varphi)\mathbf{e}_r + \cos(\theta - \varphi)\mathbf{e}_\varphi]\sigma(r - R),$$

где $\sigma(r)$ – функция Хевисайда, второе соотношение (3.1.1) принимает следующий вид:

$$\Delta\psi = -\sin(\theta - \varphi) \left[\frac{k}{r} \sigma(r - R) + \delta(r - R) \right],$$

где $\delta(r)$ – дельта-функция Дирака. Отсюда видно, что

$$\psi = \sin(\theta - \varphi) \begin{cases} f_i(r), r \leq R, \\ f_e(r), r > R, \end{cases}$$

причем неизвестные функции могут быть найдены из следующей системы уравнений:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f_i}{\partial r} \right) - \frac{(k-1)^2}{r^2} f_i = 0,$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f_e}{\partial r} \right) - \frac{(k-1)^2}{r^2} f_e = -\frac{k}{r},$$

$$f_e(R) = f_i(R), f'_e(R) - f'_i(R) = -1.$$

Кроме того, необходимо потребовать, чтобы значение $f_i(0)$ было конечным, а функция $f_e(r)$ возрастала при $r \rightarrow \infty$ как можно медленней. Решив полученные уравнения, мы далее можем найти плотность энергии внутри образца из третьего соотношения (3.1.1), а именно

$$\Phi_s = 2\pi M_s^2 \left[-\sin^2(\theta - \varphi) f'_e(r) + \cos^2(\theta - \varphi) (k-1) \frac{f_e(r)}{r} \right].$$

При $k=1$ значение этого выражения не зависит от угла φ ; при других значениях k его можно усреднить по значениям φ от 0 до 2π , так что

$$\langle \Phi_s \rangle = \pi M_s^2 \left[-f'_e(r) + (k-1) \frac{f_e(r)}{r} \right].$$

Конкретный вид функций $f_i(r)$ и $f_e(r)$, а также значения средней плотности энергии $\langle \Phi_s \rangle$ для всевозможных топологических зарядов k приведены в таблице 3.1.1. Несложно заметить, что ни в одном из случаев плотность энергии не зависит от расстояния r . Более того, если при $k=1$ использовать значение $\langle \Phi_s \rangle$, усредненное по углу α , или, что то же самое, значение при $\alpha = \pi/4$ (из Рисунков 2.1.2 и 2.1.3 видно, что это направление является вполне типичным), то можно считать, что соотношение $\langle \Phi_s \rangle = \pi M_s^2$ выполняется при

любых ненулевых значениях топологического заряда. По этой причине в случае системы нескольких антидотов плотность энергии размагничивающих полей в области самой системы также является приблизительно постоянной и равной πM_s^2 , если распределение намагниченности неоднородно.

Таблица 3.1.1 – Поведение размагничивающих полей в случае одного антидота

	$f_i(r)$	$f_e(r)$	$\langle \Phi_s \rangle$
$k < 0$	0	$\frac{1}{k-2} \left(r - \frac{R^{2-k}}{r^{1-k}} \right)$	πM_s^2
$k = 0$	$r/2$	$R^2/(2r)$	0
$k = 1$	$-R$	$-r$	$2\pi M_s^2 \sin^2 \alpha$
$k = 2$	0	$-r \ln(r/R)$	πM_s^2
$k > 2$	$\frac{1}{k-2} \frac{r^{k-1}}{R^{k-2}}$	$\frac{1}{k-2} r$	πM_s^2

3.1.2 Влияние размагничивающих полей в случае нескольких антидотов

Изучим поведение размагничивающих полей в случаях $N=2$ (Рисунок 2.1.2) и $N=4$ (третья неоднородность на Рисунке 2.1.3) на большом удалении от системы. При $r \gg a$ соотношения типа (2.1.2) приближенно дают

$$\theta = \frac{ka^n \sin n\varphi}{r^n}, \quad (3.1.2)$$

где $n=1$ для двух отверстий и $n=2$ для четырех. Заметим, что эта формула справедлива для отверстий произвольного размера, однако значение величины a в ней может несколько отличаться от расстояния между центрами отверстий при $N=2$ и стороны квадрата при $N=4$: в частности, для двух отверстий, размеры которых сопоставимы с расстоянием между ними, параметру a в (3.1.2) соответствует расстояние $|C_1 C_2|$ на Рисунке 2.2.1, а не $|O_1 O_2|$, что можно

учесть количественно посредством условий (2.2.14). Как и следовало ожидать, решения (3.1.2) удовлетворяют уравнению Лапласа. Подставляя их во второе соотношение (3.1.1), имеем:

$$\Delta\psi = \frac{nka^n \sin((n+1)\varphi - \theta)}{r^{n+1}}.$$

Пренебрегая в этом соотношении величиной θ и решая полученное уравнение, находим:

$$\psi = -\frac{ka^n \sin(n+1)\varphi}{4r^{n-1}}. \quad (3.1.3)$$

Подставляя это выражение в третье соотношение (3.1.1) и усредняя результат по углу φ , мы получаем следующее выражение для средней плотности энергии:

$$\langle\Phi_s\rangle = \frac{1}{4}\pi M_s^2 \frac{k^2 a^{2n}}{r^{2n}}. \quad (3.1.4)$$

Чтобы вычислить полную энергию E_s размагничивающих полей при $k = \pm 1$, необходимо проинтегрировать Φ_s по всему объему образца. Для этого будем считать, что плотность энергии определяется формулой (3.1.4) при $r > r_0$ и соотношением $\langle\Phi_s\rangle = \pi M_s^2$ при $r < r_0$, где значение параметра r_0 можно найти из соображений непрерывности $\langle\Phi_s\rangle$. Тогда для случая четырех отверстий имеем $r_0 = a/\sqrt{2}$ и $E_s = \pi^2 M_s^2 a^2 h$. В случае двух отверстий, однако, выражение (3.1.4) убывает при $r \rightarrow \infty$ недостаточно быстро, и интеграл по объему образца расходится. Этого можно избежать, ограничив область интегрирования условием $r < R_{ex}$, где R_{ex} имеет смысл характерного размера магнитной неоднородности с учетом факторов, выходящих за пределы рассматриваемой модели; тогда с учетом $r_0 = a/2$ получаем $E_s = \pi^2 M_s^2 a^2 h \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \ln \frac{2R_{ex}}{a} \right)$. Выражение в скобках имеет порядок 1 при всех практически реализуемых соотношениях R_{ex}/a (в частности, оно близко к 2 при значениях R_{ex}/a в диапазоне от 15 до 20), поэтому для обоих рассматриваемых значений N можно принять

$$E_s \sim \pi^2 M_s^2 a^2 h. \quad (3.1.5)$$

Сравнивая это выражение, например, с (2.2.16), приходим к выводу, что условием малости влияния размагничивающих полей на структуру изучаемых неоднородностей является соотношение $a \ll L$, где введено обозначение

$$L = \sqrt{\frac{A}{2\pi M_s^2}}.$$

Используя выражение (3.1.3), можно также оценить изменение распределения намагниченности (3.1.2), непосредственно обусловленное влиянием размагничивающих полей. Для этого заметим, что эффективное магнитное поле, соответствующее энергии $E + E_s$, имеет вид

$$\mathbf{H}_{eff} = \frac{2A}{M_s} \Delta \mathbf{m} + \mathbf{H},$$

вследствие чего уравнение Ландау-Лифшица в статическом случае

$$[\mathbf{H}_{eff} \times \mathbf{m}] = 0$$

с учетом первого соотношения (3.1.1) может быть записано следующим образом:

$$\Delta \theta = -\frac{1}{L^2} \left[\sin(\theta - \varphi) \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} + \cos(\theta - \varphi) \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right]. \quad (3.1.6)$$

Пользуясь теорией возмущений, будем искать решение уравнения (3.1.6) в виде $\theta = \theta_0 + \theta_1$, где невозмущенное распределение θ_0 задается формулой (3.1.2), а θ_1 представляет собой малую поправку первого порядка, обусловленную влиянием поля $\mathbf{H}$. Тогда, пренебрегая θ в правой части (3.1.6) и подставляя (3.1.3), имеем:

$$\Delta \theta_1 = \frac{ka^n}{4r^n L^2} [\sin n\varphi - n \sin(n+2)\varphi],$$

откуда $\theta_1 = \theta_{1m} + W\theta_0 + \theta_{1r}$, где

$$\theta_{1m} = \begin{cases} \frac{kar}{32L^2} [\sin 3\varphi + 4 \ln r \sin \varphi], n = 1, \\ \frac{ka^2}{32L^2} [\sin 4\varphi - 2 \sin 2\varphi], n = 2, \end{cases} \quad (3.1.7)$$

$W \ll 1$ – постоянная величина, а θ_{1r} – некое решение уравнения Лапласа, не содержащее слагаемых, пропорциональных θ_0 . Сравнивая (3.1.7) с выражением (3.1.2), можно заключить, что полученное решение имеет смысл только при условии $r \ll L$, когда $\theta_{1m} \ll \theta_0$; ясно, что это условие выполняется во всем объеме образца, если $R_{ex} \ll L$ (при этом соотношение $a \ll L$ также выполняется автоматически).

Довольно любопытным представляется вопрос о перераспределении обменной энергии в пространстве в связи с появлением поправки θ_1 . Локальное изменение плотности энергии равно

$$\Phi_{es} = A(\nabla\theta)^2 - A(\nabla\theta_0)^2 \approx 2A\nabla\theta_0\nabla\theta_1,$$

откуда $\Phi_{es} = \Phi_{esm} + \Phi_{es0} + \Phi_{esr}$, где

$$\Phi_{esm} = 2A\nabla\theta_0\nabla\theta_{1m}, \Phi_{es0} = 2AW(\nabla\theta_0)^2, \Phi_{esr} = 2A\nabla\theta_0\nabla\theta_{1r}.$$

Несложно заметить, что в области $a \ll r \ll L$ основной вклад в величину Φ_{es} дает первое слагаемое; усредняя его по углу φ , из (3.1.2) и (3.1.7) получаем:

$$\langle \Phi_{esm} \rangle = -\frac{1}{4}n\pi M_s^2 \frac{k^2 a^{2n}}{r^{2n}} = -n\langle \Phi_s \rangle.$$

Таким образом, воздействие размагничивающих полей приводит к снижению плотности обменной энергии (а при $n = 2$ – и плотности энергии в целом) на удалении от системы антидотов. В то же время функция θ_0 минимизирует функционал (2.1.1), а значит, интеграл Φ_{es} по всему объему образца должен быть равен нулю. Отсюда можно сделать вывод, что обменная энергия неоднородности перераспределяется в направлении ее центра, то есть неоднородность становится еще более локализованной. Поскольку, как несложно убедиться, $\langle \Phi_{esr} \rangle = 0$, то отрицательный вклад Φ_{esm} может быть скомпенсирован только за счет члена Φ_{es0} , порядок и знак которого во всех

точках пространства определяются коэффициентом W . Следовательно, $W \sim (a/L)^2$, причем $W > 0$, поэтому θ_0 входит в выражение для θ с коэффициентом $1 + W > 1$, что эквивалентно замене расстояния a в формуле (3.1.2) на несколько большее эффективное значение.

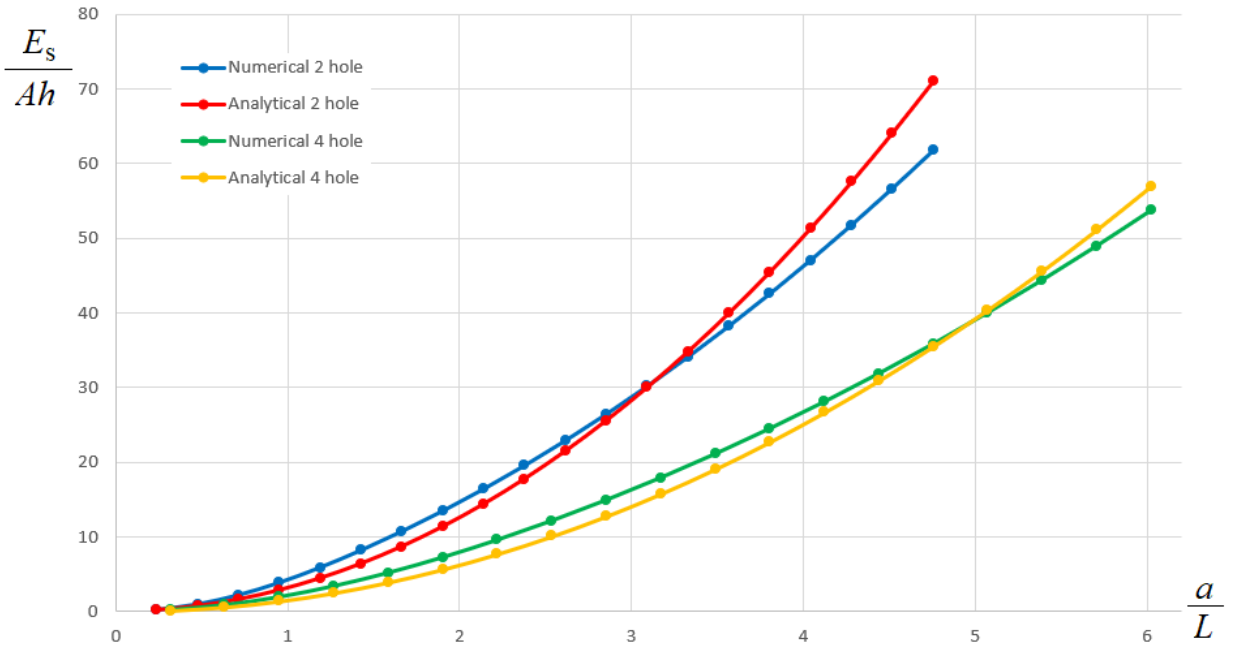


Рисунок 3.1.1 – График зависимости вклада E_s размагничивающих полей в энергию образца от характерного расстояния a для систем с двумя и четырьмя антидотами

Приведенные выше рассуждения основывались на предположении, что $a \ll L$, то есть влияние размагничивающих полей считалось относительно малым. В случаях, когда это соотношение не выполняется, расчет E_s можно осуществить посредством численного моделирования с использованием ООММФ. Вводя в рассмотрение размагничивающие поля и варьируя намагниченность насыщения M_s в диапазоне от 10^5 А/м до $2 \cdot 10^6$ А/м, получаем зависимости энергии E_s (рассчитанной как изменение полной энергии системы по сравнению с результатом соответствующего расчета энергии E без учета размагничивания) от отношения a/L , показанные на Рисунке 3.1.1 (синяя и зеленая линии). Для сравнения на том же рисунке приведены графики, отвечающие применению приближенной формулы (3.1.5), в которой выбран

множитель 2 для случая $N=2$ и множитель 1 для случая $N=4$ (красная и желтая линии). Несложно видеть, таким образом, что рассмотренное приближение позволяет получить неплохие количественные оценки в довольно широком диапазоне значений намагниченности насыщения.

3.2 Стабилизация вихреподобных структур, обусловленная анизотропией формы

3.2.1 Основные предпосылки

Рассмотрим тонкую ферромагнитную пленку постоянной толщины h , содержащую два цилиндрических антидота одинакового радиуса R , расстояние между центрами которых равно a (см. Рисунок 3.2.1). Тогда при наличии одноосной анизотропии вдоль оси Oz , которая нормальна плоскости пленки, для полной энергии образца (в системе СИ) имеем:

$$E = \int [\Phi_{ex} + \Phi_s + Km_z^2]hdS, \quad \Phi_s = -\frac{1}{2}\mu_0 M_s \mathbf{H} \mathbf{m}, \quad (3.2.1)$$

где интегрирование ведется по всей площади пленки за исключением областей, занимаемых антидотами, Φ_{ex} – плотность энергии обменного взаимодействия, K – абсолютная величина константы анизотропии, $\mathbf{H}$ – напряженность размагничивающих полей, $\mathbf{m}$ – единичный вектор намагниченности, M_s – намагниченность насыщения, μ_0 – магнитная постоянная.

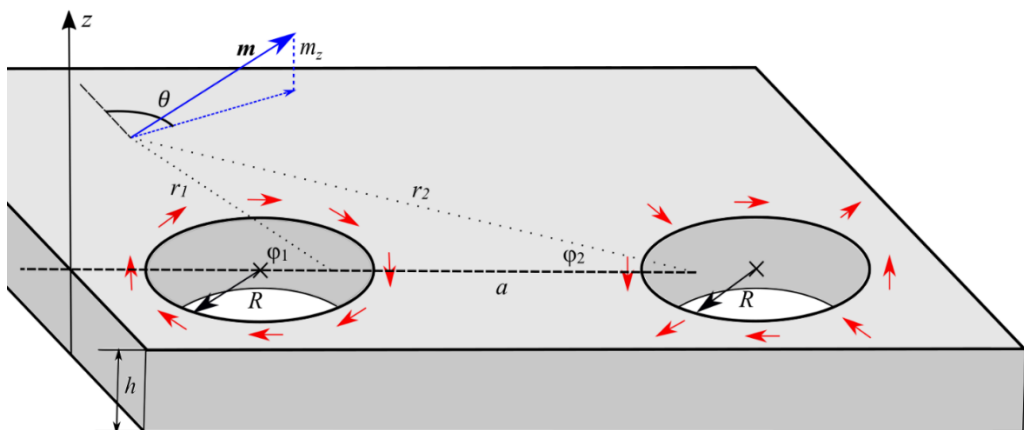


Рисунок 3.2.1 – Геометрия системы

Пусть для начала анизотропия типа «легкая плоскость» является сильной, а величина намагниченности насыщения невелика, так что

$$\mu_0 M_s^2 \ll A/a^2 < A/R^2 \ll K. \quad (3.2.2)$$

Тогда вектор $\mathbf{m}$ практически не будет выходить из плоскости пленки, так что $m_z \approx 0$. Кроме того, в этом случае, как показано в разделе 3.1, размагничивающие поля не будут оказывать существенного влияния на магнитную структуру, и величиной Φ_s в выражении (3.2.1) для энергии можно пренебречь, вследствие чего оно примет следующий вид:

$$E = \int \Phi_{ex} h dS, \quad \Phi_{ex} = A(\nabla\theta)^2, \quad (3.2.3)$$

где A – обменный параметр, θ – угол, определяющий ориентацию вектора $\mathbf{m}$ на плоскости (Рисунок 3.2.1). Уравнение Эйлера-Лагранжа, выражающее условие минимума функционала (3.2.3), представляет собой уравнение Лапласа $\Delta\theta = 0$. Для рассматриваемой геометрии системы оно имеет следующее решение:

$$\theta = k_1\varphi_1 + k_2\varphi_2, \quad (3.2.4)$$

где k_1, k_2 – произвольные целые числа, а также введены полярные системы координат (r_1, φ_1) , (r_2, φ_2) , центры которых совпадают с определенными точками в области антидотов (Рисунок 3.2.1). От конкретных положений этих точек, найденных в разделе 2.2.3, дальнейшие рассуждения не зависят. Величины k_1 и k_2 имеют смысл числа оборотов, совершаемых вектором $\mathbf{m}$ при обходе по часовой стрелке вокруг каждого из антидотов. Тем самым они представляют собой некие топологические инварианты, характеризующие в том числе и такие непрерывные распределения намагниченности с $m_z = 0$, которые не описываются формулой (3.2.4).

На большом удалении $r_1, r_2 \gg a$ от антидотов $r_1 \approx r_2 = r$, $\varphi_1 \approx \varphi_2 = \varphi$, так что из соотношения (3.2.4) имеем $\theta = (k_1 + k_2)\varphi$. Отсюда видно, что при $k_1 + k_2 \neq 0$ плотность обменной энергии $\Phi_{ex} \sim r^{-2}$, и интеграл в выражении (3.2.3) содержит логарифмическую расходимость. Следовательно, для всех физически реализуемых состояний системы должно выполняться

соотношение $k_1 + k_2 = 0$ (в этом случае $\Phi_{\text{ex}} \sim r^{-4}$, и значения энергии оказываются конечными). На Рисунке 3.2.1 схематически показано распределение намагниченности, отвечающее $k_1 = 1$, $k_2 = -1$ (красные стрелки); состояние с $k_1 = -1$, $k_2 = 1$, очевидно, получается из него зеркальным отражением; состояние с $k_1 = k_2 = 0$ является однородным. Поскольку однородное состояние системы тривиально, далее для определенности ограничимся изучением распределений, топологически эквивалентных распределению (3.2.4) с $k_1 = 1$, $k_2 = -1$.

Заметим, что при $\Phi_s = 0$ выполнение последнего из неравенств (3.2.2) на самом деле не является необходимым для того, чтобы найденные неоднородные распределения с $m_z = 0$ минимизировали функционал (3.2.1). Несложно проверить, что они удовлетворяют условию экстремума данного функционала при произвольных значениях K ; тем не менее, эти экстремумы приобретают характер минимумов только при $K > K_{\min}$. Конкретные значения величины $K_{\min}$ в зависимости от отношения a/R , которые в ряде случаев могут оказаться даже меньше A/R^2 , были получены в разделе 2.3. Тем не менее, требование выполнения условия $K > K_{\min}$ так или иначе означает, что для формирования вихреподобных объектов в области перфораций материал пленки должен обладать довольно сильной легкоплоскостной анизотропией. Так, приближенно полагая $K_{\min} \approx A/R^2$, для $A = 10$ пДж/м и $R = 5$ нм имеем $K_{\min} \approx 0.4$ МДж/м³. Материалы с $K > 0.4$ МДж/м³ действительно существуют (в частности, $K = 7$ МДж/м³ для PrCo_5 и $K = 40$ МДж/м³ для NdCo_5), однако являются весьма экзотическими. Выход из этого затруднения может быть найден благодаря тому известному факту, что в тонких пленках с большими значениями намагниченности насыщения влияние размагничивающих полей приводит к появлению эффективной одноосной анизотропии типа «легкая плоскость». Действительно, в тонких пленках требование непрерывности нормальной компоненты магнитной индукции на поверхности образца приводит к тому, что $H_z \approx -M_s m_z$, откуда

$$\Phi_s = \mu_0 M_s^2 m_z^2 / 2 + \Phi_{sp}, \quad (3.2.5)$$

где слагаемое Φ_{sp} отвечает вкладу плоскостных компонент размагничивающих полей, которые могут оказывать довольно заметное влияние на структуру неоднородностей с $m_z = 0$. Несложно видеть, что подстановка выражения (3.2.5) в энергию (3.2.1) эквивалентна замене Φ_s на Φ_{sp} , а константы K на ее эффективное значение $K_{eff} = K + \mu_0 M_s^2 / 2$. Отсюда резонно предположить, что условие устойчивости вихреподобных неоднородностей должно быть переписано в следующем виде: $K_{eff} > K_{min}$. Тогда в случае пермаллоя $Ni_{0.80}Fe_{0.20}$, намагниченность насыщения которого $M_s = 0.83$ МА/м, имеем $K_{eff} \approx 0.43$ МДж/м³ > 0.4 МДж/м³, то есть указанное условие оказывается выполненным. Данное обстоятельство явно свидетельствует о том, что неоднородные магнитные структуры интересующего нас типа могут наблюдаться не только в магнитных пленках с сильной кристаллической анизотропией, но также и в пермалловых пленках, где кристаллическая анизотропия практически отсутствует.

3.2.2 Результаты моделирования

Ограничивая дальнейший анализ случаем пленок пермаллоя, положим в выражении (3.2.1) $K = 0$. Тогда свойства пленки будут определяться всего двумя безразмерными параметрами: a/R и $\beta = \mu_0 M_s^2 R^2 / 2A$. При этом, однако, первое из неравенств (3.2.2) оказывается несовместным с условием $K_{eff} > K_{min}$, вследствие чего становится недопустимо пренебрегать как членом Φ_s в подынтегральном выражении (3.2.1), так и членом Φ_{sp} в (3.2.5). Это приводит к необходимости привлечения численного моделирования, для которого использовался пакет OOMMF. Расчеты проводились для образца в форме прямоугольного параллелепипеда размерами $200 \text{ нм} \times 100 \text{ нм} \times 10 \text{ нм}$ с антидотами радиусом $R = 10 \text{ нм}$; расстояние между центрами антидотов варьировалось в диапазоне от $a/R = 2.4$ до $a/R = 10$; варьирование параметра β достигалось изменением величины намагниченности насыщения M_s при постоянном значении A . Так как выбор однородного состояния системы в

качестве затравочного решения при минимизации энергии (3.2.1), очевидно, позволяет найти только распределения с $k_1 = k_2 = 0$, для нахождения неоднородных распределений намагниченности с $k_1 = 1, k_2 = -1$ использовался стохастический подход, при котором оптимизация повторяется многократно, начиная из различных случайно выбранных точек. При этом с целью контроля устойчивости получаемых структур затравочные решения с $m_z = 0$ намеренно искажались путем добавления небольшого случайного выхода вектора намагниченности из плоскости пленки, причем величина m_z выбиралась независимо для каждой из расчетных ячеек объемом 1 нм^3 .

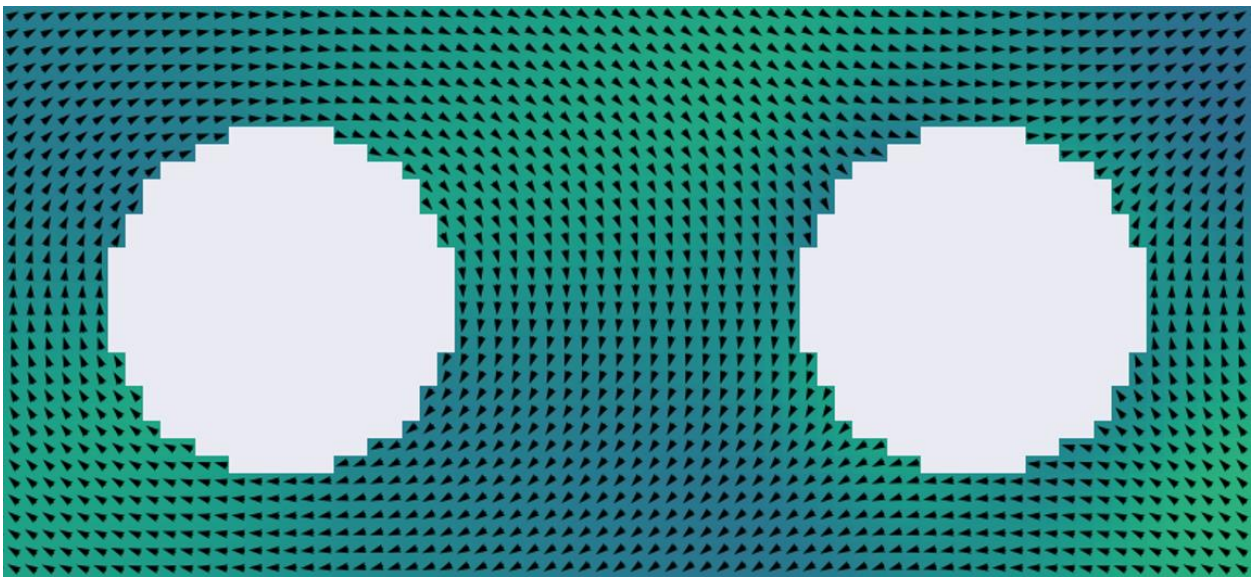


Рисунок 3.2.2 – Типичная структура устойчивой вихреподобной неоднородности. Стрелками показаны направления намагниченности в плоскости пленки. Выход намагниченности из плоскости практически отсутствует

На Рисунке 3.2.2 показано распределение намагниченности в образце при $a/R = 4, \beta \approx 10$ (для наглядности на рисунке приведен только фрагмент пленки). Несложно видеть, что в случае данного распределения действительно $k_1 = 1, k_2 = -1$: при обходе по часовой стрелке вокруг левого антидота вектор $\mathbf{m}$ совершает один полный оборот по часовой стрелке, а при обходе вокруг правого – против часовой стрелки. Заметим, однако, что некоторые отличия от распределения, определяемого формулой (3.2.4), все же имеются: судя по

Рисунку 3.2.1, намагниченность вблизи границы левого антидота во всех точках направлена почти по касательной к этой границе, так что наблюдаемая структура оказывается существенно неоднородной во всей окрестности антидотов. В то же время в случае пленки с сильной легкоплоскостной анизотропией и слабым влиянием размагничивающих полей магнитная неоднородность стремится к локализации лишь в небольшой области между антидотами, и на значительной части границ как левого, так и правого антидотов значение угла θ оказывается близким к нулю. Такая особенность структуры неоднородности в пленке пермаллоя объясняется стремлением системы к замыканию магнитного потока, по аналогии с образованием замыкающих магнитных доменов и разнообразных (в том числе и вихреподобных) структур блоховского типа. Это, вообще говоря, свидетельствует о том, что изучаемые нанообъекты обладают в пермаллоях меньшей локализованностью, чем в сильно анизотропных материалах. Тем не менее, данный недостаток, скорее всего, не перевешивает достоинства пермаллоев, указанные выше.

Область «А» диаграммы на Рисунке 3.2.3 показывает сочетания параметров a/R и β , при которых в результате численного моделирования были найдены устойчивые неоднородности изучаемого типа. Эта область ограничена двумя линиями (синие линии на Рисунке 3.2.3), так что при произвольном значении отношения a/R существуют минимально и максимально допустимые значения β . Также на диаграмму нанесены линии $\beta = \text{const}$ (зеленые штриховые линии), отвечающие параметрам пермаллоя $\text{Ni}_{0.80}\text{Fe}_{0.20}$ ($A = 10$ пДж/м, $M_s = 0.83$ МА/м) при нескольких фиксированных значениях R . Из анализа положения этих линий относительно области «А» можно сделать вывод, что вихреподобные неоднородности оказываются устойчивыми при произвольных практически реализуемых значениях расстояния a , если радиус антидотов R находится в диапазоне от 7 до 29 нм. Более того, в пленках, геометрия которых характеризуется значениями отношения a/R свыше 6, этот диапазон расширяется, и допустимыми

становятся значения R от 3 до 30 нм. Тем самым сделанная ранее грубая оценка, показывающая, что в пермаллое возможно наблюдение вихреподобных неоднородностей, локализованных на антидотах радиусом $R > 5$ нм, оказывается в целом верной. В то же время наличие оценки величины R не только снизу, но и сверху указывает на то, что в пермаллоях существуют такие сценарии потери устойчивости, которые не имеют аналога в материалах с кристаллической анизотропией типа «легкая плоскость» и потому требуют детального изучения.

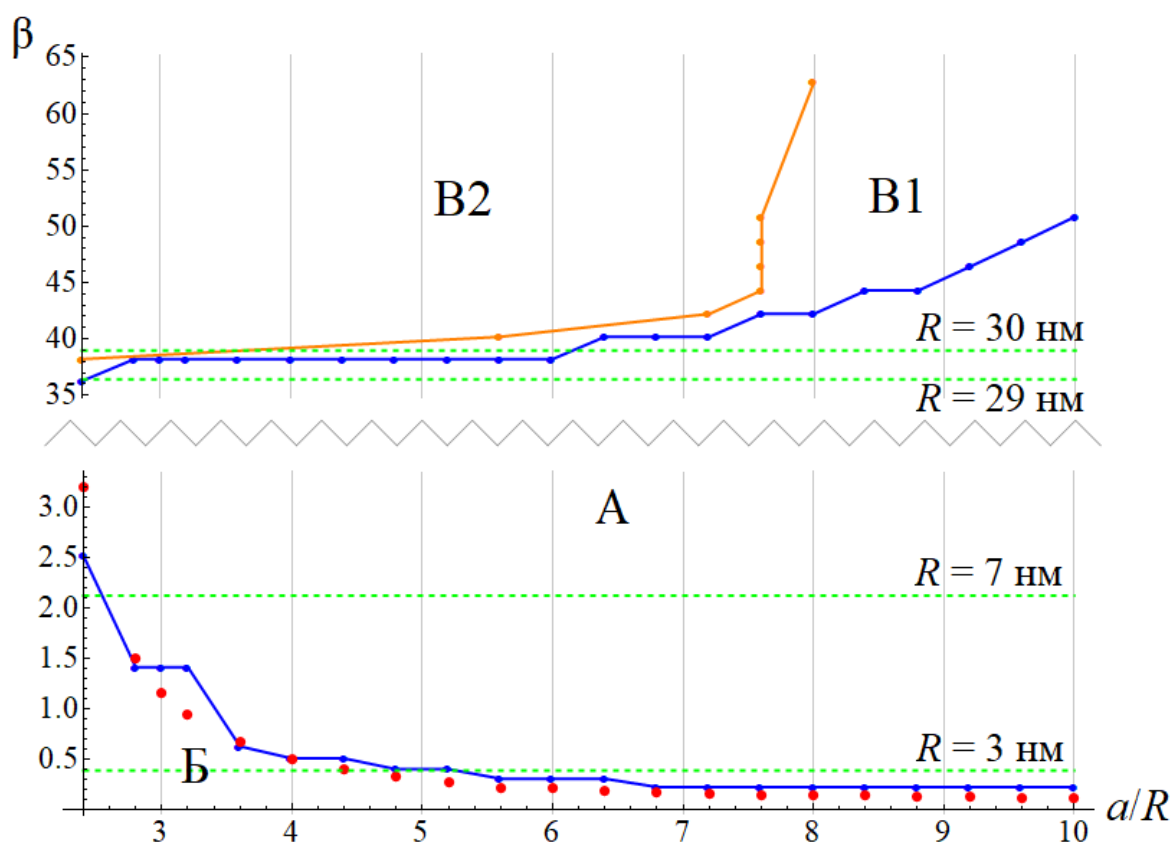


Рисунок 3.2.3 – Диаграмма устойчивости вихреподобной неоднородности в пермаллое. Синие линии – границы области «А», в которой неоднородность существует и устойчива. Оранжевая линия разделяет области «В1» и «В2», в которых различаются сценарии потери устойчивости. Зеленые штриховые линии показывают положение на диаграмме пленок пермаллоя с перфорациями различного радиуса R . Красные точки – значения $\beta = K_{\min} R^2 / A$, определяющие границу области устойчивости аналогичной неоднородности в магнетике с сильной кристаллической анизотропией

3.2.3 Сценарии потери устойчивости

Для начала рассмотрим область «Б» на Рисунке 3.2.3, в которой величина параметра β не достигает минимально допустимых значений. Неустойчивость неоднородных структур в этой области объясняется тем, что размагничивающие поля оказываются слишком слабыми, чтобы препятствовать выходу вектора намагниченности из плоскости пленки. В этом случае флуктуации, приводящие к появлению ненулевой компоненты m_z , будут, как правило, уменьшать не только энергию обменного взаимодействия, но также и энергию системы в целом. Ясно, что такие флуктуации будут прогрессировать, в результате чего система самопроизвольно перейдет в состояние, наиболее близкое к однородному ($k_1 = k_2 = 0$). При увеличении M_s , однако, появление флуктуаций будет сопровождаться не только уменьшением энергии обменного взаимодействия, но также увеличением энергии эффективной анизотропии, обусловленной первым слагаемым в правой части формулы (3.2.5). Таким образом, при достаточно больших значениях K_{eff} флуктуации уже не будут прогрессировать, и неоднородная структура стабилизируется, что соответствует переходу параметров образца в область «А» на Рисунке 3.2.3. Заметим, что описанный механизм стабилизации структуры никак не зависит от конкретной природы эффективной анизотропии, из-за чего следует ожидать, что положение границы между областями «А» и «Б» будет одинаковым как для пермаллоя, так и для материала с кристаллической легкоплоскостной анизотропией, если под параметром β понимать величину $K_{\text{eff}}R^2/A$. Данная гипотеза подтверждается сравнением с результатами расчетов K_{min} , произведенными в разделе 2.3 в рамках модели магнетика с сильной кристаллической анизотропией и слабым влиянием размагничивающих полей. Соответствующие этим расчетам значения $\beta = K_{\text{min}}R^2/A$ показаны на Рисунке 3.2.3 красными точками, которые и впрямь лишь незначительно отклоняются от синей линии, ограничивающей снизу область «А» в случае пермаллоя.

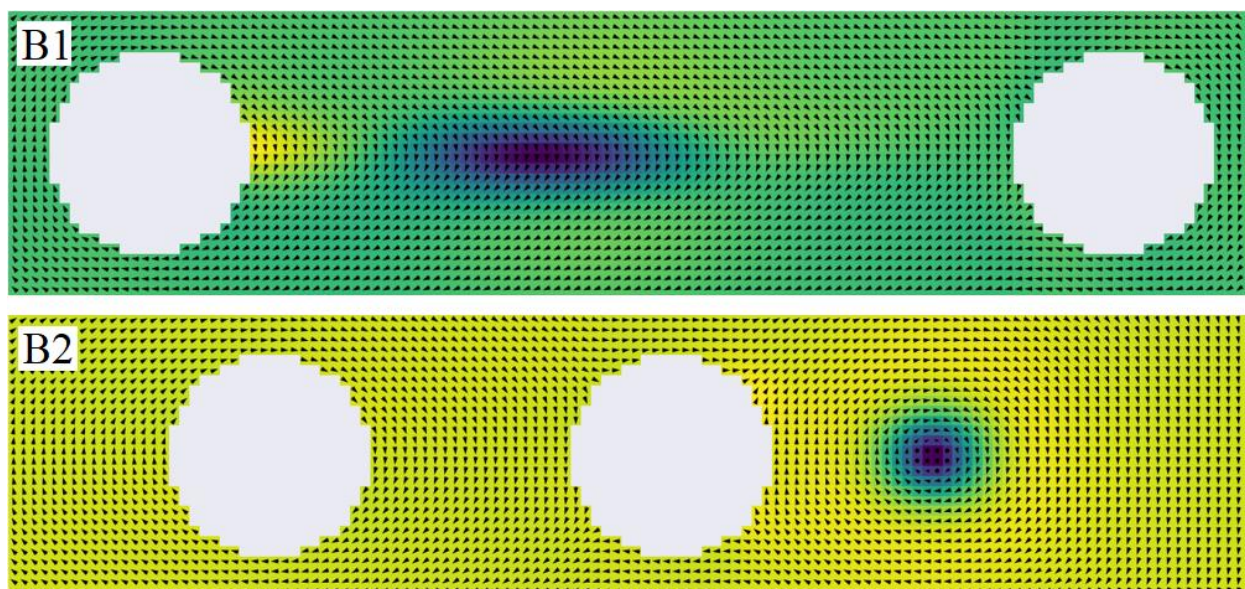


Рисунок 3.2.4 – Два сценария потери устойчивости в результате воздействия избыточно сильных размагничивающих полей ($\beta \approx 62.8$): сверху – через изменение топологии самой неоднородности ($a/R = 9.6$, наибольший выход вектора намагниченности из плоскости наблюдается в области синего цвета и не превышает 12°), снизу – через появление изолированного вихря ($a/R = 4$, в области синего цвета выход вектора намагниченности из плоскости достигает 90°)

Изучим далее верхнюю границу области «А». Переход через нее в направлении областей «В» означает достижение недопустимо больших значений M_s , то есть размагничивающие поля становятся слишком сильными. Разумно предположить, что разрушение структуры неоднородности в этом случае обусловлено замыканием магнитного потока в образце в целом, так как наличие нескомпенсированных магнитных зарядов на внешней границе образца может существенно увеличить энергию системы. При этом вектор $\mathbf{m}$ должен ориентироваться по направлению касательной к границе образца в каждой ее точке, что означает образование единого крупного вихря, занимающего весь объем магнетика. Очевидно, такая нелокализованная неоднородность будет характеризоваться довольно большими значениями обменной энергии, что и препятствует ее формированию в пленках, которым соответствуют точки, лежащие ниже областей «В» на диаграмме. Тем не менее,

в самих областях «В» обменное взаимодействие уже перестает играть определяющую роль, уступая вкладу члена Φ_{sp} в формуле (3.2.5), и появление единого вихря становится энергетически выгодным. Из этого рассуждения ясно, что положение границы между областями «А» и «В» может, вообще говоря, зависеть от конкретных размеров изучаемого образца, поэтому результаты численного моделирования, приведенные на Рисунке 3.2.3, носят лишь оценочный характер.

С математической точки зрения образование крупного вихря во всем объеме магнетика означает, что при обходе по часовой стрелке вдоль внешней границы образца вектор $\mathbf{m}$ должен совершать один полный оборот по часовой стрелке. Казалось бы, отсюда можно сделать вывод, что в областях «В» равенство $k_1 + k_2 = 0$ должно нарушаться, и его необходимо заменить условием $k_1 + k_2 = 1$, которое выполняется при $k_1 = 1, k_2 = 0$ (или $k_1 = 0, k_2 = 1$, что физически эквивалентно). И действительно, например, при $a/R = 9.6, \beta \approx 62.8$ распределение намагниченности в пленке будет выглядеть так, как показано на Рисунке 3.2.4 сверху (как и на Рисунке 3.2.2, на этом рисунке приводятся только фрагменты пленок). Несложно проверить, что при обходе вокруг правого антидота вектор $\mathbf{m}$ сильно отклоняется, однако так и не совершает полного оборота, вследствие чего $k_2 = 0$. Тем не менее, приведенный сценарий отнюдь не является универсальным. Так при том же значении $\beta \approx 62.8$, но при $a/R = 4$ распределение намагниченности будет иметь вид, показанный на Рисунке 3.2.4 снизу. Здесь, как и в случае устойчивой вихреподобной неоднородности, $k_1 = 1, k_2 = -1$, однако справа от антидотов наблюдается изолированный вихрь, в центре которого намагниченность направлена вдоль оси Oz. Расчеты показывают, что при реализации данного сценария изолированный вихрь всегда образуется на оси системы вблизи антидота с $k_2 = -1$, причем на противоположной стороне от антидота с $k_1 = 1$. При этом расстояние от центра вихря до соседнего антидота имеет порядок R и слабо зависит от расстояния a между антидотами (можно сказать, что вихрь

«вписывает» себя в кривизну распределения намагниченности, обусловленную антидотом с $k_2 = -1$).

Оранжевая кривая на Рисунке 3.2.3 отделяет область «В1», в которой неоднородность разрушается за счет перехода в состояние с $k_1 = 1$, $k_2 = 0$ (Рисунок 3.2.4 сверху), от области «В2», в которой структура неоднородности искажается за счет появления изолированного вихря (Рисунок 3.2.4 снизу). Несложно заметить, что при $a/R > 8$ преобладает первый сценарий, который, на первый взгляд, представляется более естественным. Однако при более практических значениях отношения a/R , не превышающих 5, область «В1» вырождается в узкую переходную зону между областями «А» и «В2», так что доминирующим становится второй механизм потери устойчивости, связанный с формированием изолированного вихря. Данное обстоятельство находится в хорошем соответствии с экспериментально наблюдаемым явлением, которое заключается в увеличении концентрации изолированных вихреподобных объектов в магнитных пленках после создания в них искусственных перфораций.

3.3 Трансформация неоднородных структур под действием нормальных компонент размагничивающих полей

3.3.1 Основные предпосылки

Будем рассматривать ферромагнитную пленку постоянной толщины h с сильной анизотропией типа «легкая плоскость», содержащую два сквозных цилиндрических отверстия одинакового радиуса R , как показано на Рисунке 3.2.1. Полная энергия такого образца может быть представлена в следующем виде:

$$E = \int [\Phi_{ex} + \Phi_s + Km_z^2] dV, \quad \Phi_s = -\frac{1}{2} \mathbf{H} \mathbf{M}, \quad (3.3.1)$$

где интегрирование ведется по всему объему образца (разумеется, за вычетом антидотов), Φ_{ex} — плотность энергии обменного взаимодействия, K — абсолютная величина константы анизотропии, $\mathbf{H}$ — напряженность

размагничивающих полей, $\mathbf{M}$ – вектор намагниченности, m_z – z -компонента единичного вектора $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M_s$ (величина $M_s = |\mathbf{M}|$ представляет собой постоянную намагниченность насыщения, ось z нормальна к плоскости пленки, вне области магнетика условно полагаем $\mathbf{m} = 0$). При этом напряженность $\mathbf{H}$ определяется из системы уравнений Максвелла:

$$\text{rot } \mathbf{H} = 0, \text{div}(\mathbf{H} + 4\pi\mathbf{M}) = 0.$$

Следовательно, можно ввести такую скалярную функцию ψ , что

$$\mathbf{H} = -4\pi M_s \nabla \psi, \Delta \psi = \text{div } \mathbf{m}, \Phi_s = 2\pi M_s^2 \mathbf{m} \nabla \psi. \quad (3.3.2)$$

Пусть для начала пленка не ограничена в направлении оси z (то есть, фактически, $h \rightarrow \infty$). Тогда рассматриваемая система является однородной в этом направлении, и функционал (3.3.1) имеет семейство экстремумов, которые характеризуются тем, что $m_z \equiv 0$, а функция ψ и угол θ , задающий ориентацию вектора $\mathbf{m}$ на плоскости (см. Рисунок 3.2.1), не зависят от координаты z . Ясно, что при достаточно больших значениях K эти экстремумы являются единственными минимумами энергии (3.3.1), а значит, все возможные магнитные структуры оказываются строго плоскими. Пусть, однако, область, занимаемая образцом, ограничена соотношением $|z| \leq h/2$. В этом случае функция ψ уже обязательно зависит от z вслед за $\text{div } \mathbf{m}$ в (3.3.2), что обуславливает появление ненулевой компоненты напряженности H_z . Ее вклад в z -компоненту эффективного магнитного поля $\mathbf{H}_{eff} = -\frac{\delta E}{\delta \mathbf{M}}$, не являющийся малым даже при $|m_z| \ll 1$, компенсируется вкладом анизотропии, который, согласно (3.3.1), равен $-2Km_z/M_s$ и также не является малым вследствие больших значений множителя K . Отсюда с учетом первого из соотношений (3.3.2) получаем:

$$m_z = -\frac{2\pi M_s^2}{K} \frac{\partial \psi}{\partial z}. \quad (3.3.3)$$

Из формулы (3.3.3) видно, что при $2\pi M_s^2 \ll K$ условие $|m_z| \ll 1$ выполняется автоматически (если, конечно, производная в правой части (3.3.3) не имеет

сингулярности, чего, как будет ясно из дальнейшего изложения, никогда не происходит). Следовательно, в рассматриваемых пленках конечной толщины магнитные структуры всегда являются почти плоскими. В этом случае для описания таких структур может быть корректно применена теория возмущений, когда функция ψ вначале вычисляется в предположении $m_z \equiv 0$, а затем подставляется в формулу (3.3.3), что и позволяет получить приближенные значения компоненты m_z во всех точках образца.

Пусть помимо $2\pi M_s^2 \ll K$ также имеет место соотношение $2\pi M_s^2 \ll |\Phi_{ex}|$ (заметим, что при этом выполнение условия $|\Phi_{ex}| \ll K$ не является обязательным). Тогда, как показано в разделе 3.1, распределение намагниченности в плоских структурах будет определяться в основном обменным взаимодействием, а влияние размагничивающих полей можно рассматривать как малое возмущение. Поэтому при расчете угла θ в нулевом приближении слагаемым Φ_s в (3.3.1) можно полностью пренебречь. При этом поправки к распределению намагниченности, определяемые формулой (3.3.3), будут иметь тот же (или даже более высокий) порядок малости, что и поправки к углу θ , появляющиеся в первом приближении теории возмущений. Таким образом, задачу исследования особенностей магнитной структуры, обусловленных конечной толщиной пленки, удастся свести к двум совершенно независимым подзадачам: вычислению угла θ в пределе $\Phi_s \rightarrow 0$ и нахождению функции ψ при известном распределении θ .

3.3.2 Плоские структуры при слабых размагничивающих полях

Ясно, что в пределе, когда размагничивающие поля не учитываются, угол θ не может зависеть ни от z , ни тем более от h . Тогда, полагая в (3.3.1) $m_z \equiv 0$, $\Phi_s \equiv 0$, имеем:

$$E = \int \Phi_{ex} h dS, \quad \Phi_{ex} = A(\nabla\theta)^2, \quad (3.3.4)$$

где A – обменный параметр. Уравнение Эйлера-Лагранжа для функционала (3.3.4), представляющее собой условие его минимума, имеет вид уравнения

Лапласа $\Delta\theta = 0$ с граничным условием, заключающимся в отсутствии нормальной составляющей $\text{grad } \theta$ на границах антидотов. Все решения этого уравнения, на которых интеграл (3.3.4) не расходится, имеют следующий вид:

$$\theta = k(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (3.3.5)$$

где k – произвольное целое число, а также введены цилиндрические системы координат (r_1, φ_1, z) , (r_2, φ_2, z) , центры которых связаны с определенными точками на оси симметрии системы (см. Рисунок 3.2.1). Эти точки отстоят друг от друга на

$$a = \sqrt{d^2 - 4R^2}, \quad (3.3.6)$$

где d – расстояние между центрами антидотов. Значению $k = 0$ соответствует однородное состояние магнетика, которое далее будем называть нейтральным. Состояние с $k = -1$ получается зеркальным отражением из состояния с $k = 1$, распределение намагниченности для которого схематически показано на Рисунке 3.2.1 (красные стрелки). Поскольку с точки зрения дальнейшего анализа случаи $k = \pm 1$ являются эквивалентными, условимся называть оба состояния заряженными. Состояния с $|k| > 1$ не представляют интереса, поскольку они обладают довольно высокой энергией.

На больших расстояниях от пары антидотов различие между введенными системами координат сглаживается, что приводит к единственной системе (r, φ, z) . Тогда из соотношения (3.3.5) при $r \gg a$ с точностью до знака имеем:

$$\theta_N = 0, \quad \theta_C = \frac{a \sin \varphi}{r}. \quad (3.3.7)$$

Здесь и далее индексом «N» отмечены величины, относящиеся к нейтральному состоянию, а индексом «C» - к заряженному. В обоих случаях $|\theta| \ll 1$ (как и должно быть для уединенных неоднородностей), откуда приближенно получаем:

$$\mathbf{m} = \mathbf{m}_0 + \theta(-\cos \varphi \mathbf{e}_r + \sin \varphi \mathbf{e}_\varphi), \quad (3.3.8)$$

где m_0 – постоянное значение m при $r \rightarrow \infty$, e_r, e_φ – орты. Подстановка (3.3.7) и (3.3.8) во второе из соотношений (3.3.2) приводит к следующим уравнениям:

$$\Delta\psi_N = 0, \quad \Delta\psi_C = \frac{a}{r^2} \sin 2\varphi. \quad (3.3.9)$$

Найдем решения этих уравнений, исходя из модели неограниченной пленки ($h \rightarrow \infty$); такие решения, не зависящие от z , будем обозначать ψ_0 , чтобы отличать их от ψ в общем случае.

Второе из уравнений (3.3.9) можно проинтегрировать непосредственно. Однако для нейтрального состояния системы необходимо явно учесть, что намагниченность терпит разрыв на границе каждого из отверстий: внутри отверстия $m = 0$, а снаружи $m = m_0$. Рассмотрим для начала один антидот, связав цилиндрическую систему координат с его центром. Тогда условие непрерывности нормальной составляющей индукции магнитного поля на границе антидота $r = R$ приводит к наличию скачка производной $\frac{\partial\psi}{\partial r}$ на этой границе, равного $\sin \varphi$. Непрерывное и ограниченное решение первого из уравнений (3.3.9), отвечающее указанному условию, имеет вид:

$$\psi = \begin{cases} -\frac{r}{2} \sin \varphi, & r \leq R, \\ -\frac{R^2}{2r} \sin \varphi, & r > R. \end{cases}$$

При больших значениях r отсюда можно перейти к случаю двух антидотов, умножив на 2 выражение, полученное для $r > R$. Таким образом, окончательно получаем:

$$\psi_{0N} = -\frac{R^2}{r} \sin \varphi, \quad \psi_{0C} = -\frac{a}{4} \sin 2\varphi. \quad (3.3.10)$$

3.3.3 Размагничивающие поля в пленках конечной толщины

Рассмотрим однородную вдоль оси z плоскую магнитную структуру, которая характеризуется заданным распределением $\theta(r)$, где r – радиус-вектор проекции точки пространства на плоскость $z = 0$. Пусть для этой структуры

известен вид функции $\psi_0(\mathbf{r})$, отвечающей модели пленки неограниченной толщины. Покажем, что в этом случае функция $\psi(\mathbf{r}, z)$ для пленки конечной толщины h может быть получена из $\psi_0(\mathbf{r})$ посредством универсального линейного преобразования.

Поскольку в области образца как ψ , так и ψ_0 удовлетворяют второму из соотношений (3.3.2) при одном и том же распределении $\mathbf{m}$, имеет место следующее равенство:

$$\Delta\psi = \begin{cases} \Delta\psi_0, & |z| < h/2, \\ 0, & |z| > h/2. \end{cases}$$

Отсюда, учитывая симметрию системы и требование ограниченности ψ при $|z| \rightarrow \infty$, получаем:

$$\psi = \begin{cases} \psi_0 + \int b(\mathbf{q}) \cosh qz e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} d\mathbf{q}, & |z| < h/2, \\ \int c(\mathbf{q}) e^{-q|z|} e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} d\mathbf{q}, & |z| > h/2, \end{cases} \quad (3.3.11)$$

где $b(\mathbf{q})$, $c(\mathbf{q})$ – некоторые неизвестные функции. Так как $m_z = 0$ во всех точках образца, на его границах $z = \pm h/2$ должны быть непрерывны как сама функция ψ , так и ее производная $\frac{\partial\psi}{\partial z}$. Поэтому, представляя функцию ψ_0 через Фурье-образ в виде

$$\psi_0 = \int p(\mathbf{q}) e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} d\mathbf{q}, \quad (3.3.12)$$

из соотношения (3.3.11) заключаем:

$$p(\mathbf{q}) + b(\mathbf{q}) \cosh \frac{qh}{2} = c(\mathbf{q}) e^{-\frac{qh}{2}},$$

$$b(\mathbf{q}) \sinh \frac{qh}{2} = -c(\mathbf{q}) e^{-\frac{qh}{2}}.$$

Решая данную систему линейных уравнений относительно $b(\mathbf{q})$, из (3.3.11) имеем следующее выражение для функции ψ внутри образца:

$$\psi = \int p(\mathbf{q}) \left[1 - e^{-\frac{qh}{2}} \cosh qz \right] e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} d\mathbf{q}.$$

Подставляя сюда $p(\mathbf{q})$ как результат обратного Фурье-преобразования, соответствующего (3.3.12), окончательно получаем:

$$\psi = \left(1 - \frac{1}{2}\hat{L}_{\frac{h}{2}-z} - \frac{1}{2}\hat{L}_{\frac{h}{2}+z}\right)\psi_0, \quad (3.3.13)$$

где линейный оператор $\hat{L}_w$ представляет собой свертку следующего вида:

$$\hat{L}_w\psi_0 = \int G(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1, w)\psi_0(\mathbf{r}_1)d\mathbf{r}_1, \quad G(\mathbf{r}, w) = \frac{w}{2\pi} \frac{1}{(w^2 + r^2)^{3/2}}. \quad (3.3.14)$$

Важной особенностью ядра $G(\mathbf{r}, w)$ свертки (3.3.14) является то, что его знаменатель не обращается в нуль ни в одной из точек плоскости, хотя появление сингулярных ядер весьма характерно для задач, связанных с учетом размагничивающих полей. Благодаря этому преобразование (3.3.13) обладает своего рода близкодействием: значение ψ в произвольной точке определяется поведением функции ψ_0 лишь в некоторой окрестности этой точки, причем характерный размер окрестности заведомо не превышает h . Тем самым, например, обеспечивается корректность вычисления ψ на основании асимптотических приближений типа (3.3.10): их низкая точность при небольших расстояниях r практически не может отразиться на значениях ψ , рассчитанных для $r \gg d$.

Заметим также, что преобразование (3.3.14) правильно нормировано: $\hat{L}_w 1 = 1$. Следовательно, при больших значениях параметра w хорошо локализованная функция ψ_0 будет «размазана» по плоскости, так что $\hat{L}_w\psi_0 \approx 0$. Поэтому при $h \rightarrow \infty$ соотношение (3.3.13) вырождается в $\psi = \psi_0$, чего и следовало ожидать. С другой стороны, при $w \rightarrow 0$ ядро $G(\mathbf{r}, w)$ становится близко к дельта-функции $\delta(\mathbf{r})$, а значит, $\hat{L}_w\psi_0 \approx \psi_0$. Отсюда можно было бы заключить, что при малой толщине пленки h из (3.3.13) следует $\psi = 0$, то есть влияние размагничивающих полей полностью исчезает. В действительности это лишь означает, что поведение функции ψ начинает существенно отличаться от поведения ψ_0 , а физические следствия этого различия могут быть самыми разнообразными. В частности, именно обсуждаемое обстоятельство является

ответственным за парадокс, заключающийся в близких значениях усредненной плотности энергии Φ_s в нейтральном и заряженном состояниях, который будет описан в дальнейшем.

3.3.4 Вспомогательные соотношения для расчета размагничивающих полей

В ряде случаев, включая и соотношения (3.3.10), функцию ψ_0 удастся представить в виде линейной комбинации термов $t_{nm} = \sin(n\varphi + \alpha)/r^m$, где n, m – целые числа, а α – произвольное вещественное число (в общем случае такая линейная комбинация может быть и бесконечной, например, если она получена разложением некоторой функции от φ в ряд Фурье). Поэтому целесообразно изучить результат воздействия оператора $\hat{L}_w$ на эти термы. Рассматривая интеграл (3.3.14), несложно убедиться, что

$$\hat{L}_w t_{nm} = f_{nm}\left(\frac{r}{w}\right) t_{nm}, \quad (3.3.15)$$

где $f_{nm}(s)$ – фиксированные функции. В то же время указанный интеграл сходится только при значениях m в диапазоне от -1 до 2 , причем если $n = 0$, то при $m = -1$ и $m = 2$ интеграл также расходится. Вид некоторых из функций $f_{nm}(s)$, отвечающих определению (3.3.15), приведен в таблице 3.3.1.

Во всех случаях, когда $f_{nm}(s)$ не совпадает с 1 тождественно, эта функция принимает нулевое значение при $s = 0$ и далее монотонно возрастает, асимптотически приближаясь к значению 1. Такое поведение функции отражает общие свойства оператора $\hat{L}_w$, которые обсуждались выше. Существенно, однако, что закон приближения к горизонтальной асимптоте оказывается неодинаковым для различных значений параметров n и m . Так в случае функций f_{01} и f_{12} этот закон оказывается квадратичным по s^{-1} . В остальных случаях он является линейным, так что

$$f_{nm}(s) \approx 1 - \frac{C_{nm}}{s}, \quad (3.3.16)$$

где C_{nm} – фиксированные константы.

Таблица 3.3.1 – Явный вид функций $f_{nm}(s)$. Знак ∞ означает, что для соответствующих значений параметров функция не существует

	$n = 0$	$n = 1$	$n = 2$
$m = -1$	∞	1	$\frac{2(1+s^2)^{3/2} - (2+3s^2)}{2s^3}$
$m = 0$	1	$\frac{(1+s^2)^{1/2} - 1}{s}$	$\frac{2+s^2 - 2(1+s^2)^{1/2}}{s^2}$
$m = 1$	$\frac{s}{(1+s^2)^{1/2}}$	$1 - \frac{1}{(1+s^2)^{1/2}}$	$\frac{2+s^2 - 2(1+s^2)^{1/2}}{s(1+s^2)^{1/2}}$
$m = 2$	∞	$\frac{s^3}{(1+s^2)^{3/2}}$	$1 - \frac{2+3s^2}{2(1+s^2)^{3/2}}$

Пусть функция ψ_0 с точностью до множителя представляет собой терм t_{nm} . Тогда формула (3.3.13) принимает следующий вид:

$$\psi = \left[1 - \frac{1}{2} f_{nm} \left(\frac{r}{h/2-z} \right) - \frac{1}{2} f_{nm} \left(\frac{r}{h/2+z} \right) \right] \psi_0. \quad (3.3.17)$$

Исследуем поведение полученной функции ψ при значениях $r \gg h$. Так как в этом случае аргументы функций в (3.3.17) велики, можно воспользоваться приближенным соотношением (3.3.16), откуда получаем:

$$\psi = \frac{c_{nm}h}{2r} \psi_0. \quad (3.3.18)$$

Заметим, что в формулу (3.3.18) никаким образом не входит координата z . Во-первых, это означает, что на удалении от уединенных неоднородностей размагничивающие поля становятся однородными вдоль оси z , хотя при этом и отличаются от тех, которые предсказала бы модель неограниченной пленки. Во-вторых, согласно (3.3.3), это обеспечивает отсутствие выхода вектора намагниченности из плоскости пленки при больших r , что вполне естественно:

вдали от антидотов магнитная структура оказывается не только однородной в смысле $\theta = \text{const}$, но еще и плоской.

Рассмотрим также другой предельный случай, когда $(h/2 - z) \ll r \ll h$, что соответствует небольшой области у поверхности пленки недалеко от центра системы. Тогда третье слагаемое в (3.3.17) оказывается малым, в то время как второе почти линейно зависит от z . Таким образом,

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} \approx -\frac{c_{nm}}{2r} \psi_0. \quad (3.3.19)$$

Данное соотношение примечательно тем, что в него не входит величина h . Следовательно, как размагничивающие поля, так и значения m_z на поверхности пленки оказываются примерно одинаковыми в образцах произвольной толщины. Это не противоречит тому наблюдению, что в модели неограниченной пленки магнитные структуры являются строго плоскими, поскольку при $h \rightarrow \infty$ постановка вопроса о распределении намагниченности вблизи поверхности образца становится некорректной. Тем не менее, указанная особенность является важным следствием развиваемой здесь теории пленок конечной толщины, демонстрирующим ее содержательность.

3.3.5 Магнитная структура в пленках конечной толщины

Развитый выше инструментарий позволяет полностью решить задачу отыскания пространственного распределения компоненты m_z в случае нейтрального и заряженного состояний. Действительно, согласно формулам (3.3.10), функция ψ_0 , которая характеризует размагничивающие поля в пленке неограниченной толщины, в указанных состояниях пропорциональна термам t_{11} и t_{20} соответственно. Следовательно, в силу (3.3.17) для пленки конечной толщины h имеем:

$$\begin{aligned} \psi_N &= -\frac{R^2}{r} \sin \varphi \left[1 - \frac{1}{2} f_{11} \left(\frac{r}{h/2-z} \right) - \frac{1}{2} f_{11} \left(\frac{r}{h/2+z} \right) \right], \\ \psi_C &= -\frac{a}{4} \sin 2\varphi \left[1 - \frac{1}{2} f_{20} \left(\frac{r}{h/2-z} \right) - \frac{1}{2} f_{20} \left(\frac{r}{h/2+z} \right) \right]. \end{aligned} \quad (3.3.20)$$

Полученные соотношения, в которые входит зависимость от всех трех пространственных координат r , φ и z , содержат исчерпывающую информацию о структуре размагничивающих полей. В частности, они позволяют определить напряженность $\mathbf{H}$ в произвольной точке пространства, используя первую из формул (3.3.2). Кроме того, подставляя (3.3.20) в формулу (3.3.3), получаем:

$$\begin{aligned} m_{zN} &= -\frac{2\pi M_s^2}{K} \left(\frac{R}{h}\right)^2 F_N \left(\frac{r}{h}, \frac{z}{h}\right) \sin \varphi, \\ m_{zC} &= -\frac{2\pi M_s^2}{K} \frac{a}{h} F_C \left(\frac{r}{h}, \frac{z}{h}\right) \sin 2\varphi. \end{aligned} \quad (3.3.21)$$

Явный вид функций F , входящих в выражение (3.3.21), является довольно громоздким и потому здесь не приводится. Эти функции представляют собой нормированную амплитуду зависимости величины m_z от угла φ . Зависимость F от r при различных фиксированных значениях z показана на Рисунке 3.3.1, а от z при фиксированных r – на Рисунке 3.3.2 (поскольку функция F , очевидно, является нечетной по аргументу z , график зависимости приведен только для $z \geq 0$).

Анализируя Рисунок 3.3.1, несложно заметить, что выход вектора намагниченности из плоскости пленки оказывается наибольшим у поверхности образца в непосредственной близости от центра системы, то есть в ситуации, которая описывается соотношением (3.3.19). Поскольку функция ψ оказывается при этом сингулярной, вопрос о наибольших значениях m_z , достигаемых по всему объему образца, не может быть решен в рамках построенной модели. Тем не менее, он может быть решен для произвольного зафиксированного значения $z \neq \pm h/2$, так как каждая из кривых на Рисунке 3.3.1 имеет ровно по одному максимуму. Положения $r/h = \gamma$ этих максимумов смещаются вправо при уменьшении z , причем вблизи плоскости симметрии пленки, когда $z \rightarrow 0$, величина γ не растет безгранично, а стремится к конечному пределу γ_0 . Чтобы в этом убедиться, разложим функцию F в ряд

по степеням z/h и отбросим все нелинейные члены. Тогда при $|z| \ll h$ приближенно получаем:

$$F_N\left(\rho, \frac{z}{h}\right) = \frac{z}{h} \frac{48\rho}{(1+4\rho^2)^{5/2}}, \quad F_C\left(\rho, \frac{z}{h}\right) = \frac{z}{h} \frac{1}{\rho^2} \left[1 - \frac{1+6\rho^2}{(1+4\rho^2)^{3/2}}\right]. \quad (3.3.22)$$

Ясно, что если при фиксированных значениях множителя z/h выражения (3.3.22) имеют максимумы, то эти максимумы расположены в точках $\rho = \gamma_0$. Отсюда путем прямых вычислений находим: $\gamma_{0N} = 0.25$, $\gamma_{0C} \approx 0.586$. Так как $\gamma \leq \gamma_0$ при произвольных значениях z , то найденные константы γ_0 , по сути, определяют границы области, в которой возможен рост компоненты m_z , в то время как вне этой области m_z начинает быстро убывать по мере удаления от системы. Таким образом, пространственные масштабы, на которых проявляется выход вектора намагниченности из плоскости пленки, оказываются одного порядка $r \sim h$ как для заряженного, так и для нейтрального состояния. В случае нейтрального состояния этот масштаб всего лишь вдвое меньше ($\gamma_{0C}/\gamma_{0N} \approx 2.3$), чем в случае заряженного.

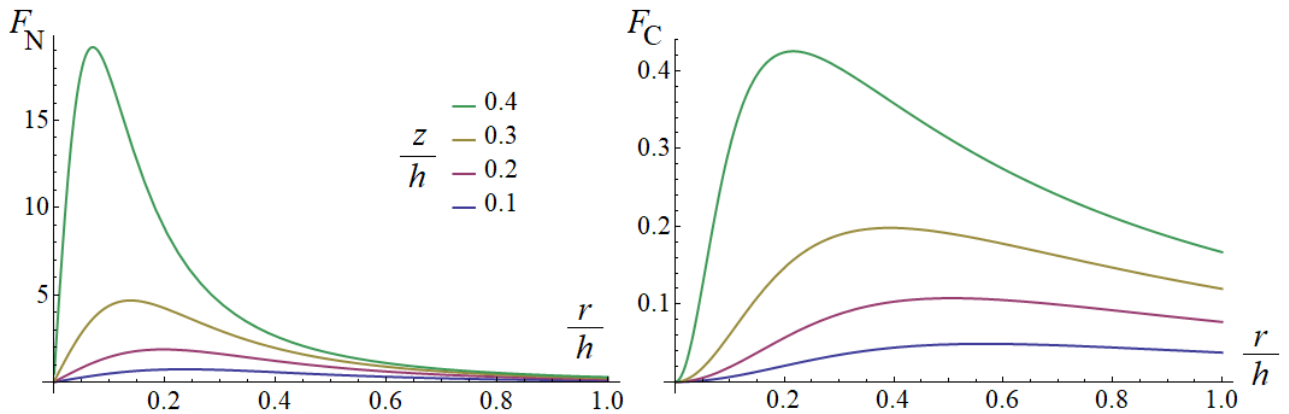


Рисунок 3.3.1 – Зависимость функции F от расстояния r . График слева относится к нейтральному состоянию, справа – к заряженному. Одинаковым цветам линий соответствуют одинаковые значения z для обоих графиков

Формулы (3.3.22) также объясняют поведение кривых на Рисунке 3.3.2, наблюдаемое в окрестности точки $z = 0$, где эти кривые имеют ненулевой наклон, причем угловой коэффициент ограничен сверху. Ясно, что наибольшим наклоном будут обладать кривые, отвечающие $r/h = \gamma_0$. Поэтому

должна иметь место оценка $F \leq F\left(\gamma_0, \frac{z}{h}\right) = D \frac{z}{h}$, где $D_N \approx 6.87$, $D_C \approx 0.47$. Тем самым обеспечивается довольно медленное изменение амплитуды компоненты m_z вблизи плоскости симметрии системы, так что становится корректным представление о наличии выхода вектора намагниченности из плоскости пленки как о краевом эффекте: внутри образца вдали от его поверхностей этот выход оказывается незначительным вне зависимости от величины r .

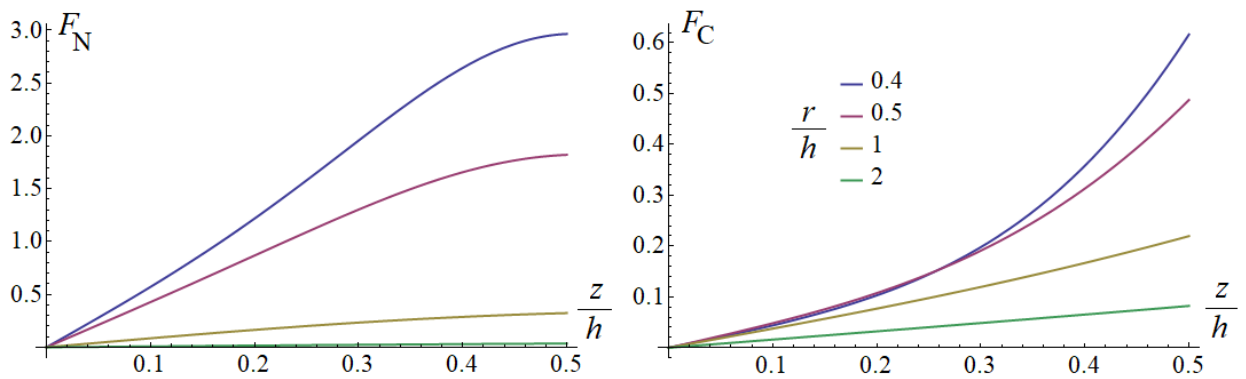


Рисунок 3.3.2 – Зависимость функции F от координаты z . График слева относится к нейтральному состоянию, справа – к заряженному. Одинаковым цветам линий соответствуют одинаковые значения r для обоих графиков

Наиболее существенное различие между пространственными распределениями компоненты m_z в нейтральном и заряженном состояниях вытекают из характера зависимости выражений (3.3.21) от угла φ . В нейтральном состоянии распределение оказывается симметричным относительно направления $\varphi = \pi/2$, причем при отражении системы относительно плоскости $\varphi = 0$, проходящей через центры антидотов, значение m_z в каждой точке меняется на противоположное. Таким образом, распределение компоненты m_z имеет форму «двулистника», как показано на Рисунке 3.3.3 слева. В заряженном состоянии распределение обладает уже центральной симметрией и имеет форму «четырёхлистника», как показано на Рисунке 3.3.3 справа. Оба распределения на рисунке наблюдаются в сечении пленки, незначительно отстоящем от плоскости симметрии образца, поэтому

значения m_z оказываются наибольшими по модулю в нескольких точках, расположенных на расстоянии $\gamma_0 h$ от центра системы (эти точки отмечены крестами). При смещении сечения в сторону поверхности пленки такие точки будут приближаться к центру вплоть до совпадения с ним на самой поверхности. Тем не менее, как видно из Рисунка 3.3.1, отношение γ_C/γ_N будет меняться при этом довольно незначительно (примерно в диапазоне от 2.3 до 3.1), так что картина сопоставления состояний, показанная на Рисунке 3.3.3, воспроизводится на качественном уровне в произвольных сечениях пленки.

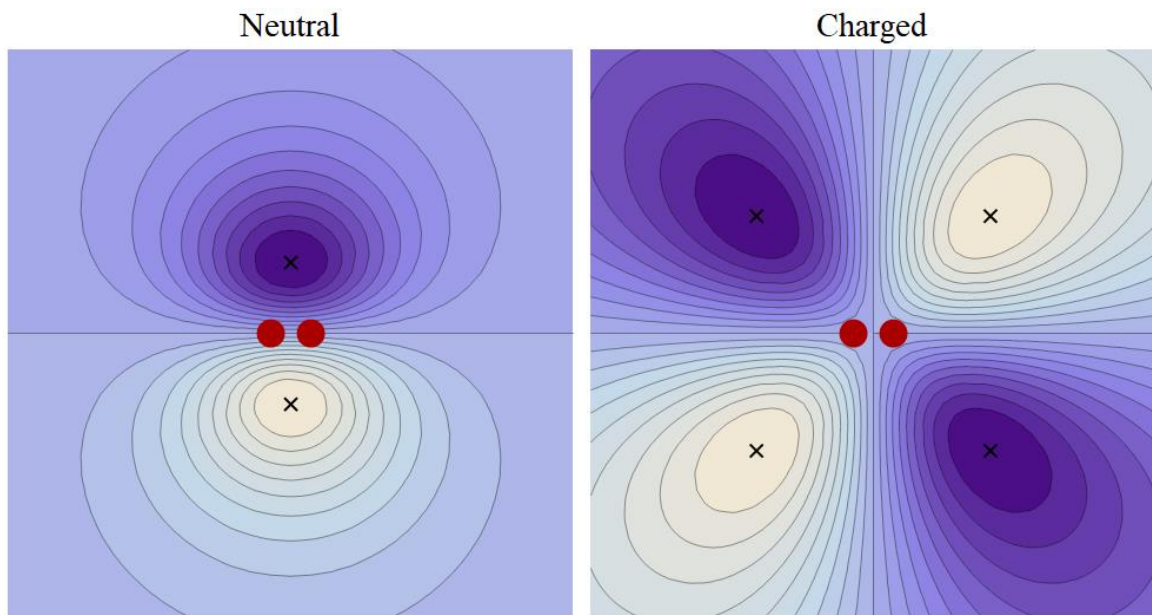


Рисунок 3.3.3 – Изолинии компоненты единичного вектора намагниченности m_z в плоскости $z = 0.01h$ в нейтральном и заряженном состояниях. В обоих случаях приведен один и тот же фрагмент пленки, имеющий размер $2h \times 2h$. Величина m_z показана градациями голубого цвета, причем темные оттенки соответствуют отрицательным значениям m_z , а светлые – положительным. Крестами отмечены точки, в которых абсолютная величина компоненты m_z достигает наибольших значений. Красные круги схематически иллюстрируют расположение антидотов

С практической точки зрения описанные распределения m_z могут быть использованы для идентификации состояния, в котором пребывает система в данный момент времени: сравнивая значения нормальной компоненты

намагниченности всего в двух точках образца (например, в тех двух точках на Рисунке 3.3.3 справа, которые отмечены крестами и расположены в верхней полуплоскости), можно с высокой степенью достоверности отличить «двулистник» от «четыrehлистника», а значит, и нейтральное состояние от заряженного. Более того, указанный подход может быть использован и для идентификации заряженных состояний, отличающихся знаком величины k в соотношении (3.3.5): ясно, что при $k = -1$ наблюдаемый «четыrehлистник» будет иметь точно те же форму и размер, что и при $k = 1$, однако значения m_z в каждой точке поменяются на противоположные, то есть «четыrehлистник» инвертируется. Таким образом, знак разности значений m_z , измеренных в двух произвольных точках, симметричных относительно плоскости $\varphi = \pi/2$, будет совпадать со знаком величины k , причем нулевые (строго говоря, малые) значения этой разности отвечают нейтральному состоянию с $k = 0$. Теоретически эта идея может быть положена в основу технологии считывания трита информации из ячейки памяти, представляющей собой пару близкорасположенных антидотов. Следует, однако, учитывать, что величина m_z , согласно формулам (3.3.21) и более общему правилу (3.3.3), является довольно малой, а значит, само ее измерение с приемлемой точностью – уже нетривиальная техническая задача. Кроме того, не следует забывать, что зависимость m_z от координаты z является нечетной, так что методы, позволяющие измерить только величину намагниченности, усредненную по толщине образца в данной точке тонкой пленки, изначально обречены на неуспех: среднее по толщине значение m_z , конечно же, строго равно нулю. Тем не менее, описанный способ представляется крайне наглядным, и возможность его применения следует учитывать, по крайней мере, в рамках экспериментальных исследований.

3.3.6 Результаты численного моделирования

Вышеизложенные рассуждения опираются на целый ряд допущений, которые, разумеется, могут не иметь места в реальных ситуациях. Основные

выводы из этих рассуждений, однако, зачастую сохраняют свою силу и за пределами применимости изученных моделей, в чем несложно убедиться, решая поставленные задачи с использованием численных методов.

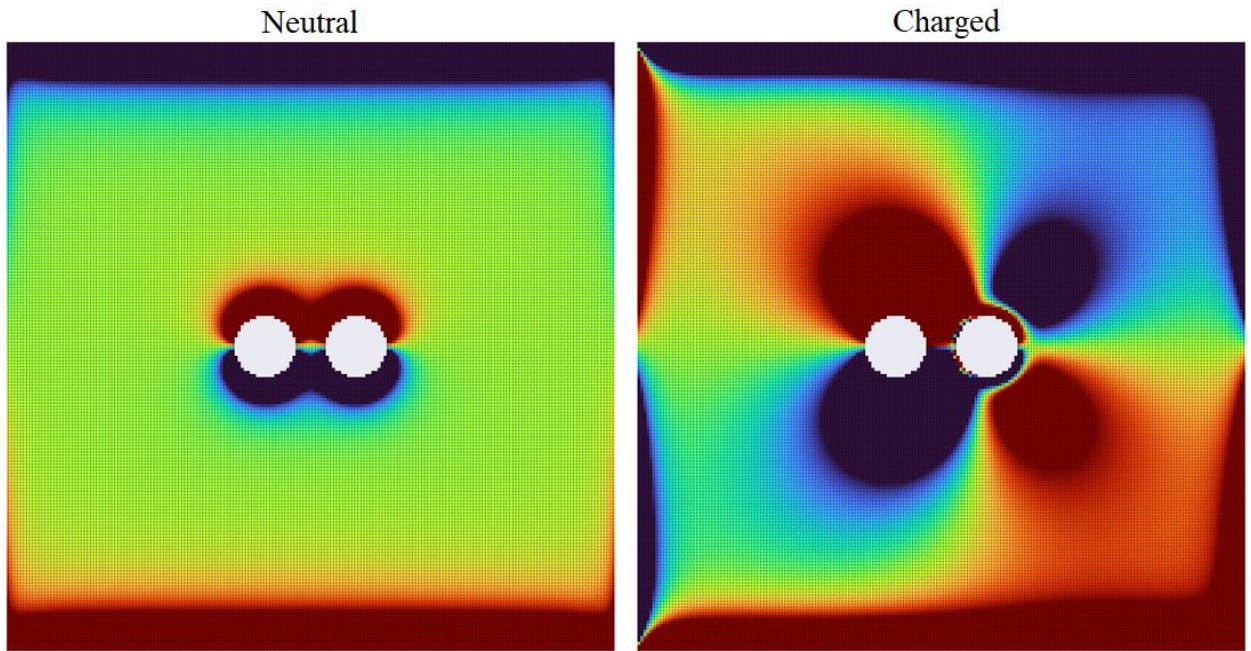


Рисунок 3.3.4 – Распределение намагниченности в нейтральном и заряженном состояниях вблизи поверхности пленки толщиной $h = 9$ нм, которая содержит два антидота радиусом $R = 10$ нм (белые круги на рисунке) и характеризуется намагниченностью насыщения $M_s = 40$ Гс. Значения компоненты m_z показаны градациями цветов, причем красный цвет отвечает отрицательным значениям, синий – положительным, а желтый – нулевым

На Рисунке 3.3.4 показаны результаты расчетов, проведенных с помощью пакета микромагнитного моделирования OOMMF, а также оболочки Ubermag. Для этого были выбраны следующие значения параметров пленки:

$$A = 10^{-7} \text{ эрг/см}, K = 10^8 \text{ эрг/см}^3, M_s = 40 \text{ Гс}, h = 9 \text{ нм}, R = 10 \text{ нм}, d = 3R.$$

Несложно видеть, что в этом случае $2\pi M_s^2 \approx A/d^2$, так что условие $2\pi M_s^2 \ll |\Phi_{ex}|$ уже нельзя считать заведомо выполненным. Кроме того, в области $r \sim h$, где выход вектора намагниченности из плоскости пленки должен быть наиболее заметным, не имеет места соотношение $r \gg a$, на которое опирался вывод формул (3.3.7) и (3.3.10). Тем не менее, распределение компоненты m_z

по-прежнему имеет форму «двулистника» в нейтральном состоянии системы и «четырёхлистника» в заряженном, причем размеры этих структур находятся в неплохом качественном соответствии с предсказаниями приближенной теории: «двулистник» обладает существенно лучшей локализацией, чем «четырёхлистник», однако их характерные размеры отличаются не на порядок.

Важным обстоятельством, которое вытекает из вида распределения m_z для заряженного состояния на Рисунке 3.3.4, является то, что «четырёхлистник» оказывается выровнен не по центру системы, а по центру того из отверстий, с которым связан отрицательный множитель в формуле (3.3.5). При этом второе отверстие играет роль своеобразного центра притяжения, искажая структуру «четырёхлистника». Такое поведение можно объяснить, рассмотрев модель пленки с одним отверстием, распределение намагниченности в которой описывается соотношением $\theta = \pi - \varphi$. Тогда, как показано в разделе 3.1, вне области антидота имеем:

$$\psi_0 = -\frac{1}{3}\left(r - \frac{R^3}{r^2}\right) \sin 2\varphi. \quad (3.3.23)$$

Выражение (3.3.23) представляет собой линейную комбинацию термов $t_{2,-1}$ и t_{22} , для которых выполняются соотношения типа (3.3.15). Следовательно, $\psi \sim \sin 2\varphi$, как и в заряженном состоянии в присутствии двух антидотов, а значит, распределение компоненты m_z также будет иметь форму «четырёхлистника». При этом, однако, наличие двух членов в линейной комбинации (3.3.23) может привести к немонотонной зависимости m_z от расстояния r , что и проявляется на Рисунке 3.3.4 в случае заряженного состояния: в значительной части области, непосредственно прилегающей к границе правого антидота, наблюдается изменение знака m_z при удалении от этой границы. Следует оговориться, впрочем, что количественные оценки этого эффекта на основе формулы (3.3.17) были бы не вполне корректны: вблизи линии $r = R$ при расчете интегралов (3.3.14) следовало бы явно учитывать также и значения ψ_0 внутри антидота, которые, очевидно, определяются соотношением, отличным от (3.3.23) (а именно $\psi_0 = 0$). В то же

время при $r \gg R$, когда этот подход применим, вторым слагаемым в скобках (3.3.23) можно пренебречь, что позволяет найти $\gamma_0 \approx 1.1$. Очевидно, что в случае системы, показанной на Рисунке 3.3.4, эта константа не имеет никакого физического смысла, так как $\gamma_0 h < R$. Однако при меньших размерах отверстия величина $\gamma_0 h$ определяла бы радиус области роста величины m_z в пленке с одним антидотом. Несложно видеть, что этот радиус вдвое превышает аналогичный радиус, рассчитанный выше для заряженного состояния при двух антидотах: $\gamma_0/\gamma_{0c} \approx 1.9$. Тем самым можно заключить, что в паре антидотов один отвечает непосредственно за формирование «четырехлистника», а второй – за его локализацию в пространстве.

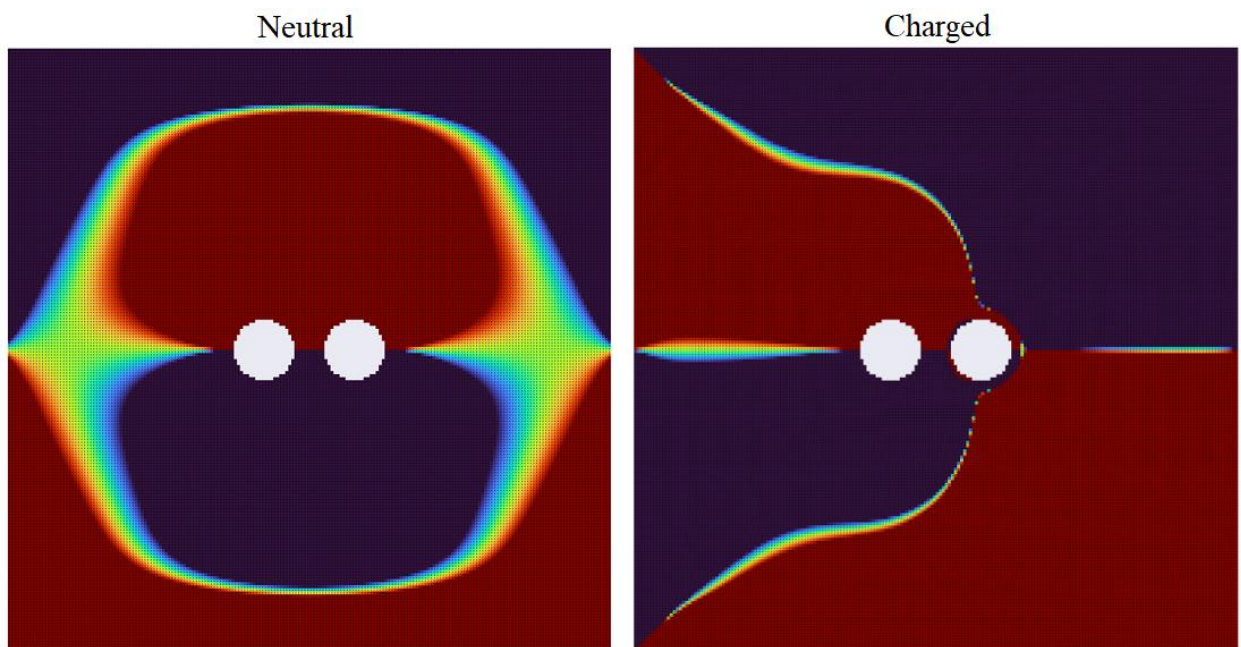


Рисунок 3.3.5 – Распределение намагниченности в нейтральном и заряженном состояниях вблизи поверхности пленки толщиной $h = 9$ нм, которая содержит два антидота радиусом $R = 10$ нм (белые круги на рисунке) и характеризуется намагниченностью насыщения $M_s = 100$ Гс. Значения компоненты m_z показаны градациями цветов, причем красный цвет отвечает отрицательным значениям, синий – положительным, а желтый – нулевым

Расчеты показывают, что описанные структуры в форме «двулистников» и «четырехлистников» возникают также и при более сильном нарушении соотношения $2\pi M_s^2 \ll |\Phi_{ex}|$, когда размагничивающие поля уже оказывают

довольно заметное влияние на распределение угла θ . На Рисунке 3.3.5 показан результат численного моделирования при тех же значениях параметров пленки, что и ранее, однако величина намагниченности насыщения увеличена до $M_s = 100$ Гс. Несложно видеть, что отличие данных структур от структур, приведенных на Рисунке 3.3.4, обусловлено преимущественно конечными размерами образца вдоль направлений, нормальных оси z . Аномалии распределения m_z на краях пленки начинают перекрываться с областями, в которых выход вектора намагниченности из плоскости образца является следствием наличия антидотов, что приводит к появлению узких переходных зон, отвечающих значениям $m_z = 0$. Тем не менее, даже в этой «экстремальной» ситуации распределение компоненты m_z в нейтральном и заряженном состояниях остается вполне типичным.

3.3.7 Вклад размагничивающих полей в энергию магнетика

То, что координата z не входит ни в выражения (3.3.7), ни в формулу (3.3.18), означает, что на больших расстояниях от антидотов (одновременно $r \gg a$ и $r \gg h$) плотность энергии Φ_s , отвечающая вкладу размагничивающих полей, также не зависит от z . Действительно, подставляя указанные соотношения в (3.3.2), с учетом формул (3.3.8) и (3.3.10), а также значений $C_{11} = 1$ и $C_{20} = 2$, получаем:

$$\Phi_{sN} = \frac{\pi M_s^2 h R^2}{2r^3} (1 - 3 \cos 2\varphi),$$

$$\Phi_{sC} = \frac{\pi M_s^2 h a^2}{8r^3} \left(1 - 2 \frac{r}{a} \cos \varphi - 4 \cos 2\varphi - 6 \frac{r}{a} \cos 3\varphi + 3 \cos 4\varphi \right). \quad (3.3.24)$$

Отсюда видно, что в случае нейтрального состояния плотность энергии убывает с ростом r по закону $\Phi_s \sim r^{-3}$, в то время как в случае заряженного состояния для главных членов имеем $\Phi_s \sim r^{-2}$. Заметим, однако, что эти главные члены дают нулевой вклад в интеграл функции Φ_s по площади образца, а значит, и в полную энергию системы. Чтобы исключить их из

рассмотрения, усредним выражения (3.3.24) по значениям угла φ в диапазоне от 0 до 2π . Тогда имеем:

$$\langle \Phi_{sN} \rangle = \frac{\pi M_s^2 h R^2}{2r^3}, \quad \langle \Phi_{sC} \rangle = \frac{\pi M_s^2 h a^2}{8r^3}, \quad (3.3.25)$$

откуда, в частности,

$$\frac{\langle \Phi_{sC} \rangle}{\langle \Phi_{sN} \rangle} = \left(\frac{a}{2R} \right)^2 = \left(\frac{d}{2R} \right)^2 - 1. \quad (3.3.26)$$

Таким образом, усредненные величины $\langle \Phi_s \rangle$ для заряженного и нейтрального состояний отличаются лишь на постоянный множитель, который определяется исключительно геометрией пленки. Поскольку интегралы по площади образца от функций (3.3.25), очевидно, сходятся при $r \rightarrow \infty$ (расходимость при $r \rightarrow 0$ в этом случае роли не играет, так как в области малых значений r полученные выражения не имеют места), то можно предположить, что и для полных вкладов E_s размагничивающих полей в энергию системы должно выполняться соотношение типа (3.3.26). Следовательно, эти вклады должны иметь довольно близкие значения $E_{sN} \approx E_{sC}$ в обоих состояниях для большинства практически важных геометрий пленки, когда $d \sim R$. Более того, при $d/R = 2\sqrt{2} \approx 2.8$ соотношение (3.3.26) позволяет предсказать равенство $E_{sN} = E_{sC}$.

Другую важную гипотезу можно выдвинуть на основании того обстоятельства, что объемная плотность энергии Φ_s , согласно формулам (3.3.25), пропорциональна толщине пленки h . Это значит, что энергия $h\Phi_s$, приходящаяся на единицу площади пленки, пропорциональна h^2 . Хотя данный вывод, вообще говоря, не обоснован для области образца вблизи антидотов, он, тем не менее, позволяет предположить, что $E_s \sim h^2$. Значение коэффициента в этой пропорциональности уже, конечно, не может быть установлено в рамках используемой модели.

Сформулированные выше предположения могут быть проверены путем численного моделирования. На Рисунке 3.3.6 приведены результаты расчетов энергии E_s при различных значениях толщины пленки h . При этом значения

остальных параметров образца были выбраны такими же, как и ранее для случая, отвечающего Рисунку 3.3.4; в частности, $M_s = 40$ Гс, $d = 3R$. Несложно видеть, что величины E_s для нейтрального и заряженного состояний при одинаковых h действительно оказались довольно близкими (отклонение составляет менее 15%). В то же время при точном выполнении равенства (3.3.26) во всем объеме образца имело бы место соотношение $E_{SC}/E_{SN} = 1.25$, которое, очевидно, не выполняется, так как во всем изученном диапазоне толщин $E_{SC} < E_{SN}$. Это объясняется как неприменимостью формулы (3.3.26) при небольших значениях r , так и влиянием размагничивающих полей на структуру магнитной неоднородности, которое в аналитических расчетах не учитывалось.

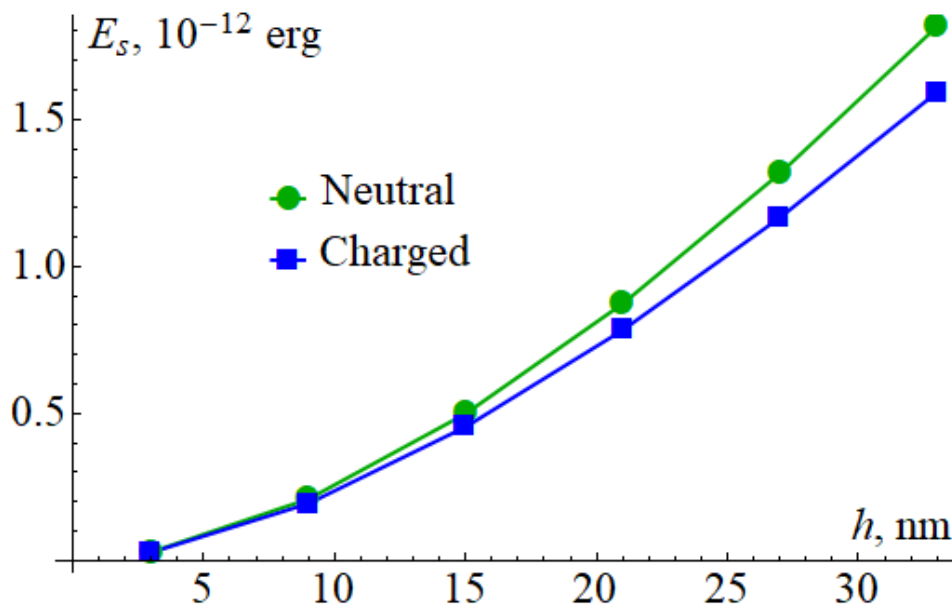


Рисунок 3.3.6 – Зависимость вклада E_s размагничивающих полей в полную энергию магнетика от толщины h пленки для случаев нейтрального (зеленая линия) и заряженного (синяя линия) состояний. Отношение расстояния d между центрами антидотов к их радиусу R равно 3

Глядя на Рисунок 3.3.6, можно заключить, что гипотеза о квадратичной зависимости E_s от h также в целом подтверждается. Тем не менее, попытки аппроксимировать эту зависимость полиномом вида $E_s = a_1 h + a_2 h^2$ при

$a_1 = 0$ приводят к результатам довольно низкой точности. Приемлемая точность аппроксимации (в пределах 3% отклонения при $h \geq 15$ нм) достигается, если вместо выполнения условия $a_1 = 0$ потребовать независимости этого коэффициента от состояния, в котором находится система: $a_{1N} = a_{1C}$. Таким образом, рассчитанные значения E_s представляют собой сумму квадратичного слагаемого $a_2 h^2$, появление которого было предсказано выше, а также слагаемого $a_1 h$, которое принимает одинаковые значения для обоих состояний системы. Ясно, что вклад, соответствующий этому слагаемому, может быть обусловлен не наличием антидотов и связанной с ними магнитной структурой, а эффектами на краях пленки (см. Рисунок 3.3.4), которые сохранялись бы и в образце без перфораций.

Вывод о слабой зависимости значения E_s от состояния системы в очередной раз подтверждает тезис о том, что влияние размагничивающих полей не может привести к разрушению и даже существенному видоизменению неоднородных структур, отвечающих заряженному состоянию. В то же время этот вывод может показаться парадоксальным, особенно в свете аналогичных оценок E_s , которые получаются в рамках модели неограниченной пленки. Так в разделе 3.1 на основании этой модели было показано, что $\langle \Phi_{sN} \rangle = 0$ и $\langle \Phi_{sC} \rangle \sim r^{-2}$, так что, казалось бы, величина E_{sN} должна быть близкой к нулю, а величина E_{sC} , напротив, очень большой (соответствующий интеграл по площади образца расходится). На самом деле никакого противоречия между моделями, конечно же, нет. Дело в том, что при $h \rightarrow \infty$ область, в которой могло бы быть выполнено условие $r \gg h$, попросту исключается из рассмотрения. Однако при произвольном конечном значении h такая область существует, и в ней величина $\langle \Phi_{sN} \rangle$ отлична от нуля и определяется формулой (3.3.25). Этим и объясняется ненулевое значение E_{sN} , которое тем самым вообще не может быть вычислено в рамках модели неограниченной пленки. В то же время расходимость интеграла от функции $\langle \Phi_{sC} \rangle$ по площади образца, возникающая в этой модели, вполне согласуется с тем, что $E_s \sim h^2$: значение указанного интеграла представляет собой

отношение $E_s/h \sim h$, которое действительно должно неограниченно расти при $h \rightarrow \infty$.

3.4 Выводы

Рассуждения, приведенные в данной главе, можно подытожить следующим образом:

- Влияние размагничивающих полей на вихреподобные структуры, локализующиеся в окрестности двух и более перфораций пленки легкоплоскостного магнетика, сводится, как правило, к трансформации распределения намагниченности, но не к разрушению топологически защищенного объекта в целом. Это позволяет предполагать, что все качественные выводы из расчетов, которые были выполнены в главе 2 в рамках допущения о возможности пренебречь влиянием размагничивающих полей, являются справедливыми. Кроме того, данное допущение действительно оказывается верным при выполнении условия $a \ll \sqrt{A/(2\pi M_s^2)}$.
- Фактически, влияние размагничивающих полей не только не препятствует формированию магнитных структур нетривиальной топологии, но даже способствует их стабилизации благодаря тому, что кристаллическая легкоплоскостная анизотропия усиливается анизотропией формы. Это, в частности, обуславливает возможность формирования подобных структур в пленках пермаллоя, где кристаллическая анизотропия практически отсутствует.
- Вследствие воздействия размагничивающих полей никакие структуры в пленках ограниченной толщины в действительности не могут быть плоскими. Пространственное распределение нормальной компоненты вектора намагниченности, связанное с этим эффектом, имеет форму «двулистника» в случае состояния магнитной структуры, близкого к однородному, и «четыrehлистника» в случае топологически нетривиальной вихреподобной структуры.

4 Влияние внешнего магнитного поля на топологически защищенные структуры в планарных ферромагнетиках

4.1 Устойчивость неоднородных структур относительно воздействия однородных магнитных полей

4.1.1 Постановка задачи

Рассмотрим тонкую ферромагнитную пленку постоянной толщины h , содержащую два одинаковых цилиндрических антидота радиусом R , расстояние между центрами которых равно a (Рисунок 4.1.1). Пусть материал пленки характеризуется одноосной анизотропией типа «легкая плоскость», ось которой направлена вдоль оси Oz , нормальной к поверхности пленки. Если, кроме того, образец находится в однородном магнитном поле напряженностью $H \parallel Oz$, то его полная энергия может быть представлена в следующем виде:

$$E = \int \{A[(\nabla\alpha)^2 + \cos^2\alpha (\nabla\theta)^2] + K \sin^2\alpha - HM_s \sin\alpha\} h dS, \quad (4.1.1)$$

где интегрирование ведется по всей площади образца, A – обменный параметр, K – абсолютная величина константы анизотропии (вследствие чего $K > 0$, хотя в более привычных обозначениях легкоплоскостной анизотропии соответствуют отрицательные значения константы), M_s – намагниченность насыщения, α – полярный угол, характеризующий выход вектора намагниченности $\mathbf{M}$ ($\mathbf{m} = \mathbf{M}/M_s$ – единичный вектор намагниченности) из плоскости пленки, а θ – азимутальный угол, определяющий ориентацию проекции вектора $\mathbf{M}$ на эту плоскость.

Уравнения Эйлера-Лагранжа, отвечающие условию экстремума функционала (4.1.1), имеют вид:

$$\operatorname{div} (\cos^2\alpha \nabla\theta) = 0, \quad (4.1.2)$$

$$\Delta\alpha + \sin\alpha \cos\alpha [(\nabla\theta)^2 - K/A] = -\frac{HM_s}{2A} \cos\alpha. \quad (4.1.3)$$

При этом предполагаются выполненными граничные условия, которые заключаются в отсутствии нормальных составляющих $\nabla\theta$ и $\nabla\alpha$ на границах

антидотов. Пусть для начала внешнее поле отсутствует: $H = 0$. Тогда несложно видеть, что уравнения (4.1.2) и (4.1.3) имеют решение $\alpha = 0$ при условии $\Delta\theta = 0$. Соответствующие этому решению плоские магнитные структуры (выход вектора намагниченности из плоскости пленки отсутствует), характеризуются следующим распределением намагниченности:

$$\theta = k(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (4.1.4)$$

где k – произвольное целое число, а (r_1, φ_1) , (r_2, φ_2) – полярные системы координат, центры которых совпадают с определенными точками в области антидотов (Рисунок 4.1.1). В разделе 2.3 доказано, что экстремумы функционала (4.1.1), определяемые выражением (4.1.4) при $k = \pm 1$, являются его минимумами, если выполнено условие $K > K_{\min}$, причем величина $K_{\min}R^2/A$ зависит только от отношения a/R . Далее будем предполагать, что это условие заведомо выполнено, так что неоднородные структуры являются устойчивыми, по крайней мере, в отсутствие внешнего поля.

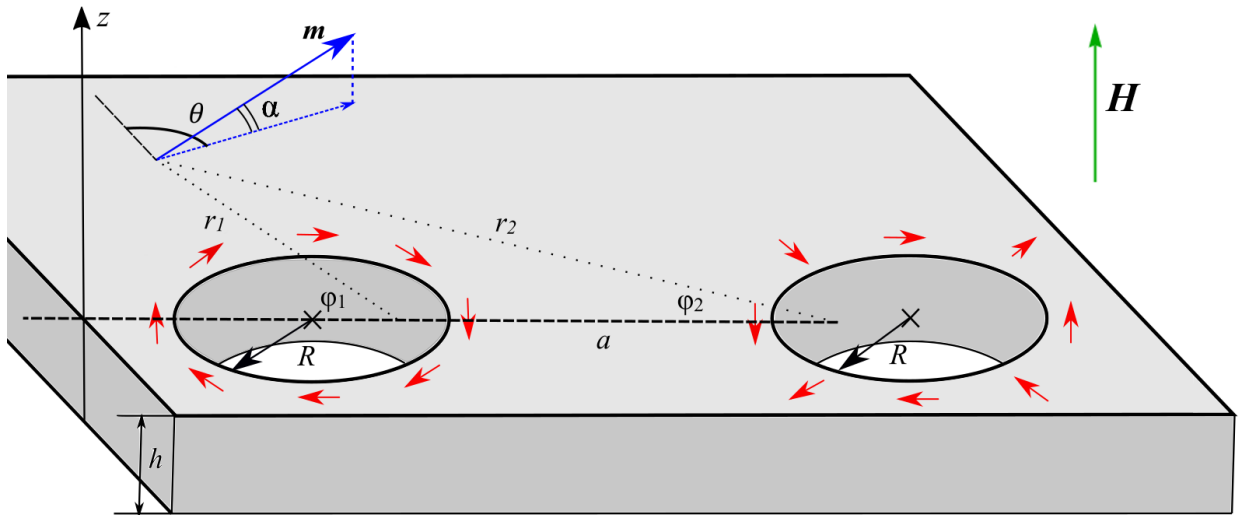


Рисунок 4.1.1 – Геометрия задачи. Синими стрелками показаны единичный вектор намагниченности m и его проекция на плоскость пленки. Красные стрелки иллюстрируют направление вектора намагниченности вблизи границ антидотов в случае неоднородной структуры с $k = 1$. Зеленая стрелка задает направление внешнего магнитного поля H

Пусть далее $H \neq 0$. В этом случае, как видно из (4.1.3), плоские структуры с $\alpha = 0$ существовать уже не могут. При этом однородному распределению намагниченности, удовлетворяющему уравнениям (4.1.2) и (4.1.3), отвечает значение

$$\alpha \equiv \alpha_0 = \arcsin \frac{HM_s}{2K} \quad (4.1.5)$$

при произвольном постоянном значении угла θ . Ясно, что в состояние именно такого типа трансформируется плоская структура с $k = 0$ в результате включения поля H , независимо от его величины. Резонно предположить, что неоднородные плоские структуры с $k = \pm 1$ также переходят в состояние типа (4.1.5), если напряженность внешнего поля превышает некоторое критическое значение: $H > H_c$. Таким образом, изучение влияния поля H на вихреподобные структуры с $k = \pm 1$ сводится к определению величины критического поля H_c , а также нахождению равновесного распределения намагниченности в тех случаях, когда $H < H_c$.

4.1.2 Приближение слабых полей

Решение уравнений (4.1.2) и (4.1.3) без привлечения численных методов весьма затруднительно как вследствие существенной нелинейности самих уравнений, так и в силу сложной геометрии задачи. Определенного упрощения можно достичь, предполагая, что внешнее магнитное поле H является слабым, благодаря чему величина угла α , характеризующего выход вектора намагниченности из плоскости пленки, также оказывается небольшой: $|\alpha| \ll 1$. Ясно, что при этом условие $H < H_c$ должно выполняться с большим запасом, так что величина критического поля H_c не может быть найдена в рамках данного приближения. Тем не менее, оно позволяет установить ряд важных особенностей распределения намагниченности, часть из которых не связана с конкретной геометрией образца и носит общий характер.

Применяя теорию возмущений и сохраняя в уравнении (4.1.3) только члены, линейные по $\alpha \sim H$, получаем:

$$(\hat{L} + K/A)\alpha = (K/A)\alpha_0, \quad (4.1.6)$$

где

$$\hat{L}\alpha = -\Delta\alpha - (\nabla\theta)^2\alpha. \quad (4.1.7)$$

С той же точностью уравнение (4.1.2), как и в случае $H=0$, сводится к уравнению Лапласа $\Delta\theta=0$, так что пространственное распределение угла θ практически не меняется при включении поля, и в случае геометрии образца, показанной на Рисунке 4.1.1, по-прежнему описывается соотношением (4.1.4). Тем самым линейный оператор (4.1.7) оказывается полностью задан. Он совпадает по форме с оператором энергии в уравнении Шредингера, описывающем плоское движение материальной точки в потенциальной яме со стенками конечной высоты (на удалении от уединенной неоднородности $|\nabla\theta| \rightarrow 0$), вследствие чего имеет смешанный спектр. Рассмотрим ортонормированный базис, состоящий из собственных функций ψ_λ оператора (4.1.7), соответствующих собственным значениям λ (при наличии вырождения повторяющиеся собственные значения будем считать различными), и представим решение уравнения (4.1.6) в следующем виде:

$$\alpha = \alpha_0[1 + \sum_\lambda C_\lambda \psi_\lambda], \quad (4.1.8)$$

где под суммированием понимается также и интегрирование по непрерывной части спектра. Тогда из (4.1.6) для коэффициентов разложения (4.1.8) имеем:

$$C_\lambda = \frac{1}{\lambda + K/A} \int (\nabla\theta)^2 \psi_\lambda dS. \quad (4.1.9)$$

В разделе 2.3 показано, что условие устойчивости плоской магнитной структуры в отсутствие внешнего поля в общем случае выражается соотношением $K > K_{\min} = -A \lambda_{\min}$, где $\lambda_{\min}$ – наименьшее из собственных значений оператора (4.1.7). Тем самым множитель перед интегралом в формуле (4.1.9) является заведомо положительным для всех собственных значений λ . Он может неограниченно возрастать только для $\lambda = \lambda_{\min}$ при приближении K к $K_{\min}$ сверху, поскольку $\lambda_{\min}$, очевидно, относится к

дискретной части спектра и отличается от любого из других собственных значений на конечную величину. Тем самым в случае $K \approx K_{\min}$ определяющий вклад в сумму (4.1.8) дает слагаемое, отвечающее $\lambda = \lambda_{\min}$, что позволяет приближенно записать

$$\alpha \approx \alpha_0 \left[1 + \frac{A\psi_m}{K - K_{\min}} \int (\nabla\theta)^2 \psi_m dS \right], \quad (4.1.10)$$

где ψ_m – собственная функция, соответствующая $\lambda_{\min}$. В то же время при увеличении значения K все коэффициенты (4.1.9) монотонно убывают по абсолютной величине, так что вдали от границы потери устойчивости, где $K \gg K_{\min}$, формула (4.1.8) вырождается в (4.1.5). Это явление также правильно описывается выражением (4.1.10), которое тем самым может приближенно использоваться вместо (4.1.8) во всем диапазоне допустимых значений K .

Итак, при воздействии внешним полем $\mathbf{H}$ на плоскую структуру, обладающую достаточным «запасом устойчивости», вектор $\mathbf{m}$ во всех точках образца поворачивается почти на один и тот же угол α_0 , что приводит к однородному распределению его z -компоненты. При приближении к границе потери устойчивости $K = K_{\min}$, однако, распределение становится существенно неоднородным, и его форма определяется собственной функцией ψ_m оператора (4.1.7), соответствующей его наименьшему собственному значению. Следует отметить, что, согласно разделу 2.3, та же функция ψ_m определяет распределение z -компоненты вектора намагниченности на начальной стадии процесса разрушения неоднородной плоской структуры в результате нарушения условия $K > K_{\min}$. Это означает, что воздействие внешним полем, фактически, позволяет запустить управляемый процесс разрушения структуры в той ситуации, когда для самопроизвольных трансформаций еще нет предпосылок. При этом вполне ожидаемо, что эффект от такого воздействия оказывается тем более значительным, чем ближе величина K к критическому значению $K_{\min}$.

4.1.3 Модель одного антидота

Пусть расстояние между антидотами на Рисунке 4.1.1 велико, то есть $a \gg R$. Тогда при изучении распределения намагниченности в окрестности каждого из антидотов существованием второго антидота можно полностью пренебречь. Получающаяся тем самым модель пленки с одним отверстием оказывается весьма привлекательной вследствие наличия цилиндрической симметрии. Соотношение (4.1.4) в этом случае принимает вид $\theta = \pm k\varphi + \text{const}$ (в окрестности правого антидота $\varphi_1 \approx \pi$, в окрестности левого $\varphi_2 \approx 0$), где под (r, φ) понимается одна из систем координат $(r_1, \varphi_1), (r_2, \varphi_2)$, связанная с центром единственного отверстия пленки. Отсюда при $k = \pm 1$ получаем $|\nabla\theta| = 1/r$, а значит, радиальная часть оператора (4.1.7) имеет вид

$$\hat{L}\alpha = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\alpha}{\partial r}\right) - \frac{1}{r^2}\alpha. \quad (4.1.11)$$

Введем обозначение $B_j(z)$ для модифицированной функции Бесселя второго рода порядка j (отказ от традиционного обозначения $K_j(z)$ продиктован здесь стремлением избежать путаницы с константами анизотропии). Тогда с учетом граничного условия $\frac{\partial\alpha}{\partial r}(r=R)=0$ наименьшим собственным значением оператора (4.1.11) является $\lambda_{\min} = -(c/R)^2$, где $c \approx 0.3197$ – наибольший из корней уравнения $B_{i-1}(c) + B_{i+1}(c) = 0$ (i – мнимая единица). Соответствующая собственная функция $\psi_m(r) \sim B_i(cr/R)$, поэтому из (4.1.10) получаем:

$$\alpha \approx \alpha_0 \left[1 + f B_i(cr/R) / \left(\frac{K}{K_{\min}} - 1 \right) \right], \quad (4.1.12)$$

причем $K_{\min} = A(c/R)^2$, а значение постоянной $f \approx 5.2776$. Функция (4.1.12) является монотонно убывающей при $r > R$, поэтому максимальный выход вектора намагниченности из плоскости пленки наблюдается непосредственно на границе антидота $r = R$, где значение угла α равно

$$\alpha_m \approx \alpha_0 \left[1 + F / \left(\frac{K}{K_{\min}} - 1 \right) \right]. \quad (4.1.13)$$

Здесь $F = f B_i(c) \approx 2.7872$.

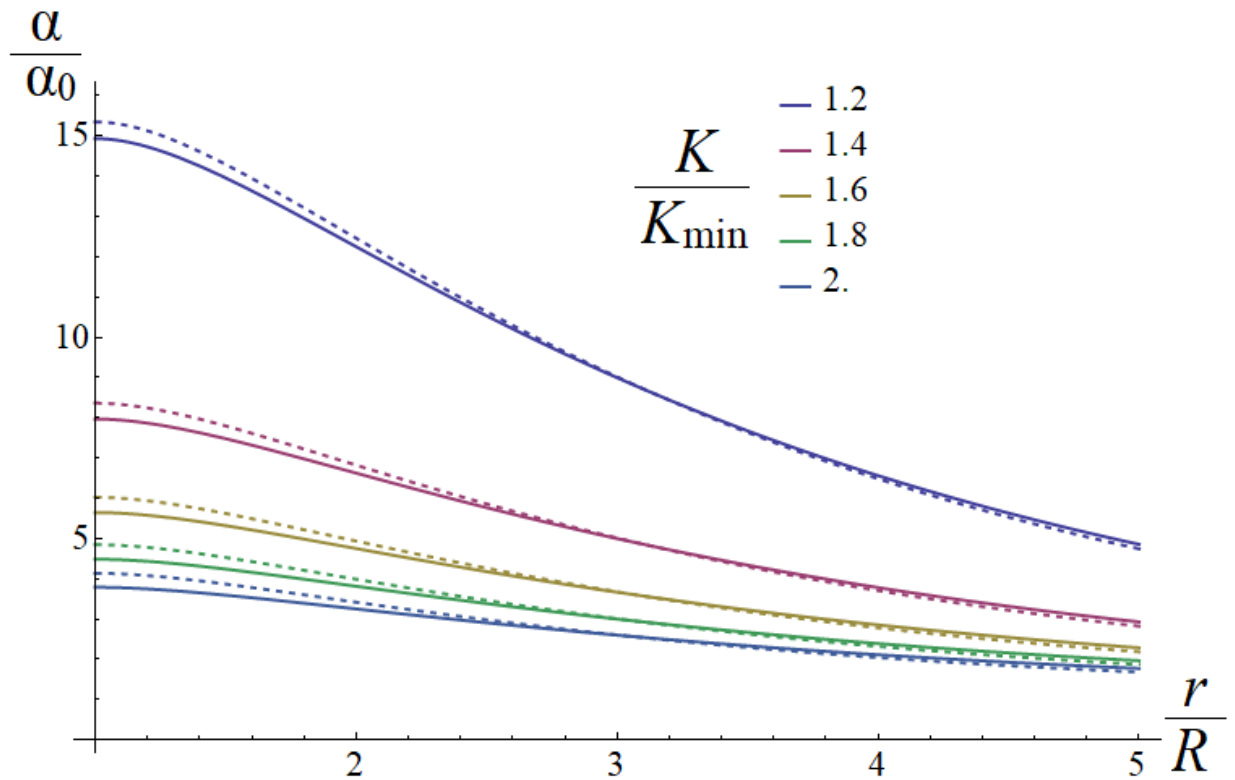


Рисунок 4.1.2 – Зависимость угла α отклонения вектора намагниченности от плоскости пленки при воздействии внешним полем от расстояния r до центра антидота при различных значениях абсолютной величины константы анизотропии K . Сплошными линиями показаны результаты, полученные с помощью приближенных аналитических выражений, штриховыми – результаты численных расчетов

Из формулы (4.1.13) следует, что при значении K , превышающем $K_{\min}$ на 30%, максимальный угол α_m отклонения вектора намагниченности от плоскости пленки превосходит минимальный угол α_0 более чем в 10 раз, в то время как отношение $\alpha_m/\alpha_0 < 1.1$ достигается только при $K/K_{\min} > 29$. Таким образом, упомянутый выше «запас устойчивости», при котором распределение z -компоненты вектора $\mathbf{m}$ оказывается практически однородным и с хорошей точностью описывается формулой (4.1.5), в действительности является чрезвычайно большим и на практике, скорее всего, не реализуется. В этой связи необходимо отдавать предпочтение использованию формул (4.1.10) и

(4.1.12), которые обеспечивают гораздо более точные оценки. На Рисунке 4.1.2 показано сравнение распределения намагниченности, описываемого выражением (4.1.12), с распределением, полученным путем численного решения уравнения (4.1.6) при различных значениях K . Несложно видеть, что отклонения, обусловленные переходом от разложения (4.1.8) к приближенному выражению (4.1.10), являются незначительными. Кроме того, аналогичное сравнение показывает, что использование формулы (4.1.13) для оценки величины угла α_m приводит к ошибке не более 12% во всем диапазоне значений K , причем наибольшая ошибка достигается при $K/K_{\min} \approx 5$.

Заметим, что формула (4.1.13) позволяет также конкретизировать условие слабости поля H . При $K \gg K_{\min}$ достаточно потребовать выполнения соотношения $\alpha_0 \ll 1$, то есть, в силу (4.1.5), $H \ll 2K/M_s$ (отметим, что последнее выражение представляет собой поле одноосной анизотропии). Тем не менее, вблизи границы потери устойчивости $K = K_{\min}$ данное условие становится необходимым, но не достаточным, и его следует заменить более сильным условием $\alpha_m \ll 1$.

4.1.4 Модель «кренделя»

Рассмотренная выше модель одного антидота позволяет довольно детально изучить радиальное распределение намагниченности вблизи границы любого из двух отверстий на Рисунке 4.1.1 при условии, что они достаточно удалены друг от друга. Тем не менее, эта модель не дает никакой информации об азимутальном распределении, в частности – об особенностях магнитной структуры в области между антидотами, что становится важно, если размеры этой области невелики (так, например, в разделе 2.3 было показано, что именно в узком зазоре между антидотами начинается разрушение неоднородной плоской структуры, если она по каким-то причинам утрачивает стабильность). Отчасти закрыть этот пробел позволяет модель «кренделя», в которой образец представляется в виде трех тонких ферромагнитных нитей пренебрежимо малой кривизны (Рисунок 4.1.3), одна

из которых длиной L_1 соответствует зазору между антидотами, а две других длиной L_2 – остальному объему магнетика. С точки зрения топологии такой «крендель» полностью эквивалентен пленке конечных размеров с двумя отверстиями. Важно иметь в виду, однако, что, в отличие от пленки с одним антидотом, «крендель» не является предельным случаем образца, показанного на Рисунке 4.1.1, ни при каких соотношениях между его геометрическими параметрами. По этой причине модель «кренделя» применима для описания явлений, наблюдаемых в пленке с двумя перфорациями, лишь на качественном уровне. С другой стороны, эта модель обладает и собственной ценностью, поскольку система из нескольких соединенных между собой ферромагнитных нитей, очевидно, может быть реализована на практике и также представляет определенный прикладной интерес.

Вообще говоря, «крендель», показанный на Рисунке 4.1.3, является частным случаем тонкой пленки с отверстиями, вследствие чего его энергия может быть описана соотношением (4.1.1), и основные выводы, следующие из формулы (4.1.10), сохраняют свою силу. Воспользуемся далее тем фактом, что тонкие нити представляют собой одномерные объекты, и введем координату x так, как показано на Рисунке 4.1.3: точка $x = 0$ пусть отвечает середине зеленой нити, точка $x = \pm(L_1 + L_2)/2$ – середине любой из двух красных нитей, а точки $x = \pm L_1/2$ – соединению концов всех трех нитей между собой. Тогда, учитывая, что значения функций $\theta(x)$ и $\alpha(x)$ в силу симметрии совпадают для обеих красных нитей, элемент объема hdS в формуле (4.1.1) можно записать в виде $\eta(x)S_0dx$, где S_0 – площадь сечения нитей, а функция $\eta(x)$ принимает значение 1 на зеленой нити (при $|x| < L_1/2$) и значение 2 на красных нитях (при $|x| > L_1/2$). Отсюда вместо уравнений (4.1.2) и (4.1.3) имеем:

$$\frac{d}{dx} \left(\eta \cos^2 \alpha \frac{d\theta}{dx} \right) = 0, \quad (4.1.14)$$

$$\frac{1}{\eta} \frac{d}{dx} \left(\eta \frac{d\alpha}{dx} \right) + \sin \alpha \cos \alpha \left[\left(\frac{d\theta}{dx} \right)^2 - K/A \right] = -\frac{HM_s}{2A} \cos \alpha. \quad (4.1.15)$$

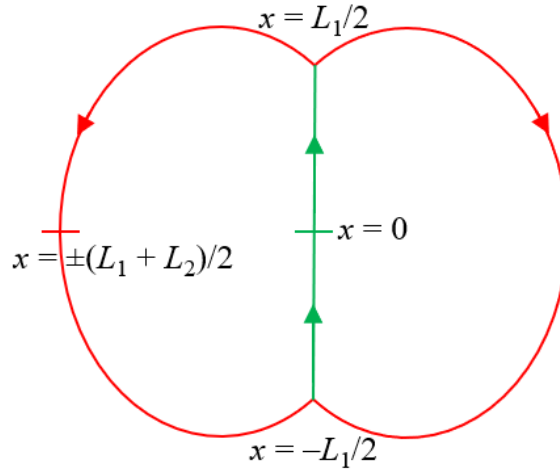


Рисунок 4.1.3 – Геометрия задачи в случае модели «кренделя». Зеленым цветом показана нить, соответствующая зазору между антидотами, красным – нити, моделирующие остальной объем магнетика

Вновь обратимся к приближению слабых полей и положим $|\alpha| \ll 1$. Тогда из (4.1.14) видно, что $\frac{d\theta}{dx} \sim \frac{1}{\eta}$. Постоянный коэффициент пропорциональности в этом соотношении определяется величиной $2\pi k$, на которую меняется угол θ при полном обходе одной из половин «кренделя», то есть при перемещении вдоль нитей из точки $x = -(L_1 + L_2)/2$ в точку $x = (L_1 + L_2)/2$. При этом смысл целого числа k оказывается тем же, что и в формуле (4.1.4). В общем случае имеем:

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{4\pi k}{\eta(2L_1 + L_2)}. \quad (4.1.16)$$

Для однородного распределения намагниченности с $k = 0$ из (4.1.15) вновь получаем формулу (4.1.5). При $k = \pm 1$ с учетом (4.1.16) преобразуем уравнение (4.1.15) к следующему виду:

$$\frac{d^2\alpha_{1,2}}{d\xi^2} - \mu_{1,2}^2\alpha_{1,2} = -\kappa\alpha_0. \quad (4.1.17)$$

Здесь α_1 и α_2 совпадают с функцией $\alpha(x)$ на зеленой и красной нитях соответственно, а также введены обозначения:

$$\xi = x/L_1, \kappa = KL_1^2/A, \mu_1^2 = \kappa - 4\kappa_0, \mu_2^2 = \kappa - \kappa_0,$$

$$\kappa_0 = (2\pi/(2+q))^2, \quad q = L_2/L_1.$$

При этом должны выполняться следующие условия сшивки в точках соединения нитей:

$$\alpha_1\left(\xi = \pm \frac{1}{2}\right) = \alpha_2\left(\xi = \pm \frac{1}{2}\right), \quad \frac{d\alpha_1}{d\xi}\left(\xi = \pm \frac{1}{2}\right) = 2 \frac{d\alpha_2}{d\xi}\left(\xi = \pm \frac{1}{2}\right). \quad (4.1.18)$$

Из соображений симметрии ясно, что интерес представляют только четные решения уравнений (4.1.17), а именно

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_0} = \frac{\kappa}{\mu_1^2} + G_1 \cosh \mu_1 \xi, \quad \frac{\alpha_2}{\alpha_0} = \frac{\kappa}{\mu_2^2} + G_2 \cosh \mu_2 \left(\frac{q+1}{2} - |\xi|\right), \quad (4.1.19)$$

где G_1 и G_2 – некоторые константы. Их значения могут быть найдены из следующей системы линейных уравнений, которые получаются в результате подстановки решений (4.1.19) в условия (4.1.18):

$$\begin{cases} \cosh \frac{\mu_1}{2} G_1 - \cosh \frac{\mu_2 q}{2} G_2 = \kappa \left(\frac{1}{\mu_2^2} - \frac{1}{\mu_1^2} \right), \\ \mu_1 \sinh \frac{\mu_1}{2} G_1 + 2\mu_2 \sinh \frac{\mu_2 q}{2} G_2 = 0. \end{cases} \quad (4.1.20)$$

В соответствии с общим правилом, которое выражается, в частности, формулой (4.1.10), в произвольной точке образца зависимость угла α от величины K должна иметь сингулярность при $K = K_{\min}$. Следовательно, при $\kappa = \kappa_{\min} = K_{\min} L_1^2 / A$ детерминант матрицы, отвечающей системе линейных уравнений (4.1.20), должен обращаться в нуль. Таким образом, критическое значение $\kappa = \kappa_{\min}$ может быть найдено как наибольший из корней уравнения

$$2\mu_2 \tanh \frac{\mu_2 q}{2} = -\mu_1 \tanh \frac{\mu_1}{2}. \quad (4.1.21)$$

Соотношение (4.1.21) неявно задает монотонно убывающую функцию $\kappa_{\min}(q)$, так что, к примеру, $\kappa_{\min}(q=2) \approx 5.6632$. Заметим, что как при $q \rightarrow 0$, так и при $q \rightarrow \infty$ изучаемый «крэндель» вырождается в кольцо (или пару колец) с длиной периметра $L = L_1$ и $L = L_2$ соответственно. В разделе 2.3.5 показано, что в случае таких колец $K_{\min} = A(2\pi/L)^2$. Это вполне согласуется с тем, что

$\kappa_{\min}(q=0) = (2\pi)^2$, а при $q \gg 1$ функция $\kappa_{\min}(q)$ асимптотически приближается к $(2\pi/q)^2$.

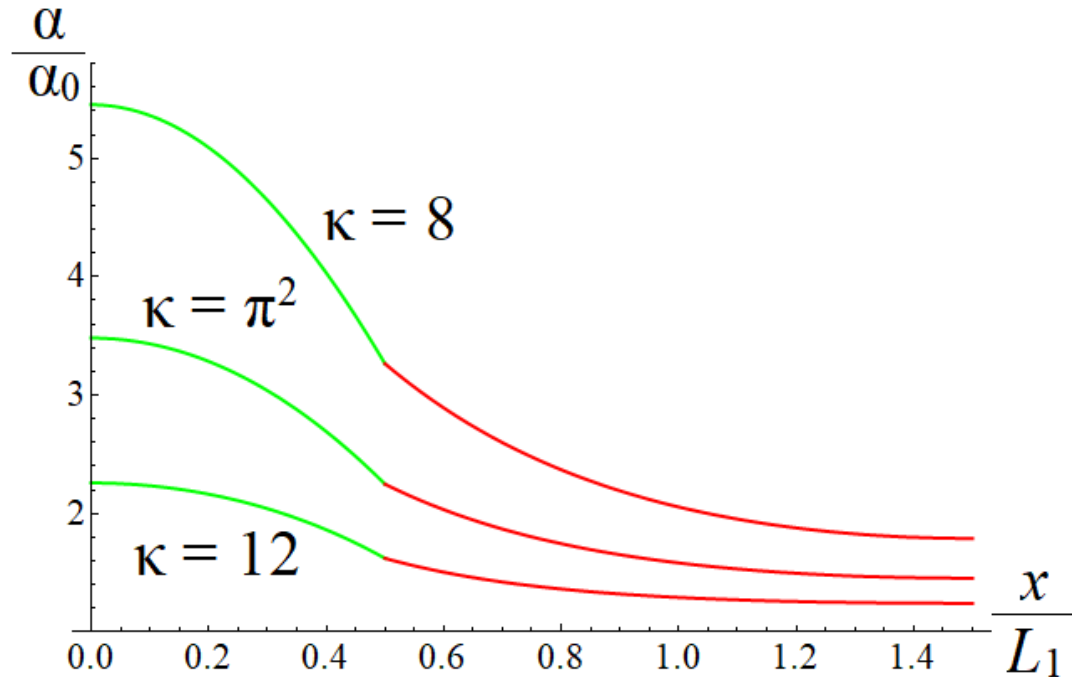


Рисунок 4.1.4 – Зависимость угла α от координаты x в модели «кренделя» при $L_2 = 2L_1$ и различных значениях нормированной константы анизотропии κ . Зеленые дуги кривых отвечают области $x < L_1/2$, красные – области $x > L_1/2$

Из (4.1.21) несложно видеть, что $\kappa_0 < \kappa_{\min} < 4\kappa_0$, поэтому для произвольных $\kappa > \kappa_{\min}$ имеет место неравенство $\mu_2^2 > 0$. В то же время величина μ_1^2 может оказаться как положительной при $\kappa > 4\kappa_0$, так и отрицательной при $\kappa < 4\kappa_0$. В действительности эти случаи не являются принципиально различными. На Рисунке 4.1.4 показаны графики функции $\alpha(x)$ при $q = 2$ для трех значений κ , одно из которых совпадает с $4\kappa_0 = \pi^2$, а два других лежат по разные стороны от $4\kappa_0$. Несложно видеть, что на качественном уровне соответствующие распределения намагниченности относятся к одному типу. С количественной же точки зрения зеленая кривая на Рисунке 4.1.4, согласно (4.1.19), представляет собой график гиперболического косинуса при $\kappa > 4\kappa_0$, дугу обычной синусоиды при $\kappa < 4\kappa_0$ и фрагмент параболы при $\kappa = 4\kappa_0$. Уравнение параболы в этом вырожденном случае имеет вид

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_0} = \frac{4}{3} + \frac{\kappa}{8} + \frac{\sqrt{3}\kappa}{6} \coth \frac{q\sqrt{3}\kappa}{4} - \frac{\kappa}{2} \xi^2.$$

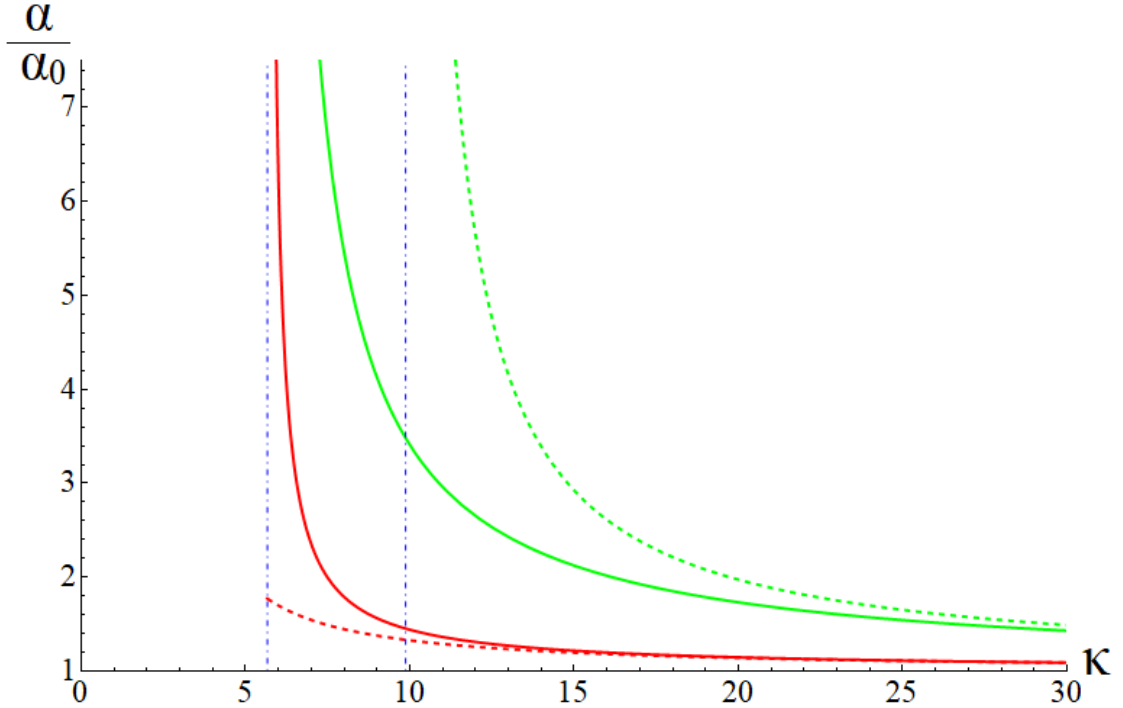


Рисунок 4.1.5 – Зависимость экстремальных значений угла α от нормированной константы анизотропии κ в модели «кренделя» при $L_2 = 2L_1$. Зеленая и красная сплошные линии – максимальное $\alpha_{\max}$ и минимальное $\alpha_{\min}$ значения угла α соответственно. Зеленая и красная штриховые линии – грубые оценки угла α сверху и снизу. Синими штрихпунктирными линиями показаны значения $\kappa = \kappa_{\min}$ и $\kappa = 4\kappa_0$

Поведение кривых на Рисунке 4.1.4 свидетельствует о том, что угол α достигает своего максимального значения $\alpha_{\max}$ в середине зеленой нити, а минимального $\alpha_{\min}$ (которое, тем не менее, превышает α_0) – в середине красной. Таким образом, модель «кренделя» позволяет предсказать, что наибольший выход вектора намагниченности из плоскости пленки с двумя антидотами под воздействием внешнего поля должен наблюдаться в зазоре между антидотами. Из (4.1.19) имеем:

$$\frac{\alpha_{\max}}{\alpha_0} = \frac{\kappa}{\mu_1^2} + G_1, \quad \frac{\alpha_{\min}}{\alpha_0} = \frac{\kappa}{\mu_2^2} + G_2. \quad (4.1.22)$$

Из (4.1.20) следует, что при $\kappa > 4\kappa_0$ выполняются неравенства: $G_1 < 0$, $G_2 > 0$. Поэтому выражения (4.1.22) позволяют получить также следующую грубую оценку:

$$\frac{\kappa}{\mu_2^2} < \frac{\alpha}{\alpha_0} < \frac{\kappa}{\mu_1^2}. \quad (4.1.23)$$

На Рисунке 4.1.5 для случая $q = 2$ приведены графики зависимостей от величины κ экстремальных значений $\alpha_{\max}$ и $\alpha_{\min}$ в соответствии с выражениями (4.1.22), а также значений оценок сверху и снизу, следующих из соотношения (4.1.23). Несложно заметить, что оценка снизу оказывается не только более точной, чем оценка сверху, но и остается справедливой при $\kappa < 4\kappa_0$ (это, в частности, позволяет доказать неравенство $\alpha_{\min} > \alpha_0$ для произвольных значений κ).

Из Рисунка 4.1.5 видно, что при приближении величины K к критическому значению $K_{\min}$ неограниченно растет не только $\alpha_{\max}$, но и $\alpha_{\min}$. Более того, как несложно убедиться, при убывании K растет также и отношение $\alpha_{\max}/\alpha_{\min}$. Примечательно, однако, что значение этого отношения имеет при $K \rightarrow K_{\min}$ конечный предел, который немонотонно зависит от величины q и принимает наибольшее значение 5.97 при $q \approx 1.8$. Отсюда следует универсальная оценка $\alpha_{\max}/\alpha_{\min} < 6$, которая справедлива для произвольного «кренделя», независимо от значений κ и q . Необходимо подчеркнуть, впрочем, что универсальные оценки такого типа могут существовать не только в рамках модели «кренделя». Действительно, из формулы (4.1.10), которая носит общий характер, ясно, что при $K \rightarrow K_{\min}$ значение угла α растет по единому закону $(K - K_{\min})^{-1}$ во всех точках ограниченного образца. Этим и обеспечивается существование конечного предела отношения $\alpha_{\max}/\alpha_{\min}$, причем значение этого предела в общем случае определяется отношением максимального и минимального значений собственной функции ψ_m . Тем не менее, в случае образцов бесконечных размеров (включая образец, показанный на Рисунке 4.1.1, и пленку в модели одного антидота), отношение $\alpha_{\max}/\alpha_{\min}$ может расти неограниченно, поскольку

на большом удалении от потенциальной ямы функция ψ_m будет принимать значения, сколь угодно близкие к нулю.

4.1.5 Численный эксперимент

Ранее было отмечено, что величина критического поля H_c , при котором разрушаются неоднородные магнитные структуры, не может быть найдена в рамках приближения слабых полей. Поэтому решение данной задачи осуществлялось численными методами с привлечением пакета микромагнитного моделирования OOMMF, а также оболочки Ubermag. Рассмотренный образец толщиной $h = 10$ нм имел форму прямоугольника размером $200 \text{ нм} \times 100 \text{ нм}$ с двумя отверстиями радиусом $R = 10$ нм; расстояние между центрами отверстий $a = 3R$. Использовались следующие значения материальных параметров: $A = 10^{-12}$ Дж/м, $M_s = 10^5$ А/м (здесь и далее, в отличие от предшествующего изложения, применяется система СИ, которая является стандартом для пакета OOMMF).

Расчет равновесного распределения намагниченности выполнялся в два шага. Сначала при заданном значении K вычислялось распределение, отвечающее неоднородной магнитной структуре типа (4.1.4) в отсутствие внешнего поля ($H = 0$). Затем найденная плоская структура подавалась в качестве нулевого приближения на вход расчета, в котором уже учитывалось влияние магнитного поля заданной величины H . По аналогии с разделом 2.3 можно обосновать, что при таком подходе полученный результат позволяет судить о возможности существования устойчивых неоднородных структур, отвечающих выбранным значениям K и H (причем в данном случае для проверки устойчивости не требуется искусственного добавления каких-то возмущений к нулевому приближению, так как плоская структура наверняка не является равновесной при $H \neq 0$, а значит, уже содержит в себе возмущение). Если в результате оптимизации энергии магнетика получается однородное распределение намагниченности типа (4.1.5), то можно утверждать, что неоднородная плоская структура была разрушена полем, то есть $H > H_c$. Таким

образом, выбирая различные значения H при фиксированном K , можно определить наибольшую величину H , при которой неоднородная структура еще не разрушается (для ускорения описанного процесса использовался метод половинного деления); эта величина и будет искомым критическим значением H_c .

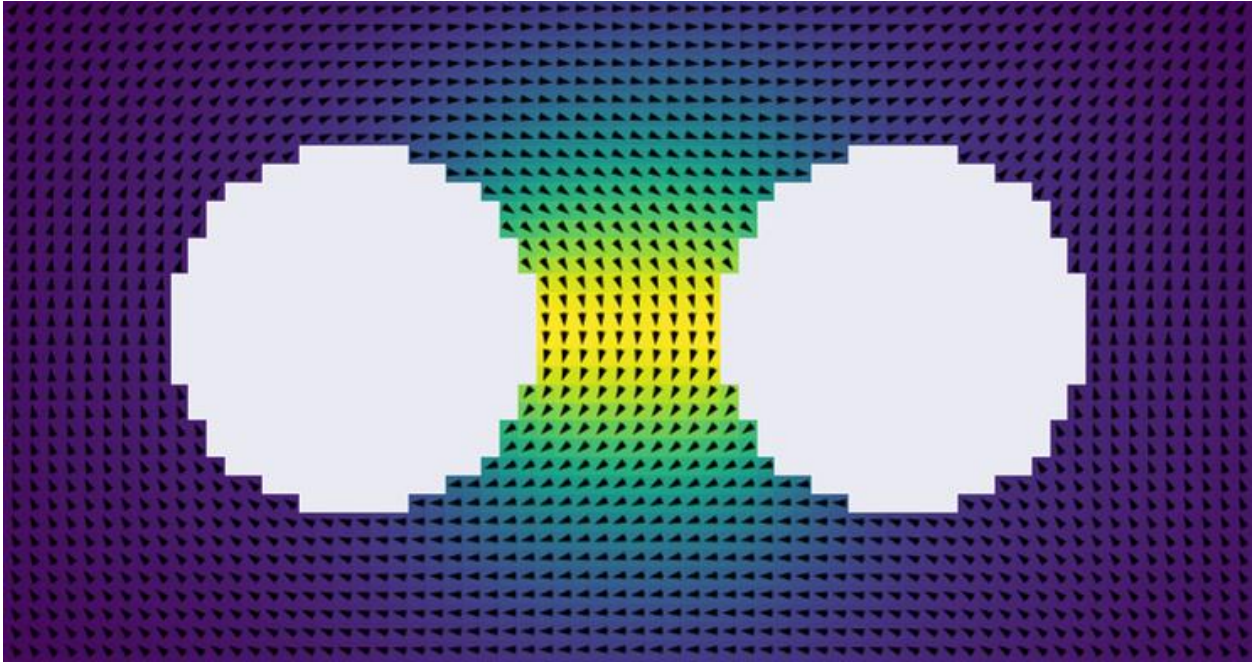


Рисунок 4.1.6 – Структура вихреподобной неоднородности в присутствии внешнего магнитного поля при $K/K_0 = 1$, $H/H_0 \approx 0.1166$, $\beta \approx 0.63$. Стрелками показано направление проекции вектора намагниченности на плоскость пленки. Значения компоненты вектора намагниченности, нормальной к плоскости пленки, показаны градациями цвета, причем желтый цвет соответствует максимальному отклонению вектора от плоскости, а фиолетовый – минимальному. Для наглядности на рисунке приведен только небольшой фрагмент пленки, расположенный в ее центре

Чтобы придать общности обсуждаемым далее результатам, будем измерять абсолютную величину константы анизотропии K в единицах $K_0 = A/R^2$, а напряженность магнитного поля H в единицах $H_0 = K_0/(\mu_0 M_s)$ (μ_0 – магнитная постоянная). Также введем в рассмотрение безразмерную величину $\beta = \mu_0 M_s^2 / 2K_0$, определяющую степень влияния размагничивающих полей на

структуру неоднородностей. Несложно видеть, что при указанных выше значениях материальных параметров $\beta \approx 0.63$, то есть размагничивающие поля вполне могут конкурировать с обменным взаимодействием и должны быть явно учтены при расчетах в OOMMF. Тем не менее, расчеты без учета размагничивающих полей также представляют интерес: поскольку при переходе к приведенной напряженности поля H/H_0 намагниченность насыщения M_s уже не фигурирует явно в энергии (4.1.1), пренебрежение влиянием размагничивающих полей оказывается эквивалентно рассмотрению случая $\beta \ll 1$, причем независимо от конкретной величины M_s , которая формально использовалась при расчетах. Отметим, что этот математический прием на практике гораздо эффективнее, чем реальное снижение M_s на несколько порядков, поскольку в последнем случае могут проявиться проблемы сходимости численных схем, реализованных в OOMMF.

На Рисунке 4.1.6 показано типичное распределение намагниченности, формирующееся под воздействием внешнего магнитного поля в окрестности антидотов. В полном соответствии с предсказанием модели «кренделя» наибольшее отклонение вектора намагниченности от плоскости образца наблюдается в зазоре между антидотами. Более того, во всем объеме магнетика вне области данного зазора траектории вектора намагниченности являются, по сути, круговыми ($\alpha \approx \alpha_0$), что, как видно из Рисунка 4.1.5, также характерно для «кренделя» при $K \gg K_{\min}$. Подчеркнем, что значения параметров $K/K_0 = 1$, $H/H_0 \approx 0.1166$, $\beta \approx 0.63$, для которых было рассчитано распределение на Рисунке 4.1.6, в действительности не отвечают ни условию $H \ll H_c$ (при данном значении K критическая напряженность поля $H_c/H_0 \approx 0.1197$), подразумевавшемуся в рамках приближения слабых полей, ни условию $\beta \ll 1$, которое гарантирует применимость формулы (4.1.1). Тем самым развитые выше аналитические модели могут применяться в довольно широком диапазоне изменения материальных параметров, по крайней мере, на качественном уровне.

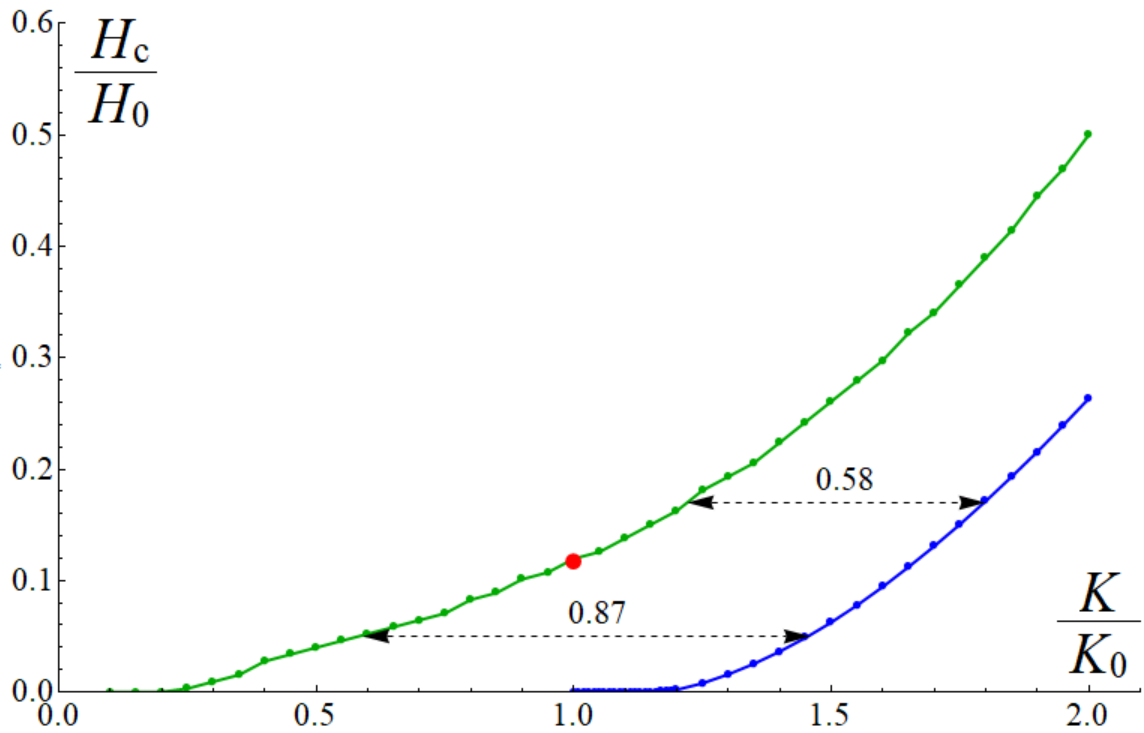


Рисунок 4.1.7 – Графики зависимости критической напряженности поля H_c от абсолютной величины константы анизотропии K . Зеленая кривая – случай $\beta \approx 0.63$ (влияние размагничивающих полей является существенным), синяя кривая – случай $\beta \ll 1$ (влияние размагничивающих полей незначительно). Штриховыми стрелками показаны смещения между кривыми по абсциссе. Красная точка соответствует положению на данной диаграмме магнитной структуры, изображенной на Рисунке 4.1.6

На Рисунке 4.1.7 показаны зависимости H_c от абсолютной величины константы анизотропии K для случаев $\beta \approx 0.63$ и $\beta \ll 1$. Наблюдаемая картина является вполне ожидаемой. Во-первых, ненулевые значения H_c начинают появляться только при значениях K , превышающих некоторое $K_{\min}$, когда неоднородность становится устойчивой хотя бы в отсутствие поля. Во-вторых, при дальнейшем росте величины K значения H_c также увеличиваются. Это объясняется тем, что для разрушения неоднородной структуры необходимо достижение углом α каких-то характерных «больших» значений (которые, впрочем, не являются известными постоянными). Из формулы (4.1.5) видно, что при фиксированной величине α_0 имеет место соотношение $H \sim K$, что и является предпосылкой для монотонного возрастания функции $H_c(K)$, пусть и

не по линейному закону. В-третьих, как видно из Рисунка 4.1.7, графики $H_c(K)$ для двух рассмотренных случаев имеют близкую форму и смещены друг относительно друга по абсциссе на величину, практически совпадающую с $\beta \approx 0.63$. Это подтверждает высказанный в начале тезис о том, что учет влияния размагничивающих полей с большой точностью может быть сведен к замене K на K_{eff} или, что то же самое, K/K_0 на $K/K_0 + \beta$. Отклонение от этого правила становится существенным только при сравнительно небольших значениях K , где смещение между кривыми начинает постепенно возрастать (см. Рисунок 4.1.7: смещение 0.87 превышает $\beta \approx 0.63$ почти на 40%). Данное явление, видимо, имеет ту же природу, что и некоторое расхождение между критическими значениями величины K_{eff} в случаях кристаллической анизотропии и анизотропии формы (см. раздел 3.2): если значения параметра β не являются малыми, то влияние размагничивающих полей начинает сказываться не только на распределении угла α , но также и на распределении угла θ , так что соотношение (4.1.4) может оказаться довольно грубым приближением. Тем не менее, как в случае раздела 3.2, так и в случае Рисунка 4.1.7 погрешности, обусловленные этим приближением, не приводят к ошибкам в порядках вычисляемых величин.

4.2 Изменение топологии распределения намагниченности под влиянием полей, создаваемых электрическими токами

4.2.1 Уравнения движения

Рассмотрим образец в виде тонкой ферромагнитной пленки с сильной одноосной анизотропией типа «легкая плоскость». Ее наличие приводит к тому, что спины практически не выходят из плоскости пленки. Представим единичный вектор намагниченности и эффективное магнитное поле в виде $\mathbf{m} = \mathbf{m}_p + \mathbf{m}_n$ и $\mathbf{H} = \mathbf{H}_p + \mathbf{H}_n$ соответственно, где индексом «р» обозначены компоненты, лежащие в плоскости пленки, а индексом «н» - компоненты, нормальные к ней. Тогда $|\mathbf{m}_p| \approx 1$, $|\mathbf{m}_n| \ll 1$, и уравнение Ландау-Лифшица-Гильберта

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} = \gamma [\mathbf{H} \times \mathbf{m}] + \alpha \left[\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} \right],$$

где γ – гиромагнитное отношение, а α – параметр диссипации, распадается на следующие два уравнения, в первом из которых отброшены все малые члены:

$$\frac{\partial \mathbf{m}_p}{\partial t} = \gamma [\mathbf{H}_n \times \mathbf{m}_p],$$

$$\frac{\partial \mathbf{m}_n}{\partial t} = \gamma [\mathbf{H}_p \times \mathbf{m}_p] + \alpha \left[\mathbf{m}_p \times \frac{\partial \mathbf{m}_p}{\partial t} \right].$$

Пренебрегая $\frac{\partial \mathbf{m}_n}{\partial t}$ во втором уравнении и подставляя в него $\frac{\partial \mathbf{m}_p}{\partial t}$ из первого, имеем

$$\mathbf{H}_n = -\frac{1}{\alpha} [\mathbf{H}_p \times \mathbf{m}_p],$$

откуда

$$\frac{\partial \mathbf{m}_p}{\partial t} = -\frac{\gamma}{\alpha} \left[[\mathbf{H}_p \times \mathbf{m}_p] \times \mathbf{m}_p \right].$$

Полученное соотношение приобретает более простой вид, если ввести угол θ , задающий ориентацию вектора $\mathbf{m}_p = (\cos \theta, \sin \theta, 0)$ в данной точке плоскости, а также представить $\mathbf{H}_p$ через вариационную производную $-\frac{1}{M_s} \frac{\delta E}{\delta \mathbf{m}_p}$, где функционал E соответствует полной энергии магнетика (для наглядности, однако, в E не будут включаться слагаемые, отвечающие за одноосную анизотропию, что никак не влияет на рассуждения):

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\gamma}{\alpha M_s} \frac{\delta E}{\delta \theta}. \quad (4.2.1)$$

Как видно из полученного уравнения движения, динамика плоских магнитных структур определяется преимущественно диссипативными процессами. Можно показать, что условие применимости данного приближения задается соотношением $\alpha \gg \sqrt{M_s |\mathbf{H}_p| / |K|}$, где K – константа одноосной анизотропии.

Оно автоматически выполняется при $K \rightarrow \infty$ для любых значений α . Однако при пограничных значениях K в (4.2.1) может появиться член, содержащий

вторую производную θ по времени и обуславливающий появление инерции, которой, однако, условимся пренебрегать.

В случае дискретных моделей энергия магнетика E является функцией счетного числа углов θ_i , определяющих ориентацию отдельных спинов. Если эти спины распределены по решетке равномерно (не считая, быть может, областей образца, занимаемых антидотами), то по аналогии с (4.2.1) мы можем записать следующие уравнения движения:

$$\frac{d\theta_i}{dt} = -\beta \frac{\partial E}{\partial \theta_i}. \quad (4.2.2)$$

Входящий сюда коэффициент $\beta \sim \alpha^{-1}$ задает временной масштаб процессов и может быть приведен к значению 1 выбором подходящих единиц измерения.

4.2.2 Базовый механизм изменения топологии

Рассмотрим бесконечную однородно намагниченную пленку с одним антидотом, по которому проходит длинный прямолинейный проводник, перпендикулярный плоскости образца. Если через проводник пропустить ток, то намагниченность в каждой точке пленки переориентируется вдоль силовых линий магнитного поля. Несложно заметить, что этот процесс связан с изменением топологии магнитной структуры. Действительно, угол θ при обходе вокруг отверстия в начальном состоянии ($\theta = 0$) остается неизменным, а в конечном ($\theta = \varphi$, если система полярных координат r, φ выбрана так, что ее начало совпадает с центром антидота) — меняется на 2π . Вводя понятие топологического заряда области как числа оборотов, совершаемых вектором намагниченности при обходе этой области вдоль границы в фиксированном направлении, мы можем сказать, что в процессе перемагничивания топологический заряд антидота меняется с 0 на +1. Ясно, что угол θ при этом не может оставаться непрерывной функцией пространственных координат в произвольный момент времени. Чтобы проследить динамику возникающих разрывов, обратимся к полученным ранее уравнениям движения.

В тех случаях, когда влиянием размагничивающих полей в пленке можно пренебречь, ее энергия может быть, как правило, представлена в следующем виде:

$$E = \int [A(\nabla\theta)^2 + \Phi_e(\theta, \mathbf{r})] dV,$$

где интегрирование ведется по всему объему образца, A – обменный параметр, а Φ_e – некая функция угла θ и пространственных координат, характеризующая внешнее воздействие. Тогда из (4.2.1) имеем:

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = \frac{\gamma}{\alpha M_s} \left(2A\Delta\theta - \frac{\partial\Phi_e}{\partial\theta} \right). \quad (4.2.3)$$

Несложно видеть, что при отсутствии внешних воздействий уравнение (4.2.3) представляет собой уравнение теплопроводности, благодаря чему обеспечивается релаксация магнитной структуры в состояния, удовлетворяющие уравнению Лапласа $\Delta\theta = 0$. Все топологические особенности таких стационарных состояний строго отражают топологию самого образца: в частности, ненулевым топологическим зарядом могут обладать только области, соответствующие отверстиям. Следовательно, фактором, напрямую обуславливающим изменение топологии магнитной структуры, является внешнее воздействие, в то время как обменное взаимодействие играет лишь стабилизирующую роль, сглаживая и в конечном счете ликвидируя разрывы функции θ , возникающие как побочный эффект процессов перемагничивания.

С учетом вышесказанного положим в (4.2.3) $A \rightarrow 0$ и

$$\Phi_e = -\frac{IM_s}{2\pi r} \cos(\theta - \varphi),$$

что соответствует взаимодействию магнетика с полем, которое создается током I . Тогда

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = -\frac{\gamma I}{2\pi\alpha r} \sin(\theta - \varphi).$$

Решая это уравнение с начальным условием $\theta = 0$, получаем:

$$\theta = \varphi - 2 \arctan \left[\tan \left(\frac{\varphi}{2} \right) \exp \left(-\frac{\gamma I t}{2\pi \alpha r} \right) \right]. \quad (4.2.4)$$

Соотношение (4.2.4) описывает динамику перемангничивания образца на всей плоскости, кроме точек, лежащих на луче $\varphi = \pi$. Рассмотрим поведение угла θ в окрестности этого луча, а именно на двух близко расположенных к нему параллельных прямых $r \sin \varphi = \pm h$, $h = \text{const}$. На Рисунке 4.2.1 показана зависимость θ от координаты $x = -r \cos \varphi$ на прямых в последовательные моменты времени t , причем промежуток времени между последовательными синими кривыми $\theta(x)$ в 10 раз превышает промежуток времени между последовательными красными, который, в свою очередь, в 10 раз превышает промежуток между последовательными лиловыми кривыми $\theta(x)$. Из рисунка видно, что процесс перемангничивания распадается на два этапа. Сначала (лиловые и красные кривые) вблизи проводника довольно быстро формируется зародыш перемангничивания, в пределах которого θ меняется от 0 до $\pm\pi$ и обратно. Далее, однако, правая часть зародыша начинает двигаться по направлению от проводника (синие кривые), приблизительно сохраняя свою форму. Эта правая часть в любой момент времени оказывается локализованной в небольшой области пространства, с которой связан топологический заряд -1 (см., например, область на Рисунке 4.2.1, ограниченную зелеными штриховыми линиями), и, следовательно, может быть отождествлена с некоторой квазичастицей. Аналогично, левая часть зародыша может быть отождествлена с неподвижной квазичастицей, несущей топологический заряд $+1$. В этих терминах первый этап процесса перемангничивания представляет собой рождение пары квазичастиц в области антидота, а второй – испускание одной из них, которая, постепенно удаляясь на бесконечность, уносит с собой топологический заряд -1 , благодаря чему и происходит изменение топологии образца в целом.

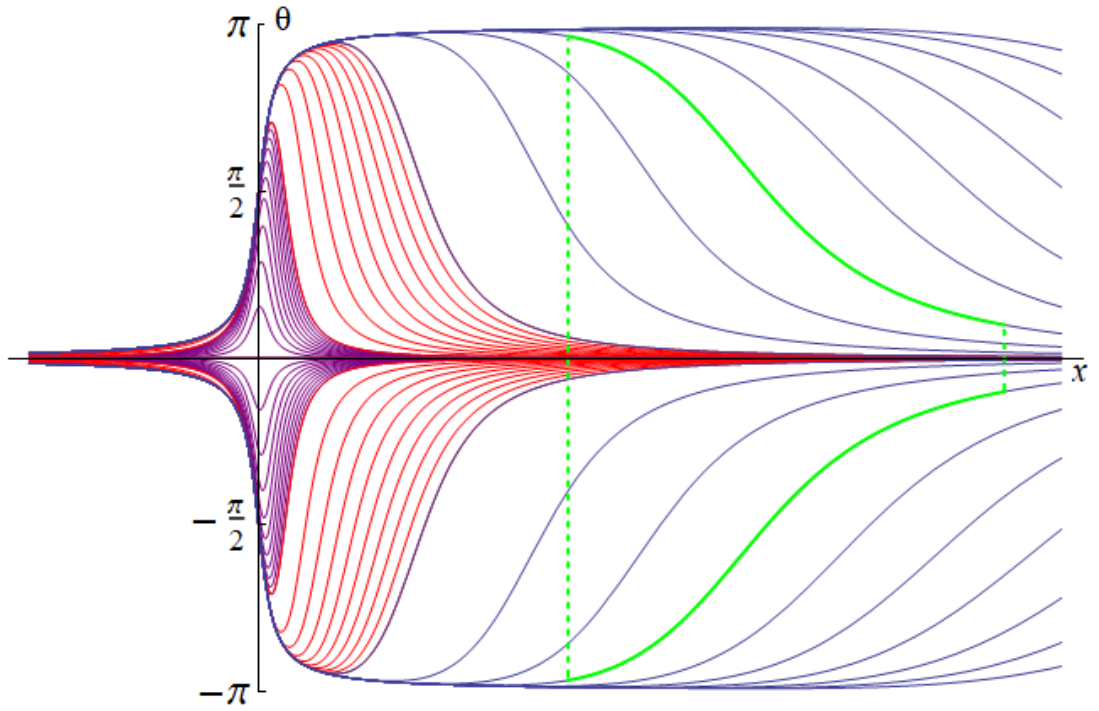


Рисунок 4.2.1 – Кривые зависимости θ от x , иллюстрирующие процесс перемагничивания образца вблизи линии разрыва. Интервал времени между последовательными синими кривыми в 10 раз превышает интервал времени между последовательными красными кривыми, который, в свою очередь, в 10 раз превышает временной интервал между последовательными лиловыми кривыми. Зелеными сплошными и штриховыми линиями показана область неоднородности, которая может рассматриваться как отдельная квазичастица

Описанный механизм становится еще более наглядным, если обратиться к дискретной модели из 400 спинов, учитывающей в том числе и обменное взаимодействие. Выберем энергию системы в виде

$$E = \sum_{i,j} \left(1 - \cos(\theta_i - \theta_j) \right) - \sum_i \frac{I}{r} \cos(\theta_i - \varphi), \quad (4.2.5)$$

где суммирование в первом слагаемом ведется по всем парам узлов решетки, являющихся ближайшими соседями по горизонтали или вертикали. Тогда решение уравнения движения (4.2.2) соответствует процессу перемагничивания, который сопровождается испусканием квазичастицы, образованной четырьмя спинами, как показано на Рисунке 4.2.2 (для

наглядности показана только часть решетки). После того как эта квазичастица покидает границы модели, все спины оказываются ориентированы вдоль концентрических окружностей, и процесс перемагничивания завершается.

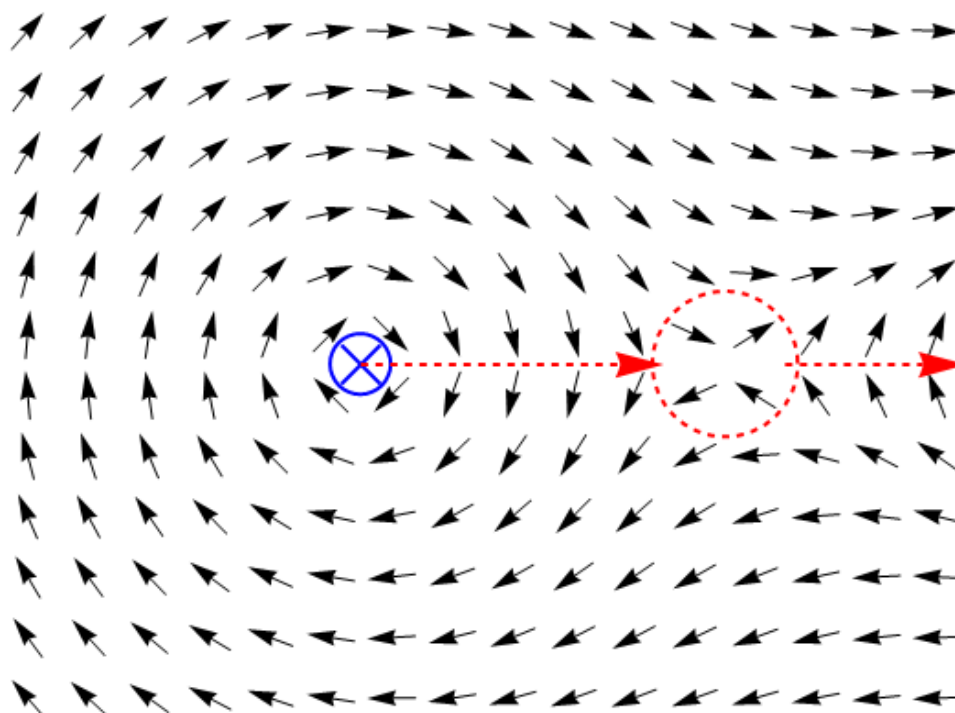


Рисунок 4.2.2 – Процесс перемагничивания, сопровождающийся испусканием квазичастицы. Здесь штриховые линии, представляющие собой окружность, обозначают область локализации квазичастицы, а штриховые линии, заканчивающиеся стрелкой, обозначают траекторию и направление движения квазичастицы

4.2.3 Механизм перемагничивания в случае двух отверстий

Как следует из вышеизложенного, включение тока в проводнике, проходящем через отверстие в пленке, приводит к тому, что на отверстии локализуется квазичастица с топологическим зарядом $+1$, а квазичастица с зарядом -1 испускается в направлении, зависящем от начального направления намагниченности в образце. Этот сценарий можно с успехом использовать в качестве инструмента для анализа более сложных ситуаций, например, когда в пленке имеется более одного отверстия. Пусть, например, число отверстий равно двум, причем в однородном состоянии образца намагниченность

направлена под углом $\pi/4$ к линии, соединяющей их центры. Если включить ток в одном направлении через оба отверстия, то будут испущены две квазичастицы с зарядами -1 . Заметим, однако, что обе частицы не могут в дальнейшем удалиться на бесконечность: в этом случае суммарный топологический заряд образца стал бы равен $+2$, хотя на большом удалении от отверстий два тока должны быть неотличимы от одного, и значит, суммарный заряд, как и в случае одного проводника, обязательно равен $+1$. Следовательно, одна из испущенных квазичастиц в действительности никогда не покидает область образца. Это умозаключение действительно подтверждается численным экспериментом. Рассматривая дискретную модель из 392 спинов с энергией, аналогичной (4.2.5), мы наблюдаем, что квазичастица, испускаемая одним из отверстий, почти сразу меняет направление своего движения и останавливается точно посередине между отверстиями, благодаря чему и возникает статическая структура с суммарным топологическим зарядом $+1$ (см. Рисунок 4.2.3).

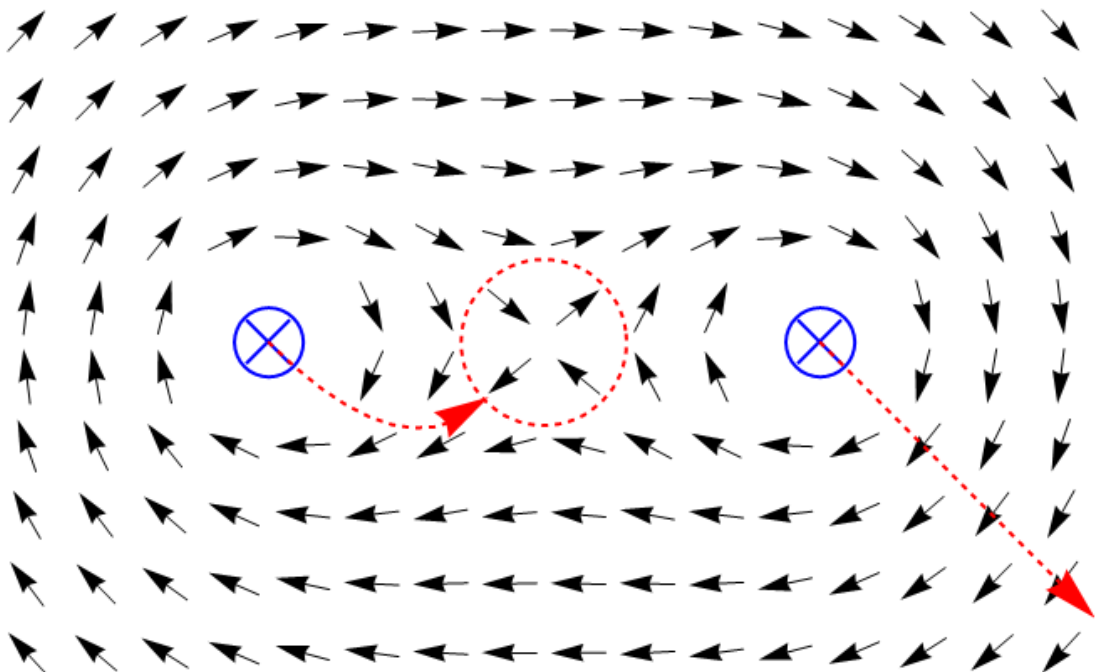


Рисунок 4.2.3. Процесс перемангничивания с остановкой одной из квазичастиц. Здесь смысл штриховых линий тот же, что и на Рисунке 4.2.2

Наибольший прикладной интерес имеет ситуация, в которой при наличии двух антидотов ток пропускается только через один из них (при этом начальное направление намагниченности перпендикулярно линии, соединяющей антидоты). В этом случае квазичастица с зарядом -1 испускается одним отверстием в направлении другого, где может быть захвачена, в результате чего образуется связанное состояние с суммарным топологическим зарядом 0 , не исчезающее при выключении тока. На Рисунке 4.2.4 показано такое стационарное состояние, сформированное коротким импульсом тока, пропущенного через левое отверстие. Следует отметить при этом, что фактический результат воздействия тока зависит от его силы и продолжительности импульса. Если они невелики, то к моменту выключения тока квазичастица не успевает существенно отдалиться от левого отверстия и далее под влиянием обменного взаимодействия возвращается к нему, так что магнетик снова становится однородным. Если же частица преодолевает более половины расстояния между отверстиями до момента выключения тока, то обменное взаимодействие способствует продолжению ее движения, и связанное состояние окончательно формируется уже в отсутствие внешнего воздействия. При чрезмерно высокой силе тока частица, достигнув правого отверстия, проскакивает его, и вместо процесса образования связанного состояния пленка перемагничивается как единое целое. Тем не менее, если квазичастица не успевает покинуть область образца, то после выключения тока она пытается вернуться к источнику своего зарождения и все равно захватывается правым отверстием с образованием связанного состояния, поэтому в действительности диапазон допустимых значений силы тока довольно широк.

Практическая ценность состояния, показанного на Рисунке 4.2.4, заключается в том, что такая уединенная магнитная неоднородность оказывается хорошо локализованной и долгоживущей, благодаря чему систему из двух антидотов можно использовать в качестве ячейки памяти, запись в которой, как ранее было показано, может производиться короткими

импульсами тока. Более того, помимо уже рассмотренного импульса можно пропускать ток также и через правый антидот, в результате чего топологический заряд $+1$ свяжется с правым антидотом, а -1 – с левым, и полученное состояние окажется симметричным показанному на Рисунке 4.2.4. Оба эти состояния могут быть разрушены до однородного: к примеру, в случае Рисунка 4.2.4 следует пропустить ток достаточной величины через левый антидот в направлении «на нас». Следовательно, описанную ячейку можно переводить между тремя относительно устойчивыми состояниями (двумя симметричными неоднородными и одним однородным), реализуя тем самым перезаписываемый трит информации. Отсюда можно заключить, что перфорированная магнитная пленка является физической основой для создания носителей информации, данные на которых естественным образом представляются в троичной системе исчисления. Преимущества такого подхода перед традиционным бинарным представлением чисел вполне очевидны и могут обусловить как существенный прирост плотности записи данных, так и повышение скорости структурированного доступа к ним.

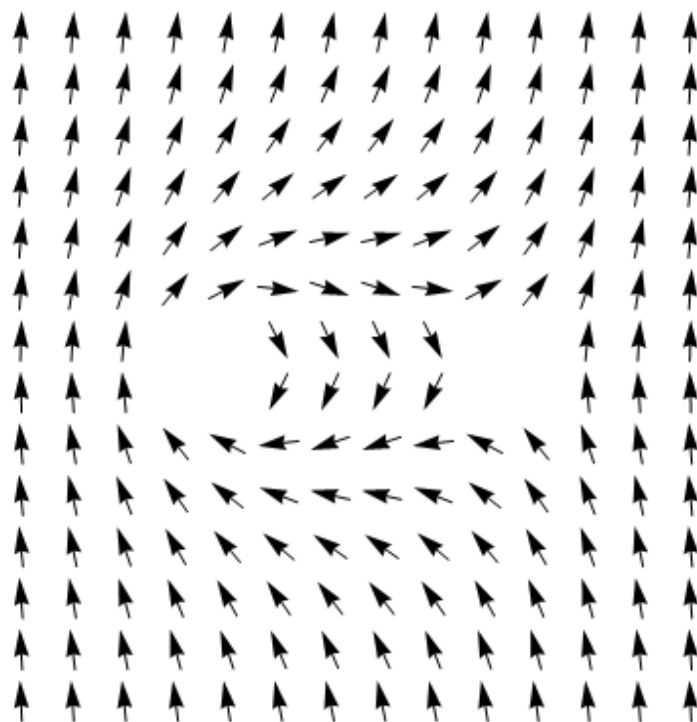


Рисунок 4.2.4 – Связанное состояние на двух антидотах

4.2.4 Столкновение квазичастиц

Рассмотрим пленку с двумя отверстиями, как в случае, показанном на Рисунке 4.2.3, однако на сей раз пропустим токи через antidotes в противоположных направлениях. Тогда каждым из antidotes будет испущено по одной квазичастице, скорости которых окажутся противоположными. В частности, при определенных начальных направлениях намагниченности в образце частицы будут двигаться навстречу друг другу, что должно привести к их столкновению и дальнейшему разлету на бесконечность, поскольку при описанной конфигурации токов суммарный топологический заряд образца через достаточно долгое время должен стать равен $+2$. Численное моделирование показывает, что в действительности квазичастицы меняют направление движения даже в тех случаях, когда их траектории, казалось бы, не должны пересекаться. Чтобы исследовать данное явление, вновь обратимся к уравнению (4.2.3), положив $A \rightarrow 0$ и

$$\Phi_e = -\frac{IM_sb}{2\pi r^2} \cos(\theta - 2\varphi),$$

что соответствует взаимодействию магнетика с двумя противоположными токами величины I , расположенными на малом расстоянии b друг от друга ($r \gg b$). Тогда, принимая $\theta = \theta_0$ в качестве начального условия, по аналогии с (4.2.4) получаем:

$$\theta = 2\varphi - 2 \arctan \left[\tan \left(\varphi - \frac{\theta_0}{2} \right) \exp \left(-\frac{\gamma I b t}{2\pi \alpha r^2} \right) \right].$$

Данное соотношение указывает на существование разрывов функции θ на лучах $\varphi = \frac{\theta_0 + \pi}{2}$ и $\varphi = \frac{\theta_0 + 3\pi}{2}$, которые и задают направление разлета двух квазичастиц. Так, к примеру, при $\theta_0 = 0$ разлет частиц после столкновения должен происходить в направлениях, перпендикулярных линии, соединяющей центры antidotes, что подтверждается расчетами на дискретной модели (см. Рисунок 4.2.5).

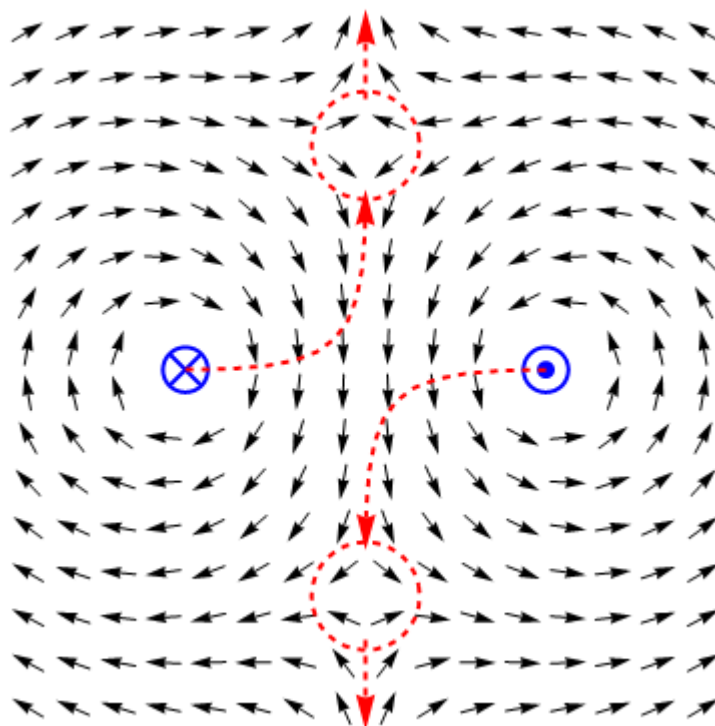


Рисунок 4.2.5 – Разлет квазичастиц после столкновения. Здесь смысл штриховых линий тот же, что и на Рисунке 4.2.2

4.2.5 Механизм перемагничивания в случае четырех отверстий

По аналогии с тем, как на двух антидотах локализуются вихревые структуры, характеризующиеся топологическим зарядом $+1$ на одном антидоте и -1 на другом, на четырех антидотах, расположенных в вершинах квадрата, также могут локализоваться магнитные неоднородности, где с каждым из антидотов связан заряд ± 1 (см. Рисунок 4.2.6). Как показано в разделе 2.1, такие состояния обладают дополнительной энергией связи по сравнению с состояниями, локализованными на двух антидотах, и проявляют большую устойчивость относительно тепловых флуктуаций, вследствие чего могут оказаться более удобными для создания троичных ячеек памяти на практике. Тем не менее, особенности механизма перемагничивания в случае ячейки с четырьмя антидотами накладывают определенные ограничения на ее геометрию, которые необходимо учитывать.

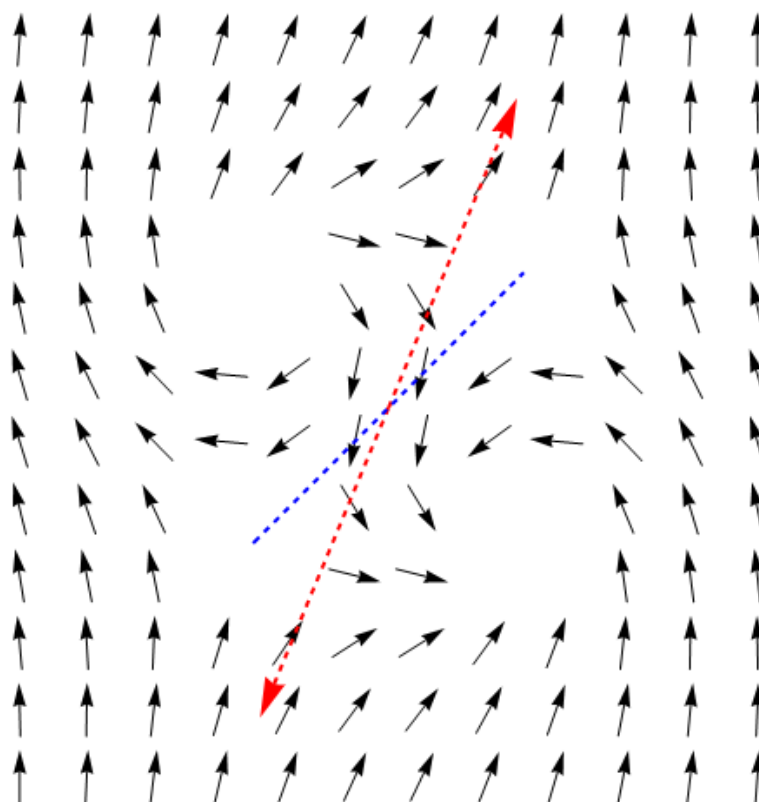


Рисунок 4.2.6 – Связанное состояние на четырех антидотах и механизм его формирования. Здесь синей штриховой линией показана диагональ, соединяющая центры двух антидотов, а красная штриховая линия, заканчивающаяся стрелками, иллюстрирует направление разлета квазичастиц

Из соображений симметрии ясно, что для возникновения вихревого объекта, показанного на Рисунке 4.2.6, необходимо пропустить противоположные токи через два отверстия, расположенных на одной диагонали (в данном случае – через левое верхнее и правое нижнее). При этом выбор диагонали обуславливает, какое из двух симметричных неоднородных состояний будет в итоге сформировано. Как показано выше, процесс перемангничивания в этом случае связан с разлетом двух квазичастиц из центра системы, причем направление разлета (показано красными стрелками) составляет угол $\pi/8$ с диагональю, соединяющей центры двух оставшихся отверстий (синяя штриховая линия на рисунке). Это следует из того, что в данном случае направление $\varphi = 0$ оказывается повернуто на угол $\pi/4$ относительно горизонтали на рисунке, а значит, начальное направление

намагниченности «вертикально вверх», которое сохраняется на границе образца, на самом деле характеризуется углом $\theta_0 = -\pi/4$. Для того чтобы после выключения тока сформировалось связанное состояние, правое верхнее и левое нижнее отверстия должны захватить испущенные квазичастицы, а значит, траектории частиц должны по меньшей мере пересекать эти отверстия. Следовательно, угол, под которым видно каждое из отверстий из центра, должен составлять хотя бы $\pi/4$, что достигается при радиусах отверстий $R \geq a \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \frac{\pi}{8} \approx 0.27a$, где a – расстояние между центрами соседних отверстий. Таким образом, зазор между соседними отверстиями должен составлять не более $1.7R$, в противном случае испущенные квазичастицы свободно проходят мимо них, и магнетик после выключения тока всегда возвращается в однородное состояние. Данный вывод находится в хорошем качественном согласии с результатами численного моделирования и означает, что хотя связанные состояния и могут наблюдаться на четырех отверстиях сколь угодно малых размеров, их формирование с помощью импульсов тока оказывается осуществимым только при сопоставимых размерах отверстий и самой ячейки.

4.2.6 Достаточные условия реализации процессов перезаписи состояний в ячейках

Как упоминалось выше, для формирования неоднородного состояния в ячейке с двумя отверстиями необходим импульс тока, характеризующийся определенным сочетанием величины и продолжительности импульса. Аналогично обстоят дела и в отношении ячейки с четырьмя отверстиями, если ее геометрия удовлетворяет выведенным требованиям. На Рисунке 4.2.7 показана зависимость минимальной силы тока I_m , необходимой для записи неоднородного состояния в ячейки обоих типов, от продолжительности импульса τ (в условных единицах). Расчеты производились на основе дискретной модели, содержащей 188 спинов в случае двух отверстий и 308 спинов в случае четырех.

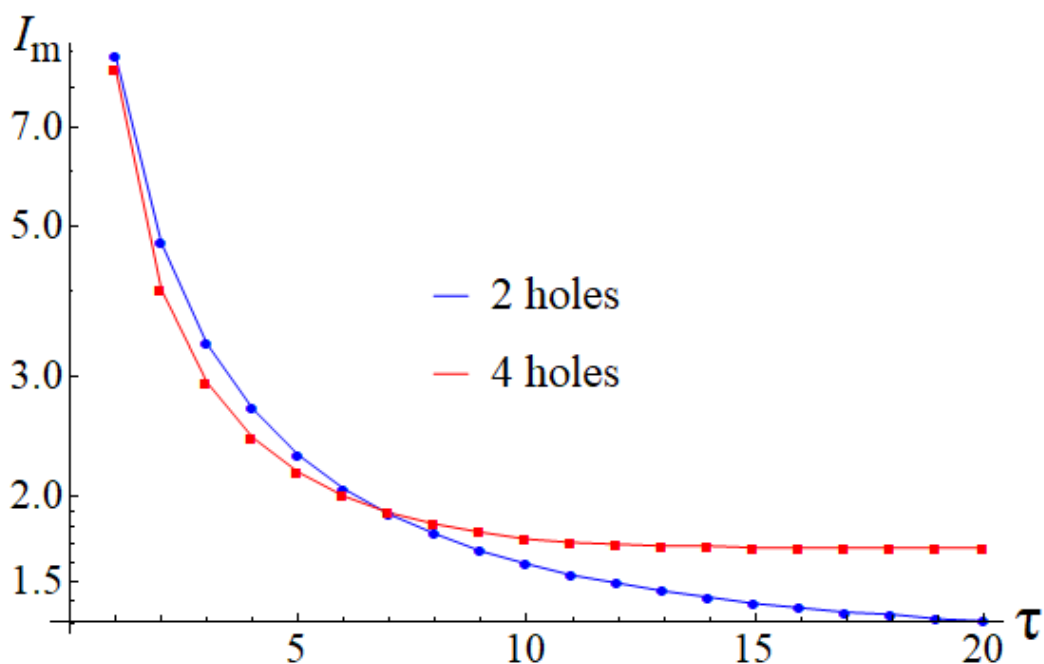


Рисунок 4.2.7 – Зависимость минимальной величины тока I_m от продолжительности импульса τ . Синяя линия соответствует случаю ячейки с 2 отверстиями, а красная линия – ячейки с 4 отверстиями

Несложно видеть, что характер зависимости, приведенной на Рисунке 4.2.7, оказывается схожим для обоих типов ячеек. В частности, оба графика постепенно выходят на горизонтальные асимптоты. Их существование связано с тем, что при силах тока, соответствующих асимптотам, системы переходят в стационарные состояния, в которых испущенные квазичастицы останавливаются в определенных положениях между отверстиями. Соответственно, при попытке подать ток немного меньшей величины частицы не доберутся до этих положений ни за какое время и после отключения тока в любом случае вернутся к точке своего зарождения. Если же подать немного больший ток, то частицы достигнут указанных положений за конечное время, после чего ток уже можно отключить, и захват квазичастицы нужным отверстием будет обеспечен за счет влияния обменного взаимодействия. Таким образом, необходимые величины токов принципиально ограничены снизу, хотя в отношении продолжительностей импульсов такие ограничения, по-видимому, отсутствуют.

4.2.7 Стабильные состояния ячеек под воздействием токов

Покажем, что локализованные на двух отверстиях неоднородности с $k = \pm 1$ могут быть стабильными при воздействии тока, текущего через одно из отверстий. Пусть для начала сила такого тока чрезвычайно велика, так что влиянием обменного взаимодействия можно пренебречь. Тогда во всех точках образца вектор намагниченности ориентируется вдоль силовых линий магнитного поля, создаваемого током, то есть по касательным к окружностям, центры которых совпадают с центром отверстия. Тем самым это отверстие будет характеризоваться топологическим зарядом $+1$, а второе – зарядом 0 , поскольку в его окрестности намагниченность будет почти постоянной. При уменьшении силы тока, однако, все большую роль будет играть обменное взаимодействие, энергия которого, как мы знаем, существенно понижается при суммарном топологическом заряде системы, равном 0 . Ток, однако, все еще может оставаться достаточно сильным, чтобы вблизи него намагниченность по-прежнему ориентировалась вдоль силовых линий, так что топологический заряд, соответствующий первому отверстию, сохранит свое значение $+1$. Следовательно, для второго отверстия топологический заряд вынужденно станет равным -1 за счет спонтанного перераспределения намагниченности. Дальнейшее снижение силы тока приведет к тому, что вихрь намагниченности вокруг первого отверстия окажется невыгодным, и топологические заряды станут равными 0 для обоих отверстий; магнетик придет в состояние, близкое к однородному. Таким образом, мы ожидаем, что состояние с зарядами $+1, -1$ стабилизируется при значениях силы тока, лежащих в каком-то определенном интервале. При таких же значениях стабилизируется и состояние с зарядами $-1, +1$, однако ток следует пропускать уже через второе отверстие.

Проверим наши рассуждения посредством численного эксперимента. Оптимизируя энергию (4.2.5) с добавлением второго слагаемого из энергии (2.1.4) при различных значениях тока I , мы обнаруживаем три неэквивалентных распределения намагниченности, которые показаны на

Рисунке 4.2.8. В данном случае все распределения отвечают глобальному минимуму энергии, так что при указанных I эти состояния являются стабильными. При других величинах силы тока, однако, состояния аналогичной топологии могут оказаться уже метастабильными. Зависимость энергии E каждого из них от тока I показана на Рисунке 4.2.9. Как и следовало ожидать при $I < 0.5$ устойчивым оказывается состояние с зарядами $0, 0$; при $I > 2.6$ – с зарядами $+1, 0$; а при промежуточных значениях $0.5 < I < 2.6$ стабилизируется интересующая нас уединенная неоднородность, характеризующаяся зарядами $+1, -1$.

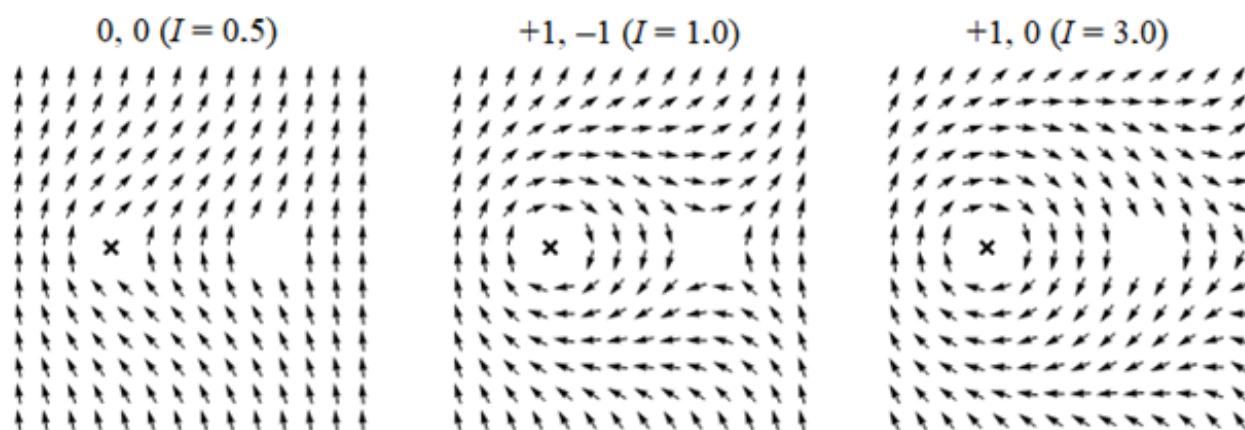


Рисунок 4.2.8 – Распределения намагниченности при воздействии тока

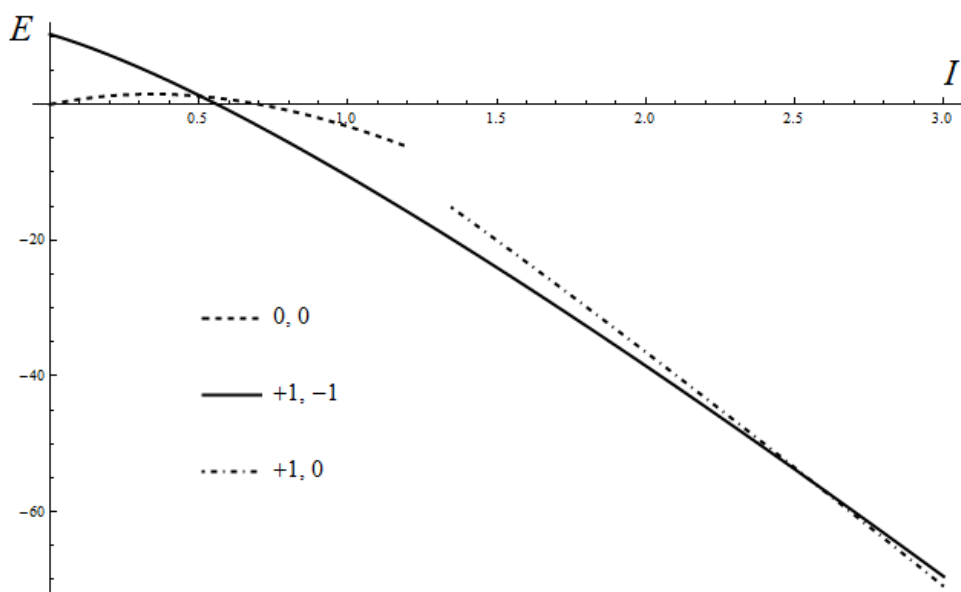


Рисунок 4.2.9 – Энергии различных состояний при воздействии тока

4.3 Динамические свойства магнитных неоднородностей под воздействием импульсов магнитного поля

4.3.1 Физическая модель ячейки памяти

Рассмотрим тонкую ферромагнитную пленку толщиной h , содержащую два одинаковых круглых антидота радиусом R с центрами O_1 и O_2 , как показано на Рисунке 4.3.1. При этом расстояние между центрами антидотов $|O_1O_2| = a$. Пусть материал образца характеризуется сильной одноосной анизотропией типа «легкая плоскость», так что вектор намагниченности $\mathbf{M} = M_s \mathbf{m}$ (M_s – намагниченность насыщения, $\mathbf{m}$ – единичный вектор в направлении $\mathbf{M}$) практически не покидает плоскость пленки. Тогда полную энергию магнетика можно записать в следующем виде:

$$E = \int \left[A (\nabla \theta)^2 - \mathbf{H} \mathbf{M} - \frac{1}{2} \mathbf{H}_m \mathbf{M} \right] h dS, \quad (4.3.1)$$

где θ – угол, определяющий ориентацию вектора $\mathbf{m}$ на плоскости, A – обменный параметр, $\mathbf{H}$ – напряженность внешнего магнитного поля, $\mathbf{H}_m$ – напряженность размагничивающего поля, а интегрирование ведется по всей площади образца, не считая областей, занимаемых антидотами.

Пусть для начала внешнее поле отсутствует ($\mathbf{H} = 0$), а влияние размагничивающих полей пренебрежимо мало (в разделе 3.1 показано, что данное условие выражается соотношением $2\pi M_s^2 \ll A/a^2$). Тогда в формуле (4.3.1) остается только член, отвечающий обменной энергии, и уравнение Эйлера-Лагранжа, представляющее собой условие минимума для соответствующего функционала, сводится к уравнению Лапласа $\Delta \theta = 0$. При этом граничные условия заключаются в требовании отсутствия нормальной компоненты $\text{grad } \theta$ на границах антидотов. Решения такого уравнения имеют вид

$$\theta = k(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (4.3.2)$$

где k – произвольное целое число, а (r_1, φ_1) , (r_2, φ_2) – полярные системы координат, связанные с точками C_1 и C_2 (см. Рисунок 2.2.1), расстояние между которыми

$$|C_1 C_2| = b = \sqrt{a^2 - 4R^2}. \quad (4.3.3)$$

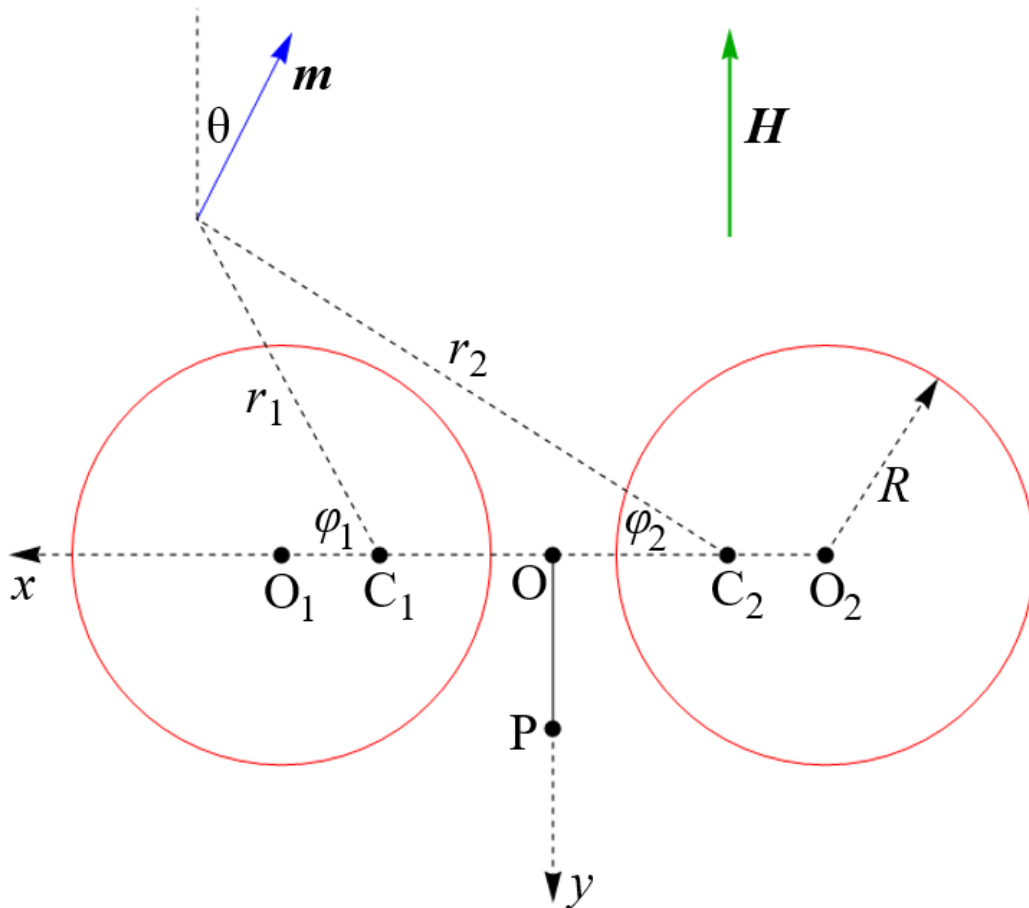


Рисунок 4.3.1 – Геометрия системы

4.3.2 Подход к считыванию состояния ячейки

Введем декартову систему координат (x, y) так, как показано на Рисунке 4.3.1, и рассмотрим направления вектора намагниченности в различных точках оси Oy в состояниях с $k = 0, \pm 1$. Они схематически показаны на Рисунке 4.3.2 сплошными стрелками. Несложно видеть, что эти направления заметно различаются, вследствие чего непосредственное измерение намагниченности, например, в точке $y = 0.29b$ (на Рисунке 4.3.2 слева; в этой точке направления намагниченности для различных k составляют

между собой угол 120°) могло бы однозначно идентифицировать состояние системы. Тем не менее, данный подход не представляется практичным в условиях наличия большого числа ячеек памяти, включенных в единую матрицу. Заметим, однако, что в случае такой матрицы направление намагниченности на удалении от перфораций ($\theta = 0$) является единым для всех ячеек, а значит, кратковременное включение внешнего поля $\mathbf{H}$ в этом направлении (зеленая стрелка на Рисунках 4.3.1 и 4.3.2) приведет к тому, что все ячейки с равными значениями k поведут себя одинаково, причем ячейки с $k = 0$ вообще не отреагируют на импульс. Тем самым становится возможно одновременно считать состояние всех ячеек, определенным образом отслеживая их отклик на подобное воздействие.

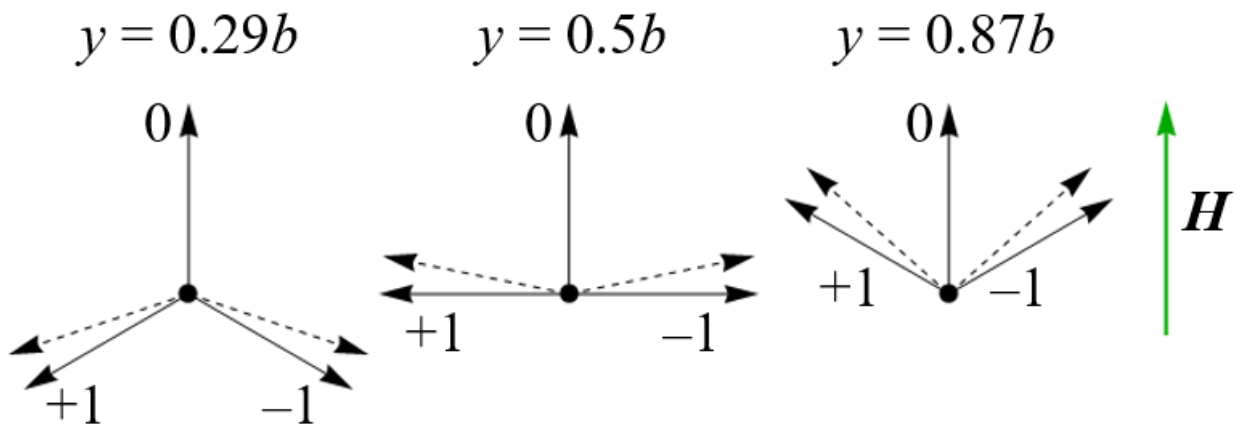


Рисунок 4.3.2 – Зависимость направления намагниченности от величины k в различных точках на оси системы

Рассмотрим проводящую прямоугольную рамку шириной h , расположенную перпендикулярно оси Ox в области $y_1 < y < y_2$, две стороны которой параллельны Oy и лежат на противоположных поверхностях пленки, а две другие проходят через пленку насквозь. ЭДС индукции ε в такой рамке может быть найдена следующим образом:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_m, \varepsilon_0 = \int_{y_1}^{y_2} 4\pi M_s \left. \frac{\partial m_x}{\partial t} \right|_{x=0} h dy, \varepsilon_m = \int_{y_1}^{y_2} \left. \frac{\partial H_{mx}}{\partial t} \right|_{x=0} h dy. (4.3.4)$$

Отсюда несложно видеть, что при включении поля $\mathbf{H}$ значения величины ε для состояний с противоположными k также будут противоположными. Кроме

того, для состояния с $k = 0$ величина ε будет равна нулю. Таким образом, $\varepsilon = k \varepsilon_1$ (ε_1 – фиксированная величина ε при $k = 1$), то есть знак ЭДС, возникающей в рамке, фактически, можно отождествить со значением записанного трита, чем и обеспечивается его считывание.

Штриховые стрелки на Рисунке 4.3.2 показывают новые направления намагниченности через небольшое время после включения внешнего поля. Если $k = 1$, то значения компоненты m_x в точках $y < b/2$ будут расти, а в точках $y > b/2$ – убывать. Поэтому в том случае, если $y_1 < b/2 < y_2$, области, расположенные по разные стороны от точки $y = b/2$ (точка Р на Рисунке 4.3.1), будут, согласно (4.3.4), давать вклады разного знака в величину ε_0 . Это нежелательно, поскольку наибольшая достоверность измерений может быть достигнута при наибольших абсолютных значениях измеряемой ЭДС. Следовательно, рамку целесообразно располагать либо между точками О и Р (сплошная линия на Рисунке 4.3.1), при этом $\varepsilon_0 > 0$; либо «ниже» точки Р, при этом $\varepsilon_0 < 0$.

Заметим, что слагаемым ε_m в выражении (4.3.4), которое характеризует вклад размагничивающих полей, нельзя пренебрегать даже в том случае, когда эти поля не оказывают существенного влияния на структуру магнитной неоднородности. В связи с этим приведенное выше рассуждение, вообще говоря, не доказывает, что найденные положения рамки позволяют максимизировать также и абсолютную величину полной ЭДС ε . Тем не менее, из дальнейших расчетов станет ясно, что сделанные оценки оказываются вполне корректными благодаря существованию тесной связи между распределениями M и H_m .

4.3.3 Аналитический расчет отклика ячейки

Чтобы рассчитать величину ЭДС, возникающей в рамке при включении поля H , достаточно определить значения производных по времени, входящих в выражение (4.3.4), в момент времени $t = 0$. В разделе 4.2 показано, что при

наличии сильной легкоплоскостной анизотропии динамика магнитной структуры может быть описана уравнением движения следующего вида:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\gamma}{\alpha M_s} \frac{\delta E}{\delta \theta}. \quad (4.3.5)$$

Здесь γ – гиромагнитное отношение, а α – параметр диссипации. Поскольку перед включением поля система находится в состоянии равновесия, то в начальный момент времени ненулевой вклад в правую часть соотношения (4.3.5) дает только слагаемое в энергии (4.3.1), связанное с влиянием поля $\mathbf{H}$. Отсюда для $m_x = -\sin \theta$ и $m_y = -\cos \theta$ имеем:

$$\frac{\partial m_x}{\partial t} = \frac{\gamma H}{\alpha} \sin \theta \cos \theta, \frac{\partial m_y}{\partial t} = -\frac{\gamma H}{\alpha} \sin^2 \theta. \quad (4.3.6)$$

При этом напряженность $\mathbf{H}_m$ размагничивающего поля, как и ее производная по времени, может быть найдена из уравнений Максвелла, так что

$$\text{rot } \frac{\partial \mathbf{H}_m}{\partial t} = 0, \text{div} \left(\frac{\partial \mathbf{H}_m}{\partial t} + 4\pi M_s \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} \right) = 0. \quad (4.3.7)$$

Пусть рамка расположена существенно «ниже» точки Р, так что $y_1 \gg b$. Тогда динамику системы достаточно рассмотреть на большом удалении от антидотов, где $r = r_1 \approx r_2 \gg b$, $\varphi = \varphi_1 \approx \varphi_2$. В этом случае из (4.3.2) (по-прежнему предполагая, что размагничивающие поля не оказывают заметного влияния на структуру неоднородности) для $k = 1$ приближенно имеем:

$$\theta = \frac{b \sin \varphi}{r}. \quad (4.3.8)$$

Подставляя (4.3.8) в формулы (4.3.6) и решая уравнения (4.3.7), получаем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial m_x}{\partial t} &= \frac{\gamma H b}{\alpha} \frac{\sin \varphi}{r}, \frac{\partial m_y}{\partial t} = 0, \\ \frac{\partial H_{mx}}{\partial t} &= \frac{2\pi M_s \gamma H b}{\alpha} \frac{\sin \varphi \cos 2\varphi}{r}, \frac{\partial H_{my}}{\partial t} = \frac{2\pi M_s \gamma H b}{\alpha} \frac{\cos \varphi \cos 2\varphi}{r}. \end{aligned} \quad (4.3.9)$$

Используя соотношения (4.3.9) и учитывая, что $\varphi = 3\pi/2$ для точек, принадлежащих области рамки, из (4.3.4) окончательно имеем:

$$\varepsilon = \varepsilon_0/2 = -\varepsilon_m = -\frac{2\pi M_s \gamma H b h}{\alpha} \ln \frac{y_2}{y_1}. \quad (4.3.10)$$

Из выражения (4.3.10) следует, что абсолютная величина измеряемой ЭДС неограниченно растет с увеличением y_2 , то есть теоретически мы могли бы сколь угодно усилить измеряемый отклик ячейки, выбирая рамки все большей длины. Разумеется, на практике данное обстоятельство не будет иметь места, поскольку при сколько-нибудь заметном удалении от антидотов отличие распределения намагниченности от однородного будет определяться уже не соотношением вида (4.3.8), а совокупностью случайных факторов.

Пусть далее рамка расположена точно между точками О и Р, то есть $y_1 = 0$, $y_2 = b/2$. В этом случае получение явного решения уравнения (4.3.7) является затруднительным. Тем не менее, по аналогии с выражением (4.3.10) мы можем предположить, что соотношение $\varepsilon = \varepsilon_0/2$ по-прежнему приближенно выполняется. Тогда при $x = 0$ из (4.3.2) для $k = 1$ имеем

$$\theta = -2 \arctan \frac{b}{2y} \quad (4.3.11)$$

и, подставляя соотношение (4.3.11) в первую формулу (4.3.6), из (4.3.4) получаем:

$$\varepsilon = \varepsilon_0/2 = \frac{\pi M_s \gamma H b h}{\alpha} (1 - \ln 2). \quad (4.3.12)$$

Сравнивая выражения (4.3.12) и (4.3.10), можно заметить, что абсолютные значения ЭДС для этих двух случаев оказываются равными, если в (4.3.10) $y_2/y_1 \approx 1.17$. Хотя данное отношение довольно невелико, это отнюдь не означает, что рамка длины $b/2$, размещенная «ниже» точки Р, могла бы регистрировать гораздо более сильный отклик, чем рамка, помещенная между точками О и Р, так как выражение (4.3.10) справедливо только при $y_1 \gg b$. В действительности расчет показывает, что отклик, противоположный ЭДС (4.3.12), регистрируется рамкой с параметрами $y_1 = 0.5b$, $y_2 \approx 0.99b$, которая имеет практически ту же длину, что и |ОР|. Поэтому размещение рамки между

точками О и Р в итоге представляется оптимальным вследствие того, что в этом случае ячейка памяти оказывается наиболее компактной.

4.3.4 Численное моделирование отклика ячейки

Вывод выражения (4.3.12) опирался на целый ряд допущений; кроме того, полученные результаты относятся к значению ε в момент времени $t = 0$ и потому не позволяют судить о зависимости ЭДС от времени. По этим причинам отклик ячейки (находящейся в состоянии с $k = 1$) на импульс внешнего поля был рассчитан также с помощью пакета микромагнитного моделирования ООММФ. При этом рассматривался образец размерами $200 \text{ нм} \times 100 \text{ нм} \times 10 \text{ нм}$, содержащий два круглых антидота радиусом $R = 10 \text{ нм}$ и характеризующийся следующими значениями материальных параметров: $A = 10^{-12} \text{ Дж/м}$, $M_s = 10^4 \text{ А/м}$, $\alpha = 0.1$, абсолютная величина константы одноосной анизотропии 10^7 Дж/м^3 . Продолжительность τ импульса внешнего поля напряженностью $H = 10^5 \text{ А/м}$ (эквивалентно 126 мТл) принималась равной $0.5, 1$ или 2 пс . Также варьировалось расстояние между центрами антидотов: $a = 3R$ или $a = 4R$. В обоих случаях рамка располагалась таким образом, чтобы она охватывала все элементы расчетной сетки (в форме кубиков объемом 1 нм^3), дающие положительный вклад в значение начальной ЭДС $\varepsilon(t = 0)$. При этом были получены значения $y_1 = 1 \text{ нм}$, $y_2 = 11 \text{ нм}$ для $a = 3R$ и $y_1 = 1 \text{ нм}$, $y_2 = 19 \text{ нм}$ для $a = 4R$. Расчет длины отрезка $|OP| = b/2$ в соответствии с формулой (4.3.3) дает для этих случаев результаты 11.2 нм и 17.3 нм соответственно, то есть, действительно, $y_2 \approx b/2$. Это подтверждает ранее сделанный вывод о том, что положение рамки между точками О и Р является оптимальным.

На Рисунке 4.3.3 показаны полученные зависимости $\varepsilon(t)$ при различных значениях параметров a и τ . Величина начальной ЭДС $\varepsilon(t = 0)$, которая не зависит от продолжительности импульса τ , оказалась равна 49.8 нВ для $a = 3R$ и 109.4 нВ для $a = 4R$, притом что расчеты с использованием формулы (4.3.12) дают 47.7 нВ и 73.8 нВ соответственно. Таким образом, формула (4.3.12)

позволяет получить довольно неплохие оценки ЭДС, точность которых, по всей видимости, снижается при больших расстояниях a между центрами антидотов.

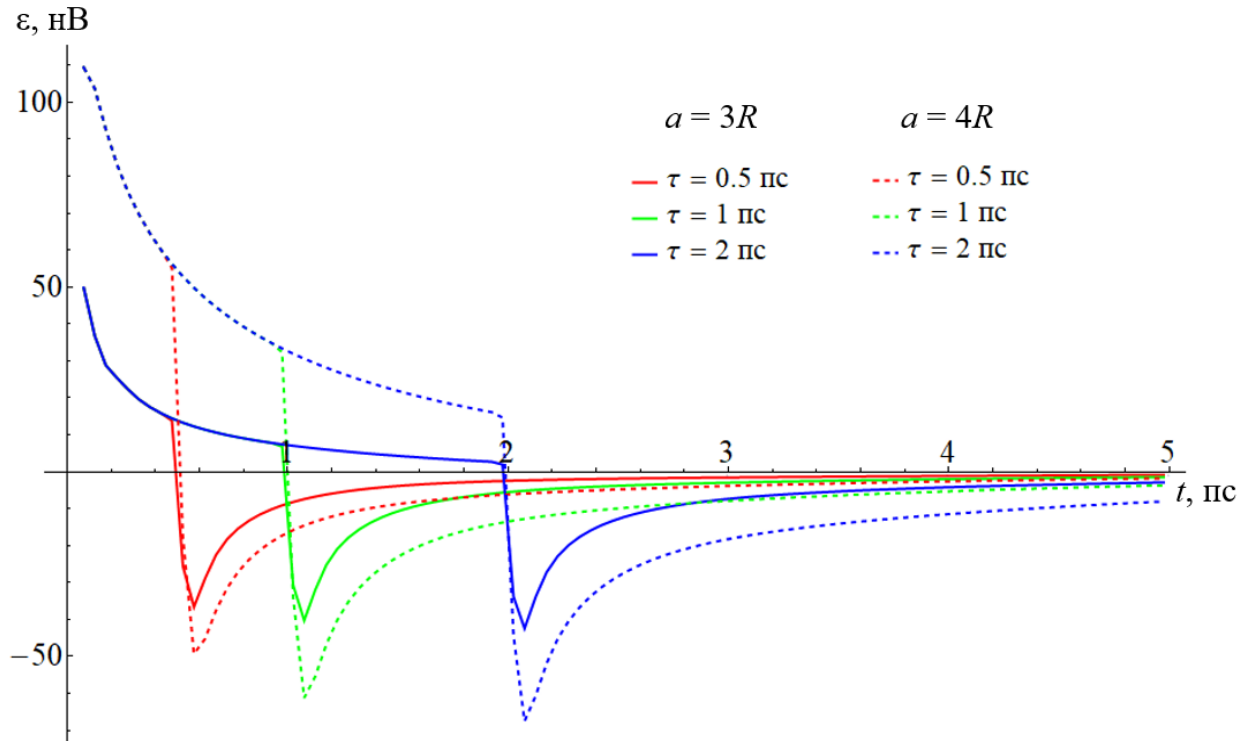


Рисунок 4.3.3 – Результат численного моделирования зависимости ЭДС от времени

Анализируя зависимости на Рисунке 4.3.3, несложно заметить, что отклик изучаемой системы на качественном уровне совпадает с откликом динамической системы первого порядка с одной степенью свободы на кратковременное внешнее воздействие. Действительно, если рассмотреть уравнение движения вида

$$f + T \frac{df}{dt} = g(t), \quad (4.3.13)$$

где f – обобщенная координата системы, T – постоянный параметр, а функция $g(t)$ принимает постоянное ненулевое значение при $t < \tau$ и обращается в нуль при $t > \tau$, то при условии $f(0) = 0$ график функции $\varepsilon = df/dt$ будет иметь вид, аналогичный кривым на Рисунке 4.3.3. Ясно тем самым, что величина f может быть отождествлена с магнитным потоком через рамку (точнее, с его отличием

от значения потока в равновесном состоянии), функция g – с влиянием внешнего поля, которое заключается в появлении нового равновесного значения потока f , а второе слагаемое в левой части уравнения (4.3.13) – с диссипативным членом, обеспечивающим релаксацию системы в соответствии с уравнением (4.3.5). Важным следствием из этой упрощенной модели является то, что помимо продолжительности импульса τ динамика изучаемых ячеек обусловлена единственным характерным временем, а именно – временем релаксации T . Эта величина не может зависеть от напряженности поля H , а также, судя по результатам, представленным на Рисунке 4.3.3, слабо зависит от расстояния a между центрами антидотов. Поэтому можно предположить, что в системе единиц СИ

$$T \sim \frac{\mu_0 M_s \alpha R^2}{\gamma A}, \quad (4.3.14)$$

где μ_0 – магнитная постоянная. Для значений параметров, использованных при моделировании, выражение в правой части (4.3.14) равно 0.57 пс, что довольно неплохо согласуется с динамикой, наблюдаемой на Рисунке 4.3.3. Таким образом, коэффициент пропорциональности в формуле (4.3.14) имеет значение, близкое к 1. Заметим, что, согласно этой формуле, миниатюризация ячеек памяти (уменьшение радиуса антидотов R) будет сопровождаться снижением времени релаксации, то есть повышением их быстродействия.

4.4 Выводы

Таким образом, о характере влияния магнитного поля на вихреподобные неоднородности можно сказать следующее:

- Под воздействием однородного магнитного поля, направленного по нормали к пленке, магнитная структура ожидаемо начинает деформироваться в направлении поля, причем выход вектора намагниченности из плоскости образца оказывается наиболее выраженным внутри зазора между антидотами. Более сильные поля могут нарушить устойчивость вихреподобной неоднородности

нетривиальной топологии. Величина таких полей имеет порядок 0.01 Тл, что вполне сопоставимо с полями бытовых магнитов, вследствие чего использование ячеек памяти на основе перфорированных пленок требует их дополнительной защиты от паразитных магнитных полей.

- Воздействие магнитного поля, создаваемого проводником, пропущенным через один из антидотов в пленке, может обуславливать изменение топологии плоской магнитной структуры в образце. Механизм такого изменения заключается в формировании пары квазичастиц с противоположными топологическими зарядами. Одна из этих квазичастиц локализуется на отверстии, а вторая испускается в определенном направлении. Если вторая квазичастица в процессе своего перемещения «захватывается» другим отверстием, то в образце возникает состояние магнитной структуры, которое топологически не эквивалентно исходному.
- Импульсы однородного магнитного поля, направленного вдоль поверхности перфорированной пленки, могут использоваться для считывания состояния из ячеек памяти, представленных парными перфорациями. Идея считывания заключается в том, что в каждом из трех своих различных состояний ячейка будет неодинаково реагировать на импульс поля, и данное различие может быть зарегистрировано с помощью проводящей рамки, расположенной в области ячейки. Необходимый для этого динамический процесс, который, казалось бы, должен ограничивать скорость считывания, в действительности является довольно быстрым (длительность порядка одной пикасекунды). Более того, отклик ячейки оказывается тем более быстрым, чем меньше ее геометрические размеры, вследствие чего миниатюризация ячеек будет лишь способствовать повышению эффективности считывания тритов информации.

5 Одномерные магнитные структуры в пленках планарных магнетиков с неоднородным магнитоэлектрическим взаимодействием

5.1 Зарождение 0-градусных доменных границ в планарных магнетиках в поле заряженного проводника

5.1.1 Описание модели

Рассмотрим тонкую ферромагнитную пленку, параллельно которой на расстоянии H расположен бесконечный прямолинейный проводник с постоянной линейной плотностью электрического заряда λ (см. Рисунок 5.1.1). Тогда напряженность поля E , создаваемого проводником, будет меняться вдоль перпендикулярной его направлению оси Ox , а значит, единичный вектор намагниченности $\mathbf{m}$ также будет зависеть от единственной пространственной координаты x . Для наглядности рассуждений ограничимся случаем, когда материал образца характеризуется сильной легкоплоскостной анизотропией, ось которой нормальна поверхности пленки (наличие анизотропии, близкой к одноосной, вполне характерно для ферритов-гранатов, в которых наблюдается НМЭВ). Тогда вектор $\mathbf{m}$ практически не будет выходить из плоскости пленки, и его направление можно приближенно задать одним углом θ , так что $m_x = \sin \theta$, $\theta(x \rightarrow \pm\infty) = 0$. С учетом вклада размагничивающих полей представим полную энергию магнетика в следующем виде:

$$E_{tot} = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[A \left(\frac{d\theta}{dx} \right)^2 + 2\pi M_s^2 \sin^2 \theta + \Phi_{ME} \right] S dx. \quad (5.1.1)$$

Здесь A - обменный параметр, M_s - намагниченность насыщения, S - площадь сечения пленки плоскостью, нормальной оси Ox , а плотность энергии НМЭВ определяется из соотношения

$$\Phi_{ME} = M_s^2 E (b_1 \mathbf{m} \operatorname{div} \mathbf{m} + b_2 \mathbf{m} \times \operatorname{rot} \mathbf{m}), \quad (5.1.2)$$

где b_1 и b_2 - константы НМЭВ.

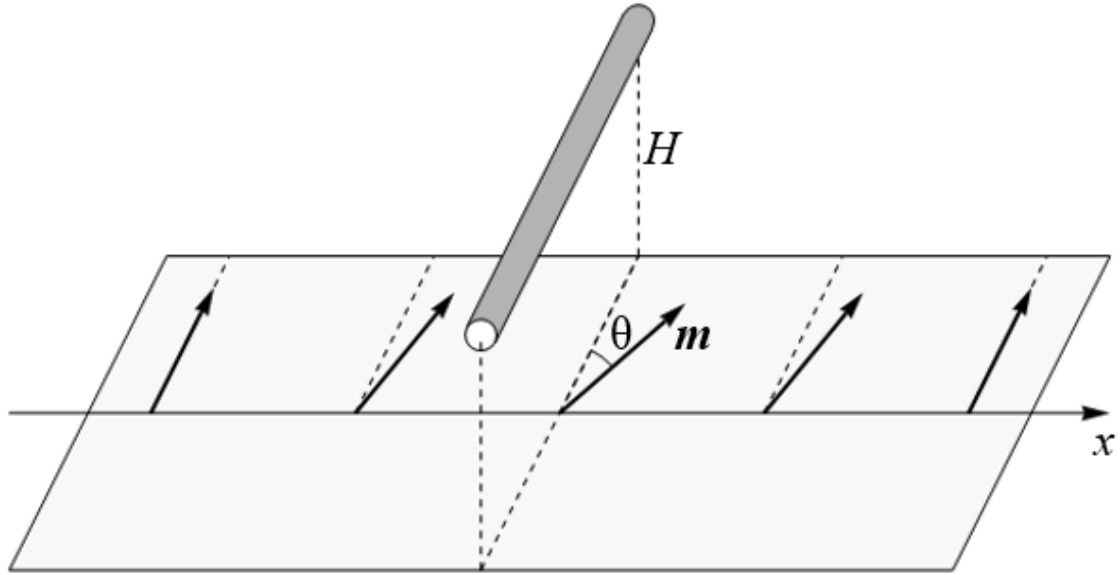


Рисунок 5.1.1 – Геометрия задачи

Выражая в формуле (5.1.2) вектор $\mathbf{m}$ через угол θ , несложно убедиться, что $\Phi_{ME} \sim \frac{d\theta}{dx}$. Следовательно, в выражении (5.1.1) становится возможно интегрирование по частям, что позволяет записать плотность энергии НМЭВ в альтернативной форме:

$$\tilde{\Phi}_{ME} = -\frac{1}{2} M_s^2 (b_1 - b_2) \frac{dE_x}{dx} \sin^2 \theta. \quad (5.1.3)$$

Из формул (5.1.1) и (5.1.3) видно, что в рассматриваемом случае влияние как размагничивающих полей, так и НМЭВ сводится к появлению эффективной одноосной анизотропии, константа которой модулирована в пространстве. В тех областях, где функция $E_x(x)$ меняется достаточно быстро, возрастаая при $b_1 > b_2$ или убывая при $b_1 < b_2$, направление Ox может оказаться осью легкого намагничивания, что, в свою очередь, может привести к формированию уединенной магнитной неоднородности. Тем не менее, при замене всех действующих на пленку зарядов на противоположные (что эквивалентно замене напряженности поля $\mathbf{E}$ на $-\mathbf{E}$ одновременно во всех точках образца) области возрастания и убывания функции $E_x(x)$ меняются местами, из-за чего пространственное распределение константы эффективной анизотропии претерпевает существенные изменения. В частности, может оказаться, что

направление Ox уже не является осью легкого намагничивания ни в одной из точек образца, вследствие чего формирование неоднородных структур становится заведомо невыгодным. Конечно, такая ситуация не может иметь места, если, например, функция $E_x(x)$ является четной: в этом случае замена E на $-E$ приведет лишь к отражению имеющегося распределения намагниченности относительно плоскости $x = 0$. В общем случае, однако, такая замена будет вызывать перестроение наблюдаемых магнитных структур на качественном уровне, так что проявления флексомагнитоэлектрического эффекта, обусловленные наличием члена (5.1.3) в плотности энергии магнетика, оказываются невзаимными относительно знака воздействующих зарядов. Отметим, что член (5.1.3) исчезает при условии равенства констант НМЭВ (данное допущение встречается в ряде работ по тематике НМЭВ), поэтому далее будем полагать $b_1 \neq b_2$.

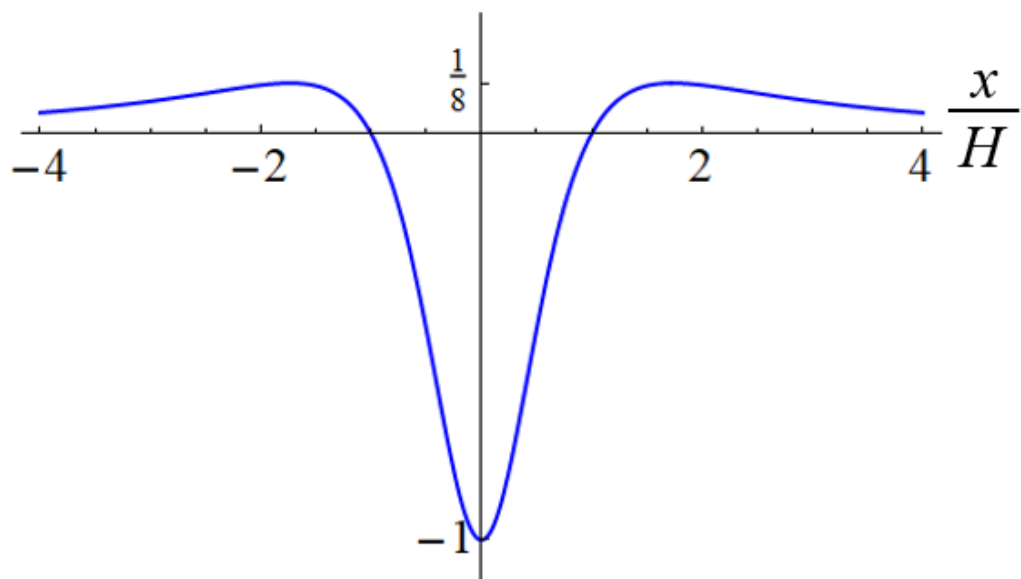


Рисунок 5.1.2 – График функции $f(x/H)$

Пользуясь известным соотношением $E_x(x) = 2\lambda x/(x^2 + h^2)$, которое выполняется для геометрии системы, показанной на Рисунке 5.1.1, из формул (5.1.3) и (5.1.1) получаем следующее выражение для приведенной энергии магнетика:

$$\varepsilon = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\left(\frac{d\theta}{d\xi} \right)^2 + (h^2 + Zf(\xi)) \sin^2 \theta \right] d\xi, \quad (5.1.4)$$

где введены безразмерные величины

$$\varepsilon = HE_{tot}/(AS), \quad \xi = x/H, \quad h = H\sqrt{2\pi M_s^2/A}, \quad Z = M_s^2(b_1 - b_2)\lambda/A,$$

а также функция $f(\xi) = \frac{\xi^2 - 1}{(\xi^2 + 1)^2}$, график которой показан на Рисунке 5.1.2. Из формулы (5.1.4) видно, что при небольших по абсолютной величине значениях нормированной плотности заряда Z минимуму энергии ε может отвечать только однородное распределение намагниченности $\theta \equiv 0$, поэтому условие формирования магнитной неоднородности может быть представлено в виде $|Z| > Z_m$. Далее будет показано, что как критическое значение модуля плотности заряда Z_m , так и структура наблюдаемых неоднородностей оказываются неодинаковыми для случаев $Z > 0$ и $Z < 0$.

5.1.2 Результаты численных расчетов

На Рисунке 5.1.3 показаны зависимости $\theta(x/H)$, полученные путем численной минимизации энергии (5.1.4) при $h = 1$ и $Z = \pm 20$. Несложно видеть, что при $Z = 20$ (синяя кривая) наибольший угол θ отклонения вектора намагниченности достигается при $x = 0$, то есть в непосредственной близости от заряженного проводника. Напротив, при $Z = -20$ (красная кривая) зависимость θ от x имеет минимум при $x = 0$, так что наблюдаемая магнитная структура, фактически, распадается на две симметрично расположенные неоднородности. Данное различие в распределениях намагниченности объясняется тем, что при $Z > 0$ область, в которой направление Ox становится легкой осью, лежит в окрестности минимума функции f (см. Рисунок 5.1.2), а при $Z < 0$ такие области лежат в окрестности двух максимумов, в то время как при $|x| < H$ отклонение вектора намагниченности от направления $\theta = 0$ существенно затрудняется.

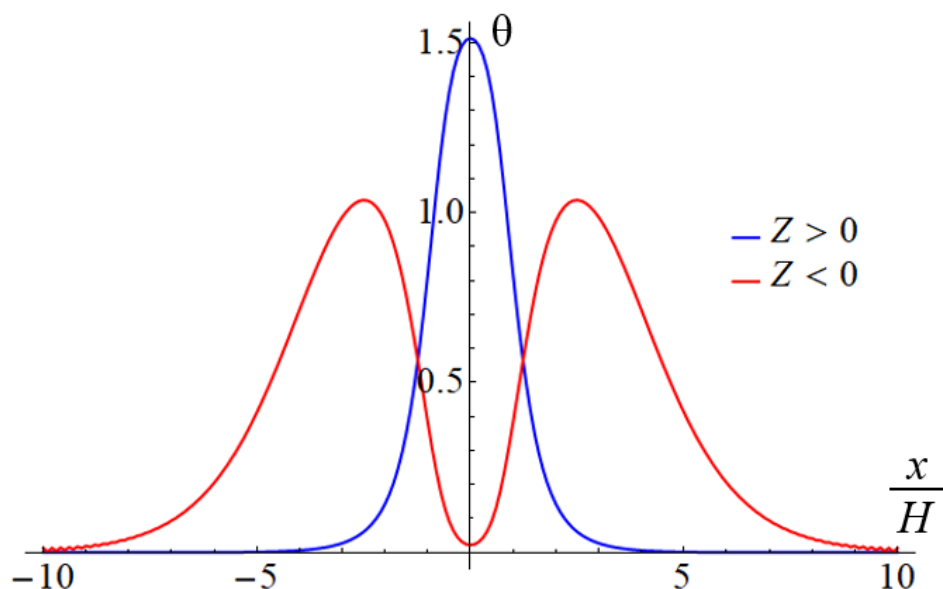


Рисунок 5.1.3 – Зависимость угла θ от координаты x при $h = 1$ и $Z = \pm 20$

Независимо от знака величины Z , введем обозначение $\theta_{\max}$ для наибольшего значения угла отклонения θ при заданных h и $|Z|$ (соответственно, при $Z > 0$ величина $\theta_{\max}$ представляет собой значение θ при $x = 0$). Зависимость $\theta_{\max}$ от $|Z|$, рассчитанная при $h = 1$, показана на Рисунке 5.1.4. При $Z \rightarrow \pm\infty$ значения угла $\theta_{\max}$, как и следовало ожидать, выходят на горизонтальную асимптоту $\theta_{\max} = \pi/2$: ясно, что вектор $\mathbf{m}$ ни при каких условиях не может «проскочить» направление оси Ox . Другой общей особенностью синей ($Z > 0$) и красной ($Z < 0$) кривых на Рисунке 5.1.4 является то, что при небольших значениях $|Z|$ в обоих случаях $\theta_{\max} = 0$, то есть распределение намагниченности оказывается однородным. Отсюда можно заключить, что при $h = 1$ критическое значение модуля плотности заряда Z_m составляет около 3.0 в случае $Z > 0$ и около 15.6 в случае $Z < 0$. Таким образом, при смене знака зарядов величина Z_m меняется в несколько раз, благодаря чему обсуждаемая невзаимность проявления флексомагнитоэлектрического эффекта должна легко обнаруживаться экспериментально: к примеру, при плотности заряда проводника $Z = 10$ вектор намагниченности вблизи него будет поворачиваться почти на $\pi/2$ (см. Рисунок 5.1.4), в то время как при $Z = -10$ однородное распределение намагниченности вообще не исказится под действием

внешнего поля. Ниже будет показано, что аналогичная картина наблюдается не только при $h = 1$, но также и при любом другом расстоянии между проводником и пленкой.

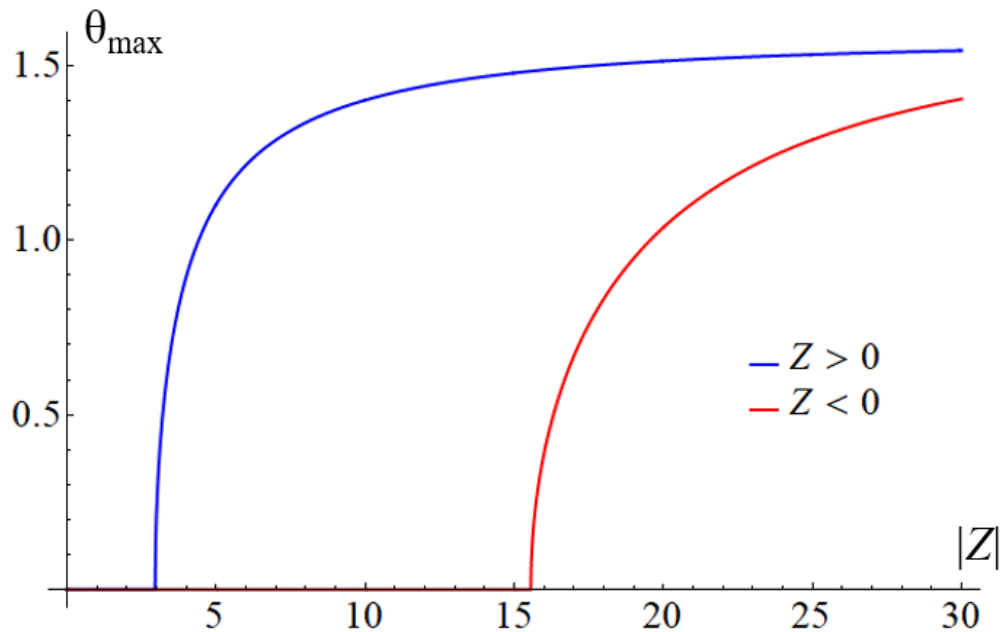


Рисунок 5.1.4 – Зависимость наибольшего значения угла отклонения вектора намагниченности $\theta_{\max}$ от нормированной плотности заряда Z

Отметим, что поведение кривых на Рисунке 5.1.4 в окрестностях точек $|Z| = Z_m$ свидетельствует о бифуркационном сценарии зарождения магнитных неоднородностей. При $|Z| < Z_m$ однородное распределение $\theta \equiv 0$ отвечает единственному экстремуму функционала (5.1.4). При $|Z| > Z_m$ помимо этого экстремума появляются еще два, поскольку рассматриваемый функционал инвариантен относительно замены θ на $-\theta$ (в частности, наряду с каждым из распределений, показанных на Рисунке 5.1.3, может реализоваться также структура, симметричная данной структуре относительно плоскости $x = 0$). Эти новые экстремумы (конкретный выбор между ними определяется механизмом спонтанного нарушения симметрии) минимизируют энергию системы, в то время как состояние $\theta \equiv 0$ становится неустойчивым. Таким образом, устойчивость однородного распределения намагниченности гарантирует отсутствие других возможных минимумов энергии, что будет неявно использовано при дальнейших рассуждениях.

5.1.3 Количественная теория явления

Грубую оценку снизу для величины Z_m можно получить уже из того условия, что для формирования магнитной неоднородности направление Ox должно быть осью легкого намагничивания хотя бы в каких-то точках образца. Отсюда с учетом (5.1.4) и вида функции f (см. Рисунок 5.1.2) получаем:

$$Z_m > \begin{cases} h^2, & Z > 0, \\ 8h^2, & Z < 0. \end{cases} \quad (5.1.5)$$

Чтобы вычислить точные значения Z_m , выясним, при каких Z однородное распределение $\theta \equiv 0$ перестает минимизировать функционал (5.1.4). Для этого рассмотрим произвольное малое возмущение $|\theta| \ll 1$ и разложим его по ортонормированному базису, образованному собственными функциями ψ_n оператора

$$\hat{L} = -\frac{d^2}{d\xi^2} + Zf(\xi), \quad (5.1.6)$$

так что $\theta = \sum_n C_n \psi_n$ (поскольку спектр оператора является смешанным, под суммированием здесь и далее подразумевается в том числе и интегрирование по непрерывной части спектра, а коэффициенты C_n могут быть комплексными). Тогда, сохраняя в (5.1.4) только члены, квадратичные по возмущению θ , имеем:

$$\varepsilon = \sum_n (h^2 + \mu_n) |C_n|^2, \quad (5.1.7)$$

где μ_n – собственные значения оператора (5.1.6), отвечающие собственным функциям ψ_n . Из полученного выражения можно сделать два важных вывода. Во-первых, магнитные неоднородности начинают зарождаться тогда, когда хотя бы какой-то из множителей в скобках в сумме (5.1.7) становится отрицательным, что гарантирует неустойчивость однородного распределения с $\varepsilon = 0$. Следовательно,

$$\mu_{\min}(Z = \pm Z_m) = -h^2, \quad (5.1.8)$$

где μ_{min} – наименьшее из собственных значений оператора (5.1.6), которое рассматривается как функция величины Z . Во-вторых, при незначительном превышении величиной $|Z|$ критического значения Z_m зарождение неоднородной структуры будет обусловлено преимущественно ростом коэффициента C_n перед собственной функцией ψ_{min} , отвечающей μ_{min} . Тем самым возникающее распределение намагниченности будет определяться формой этой собственной функции: $\theta \sim \psi_{min}$. Проводя очевидную аналогию между оператором (5.1.6) и гамильтонианом в уравнении Шредингера, заметим, что ψ_{min} представляет собой волновую функцию основного состояния частицы, движущейся в потенциальном поле $Zf(\xi)$. При $Z > 0$ частица локализуется в потенциальной яме, расположенной в области $|x| < H$ (см. Рисунок 5.1.2). В то же время при $Z < 0$ в этой области возникает не яма, а потенциальный барьер, и частица обнаруживается в двух бесконечно протяженных потенциальных ямах, имеющих минимумы при $x = \pm\sqrt{3}H$. Несложно видеть, что графики функции θ , показанные на Рисунке 5.1.3, полностью согласуются с этой логикой, хотя превышение $|Z|$ над Z_m является довольно существенным.

Соотношение (5.1.8) можно рассматривать как уравнение относительно Z_m . На Рисунке 5.1.5 показаны две ветви его решения, соответствующие случаям $Z > 0$ (синяя сплошная линия) и $Z < 0$ (красная сплошная линия). На этом же рисунке для сравнения приведены кривые, отвечающие оценке (5.1.5) (штриховые линии). Таким образом, данная оценка и впрямь является весьма грубой. Тем не менее, отношение значений Z_m для зарядов разных знаков при одном и том же h действительно составляет около 8 при $h \gg 1$ и лежит в диапазоне от 6 до 8, если $h > 2$. Это подтверждает высказанный ранее тезис о том, что невзаимность проявления флексомагнитоэлектрического эффекта относительно знака воздействующих зарядов может быть проверена экспериментально с большой достоверностью: если для данного магнетика $b_1 > b_2$, то для искажения однородного распределения отрицательными

зарядами потребуется почти на порядок большая плотность заряда λ , чем при воздействии положительными зарядами (и наоборот, если $b_1 < b_2$).

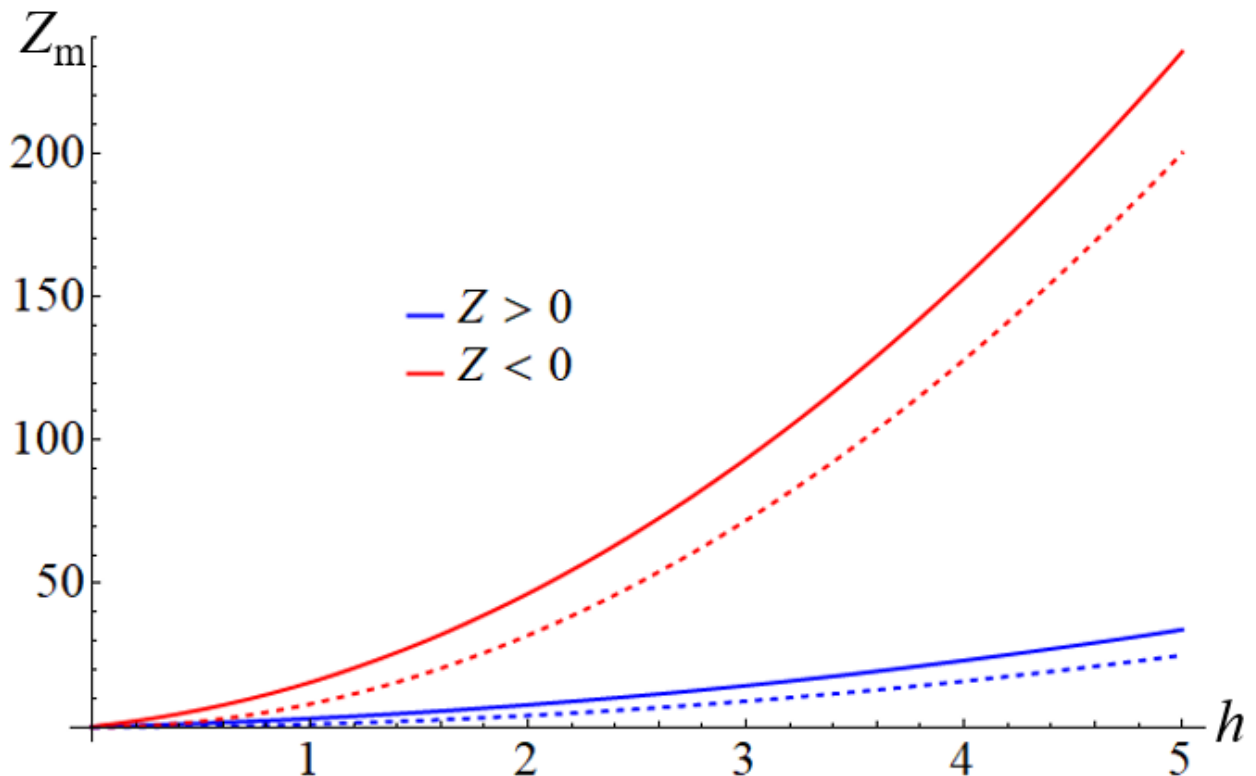


Рисунок 5.1.5 – Зависимость критического значения Z_m нормированной плотности заряда проводника Z от нормированного расстояния h между проводником и пленкой

Отметим, что точные значения Z_m могут отличаться от оценки (5.1.5) в разы, но все же не на порядок. Это позволяет использовать ее для оценки порядка величины зарядов, необходимых для наблюдения обсуждаемого явления: минимальный модуль плотности заряда $|\lambda|$, при котором под действием поля проводника начинает формироваться магнитная неоднородность, примерно в 10 раз превышает величину $H^2/|b_1 - b_2|$ при $Z > 0$ и примерно в 100 раз при $Z < 0$. Удобство этой оценки заключается в том, что она ожидаемо не зависит от величины обменного параметра A , так как опирается, по сути, лишь на способность НМЭВ конкурировать с влиянием размагничивающих полей.

5.2 Динамика 180-градусных доменных границ под влиянием неоднородных электрических полей

5.2.1 Постановка задачи

Будем рассматривать тонкую ферромагнитную пленку, параллельно поверхности которой расположен бесконечный заряженный проводник цилиндрической формы (см. Рисунок 5.2.1), и пусть расстояние между пленкой и осью проводника равно H (проводник при этом не обязательно является тонким; более того, на практике он может даже касаться поверхности образца, так что величина H будет представлять собой в этом случае радиус цилиндра). Тогда электрическое поле E внутри образца будет модулировано вдоль направления оси Ox , нормальной к оси проводника. Для простоты будем предполагать, что направление намагниченности, заданное единичным вектором $\mathbf{m}$, также меняется только вдоль оси Ox . Если магнетик является планарным, вследствие чего вектор $\mathbf{m}$ никогда не выходит из плоскости пленки, то направление намагниченности можно задать единственным углом θ , так что $m_x = \sin \theta$. Тогда энергия системы с учетом НМЭВ имеет следующий вид:

$$W = W_0 + W_1, \quad (5.2.1.1)$$

$$W_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[A \left(\frac{d\theta}{dx} \right)^2 + K \sin^2 \theta \right] S dx, \quad (5.2.1.2)$$

$$W_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} M_s^2 E (b_1 \mathbf{m} \operatorname{div} \mathbf{m} + b_2 \mathbf{m} \times \operatorname{rot} \mathbf{m}) S dx. \quad (5.2.1.3)$$

Здесь A – обменный параметр, S – площадь сечения образца плоскостью, нормальной оси Ox , M_s – намагниченность насыщения, b_1 и b_2 – константы НМЭВ. Величина K , входящая в соотношение (5.2.1.2), может иметь различный смысл в зависимости от причин, по которым магнетик проявляет свою планарность. Если она обусловлена влиянием сильной кристаллической анизотропии типа «легкая плоскость», то второе слагаемое в подынтегральном выражении (5.2.1.2) описывает вклад размагничивающих полей в плотность

энергии системы, и $K = 2\pi M_s^2$. С другой стороны, если размагничивающие поля сами являются фактором, препятствующим выходу вектора намагниченности из плоскости пленки (посредством возникающей анизотропии формы), то под K будем понимать константу кристаллической одноосной анизотропии, в отсутствие которой формирование топологических ДГ в образце оказалось бы невозможным. Заметим, что в обоих случаях $K > 0$.

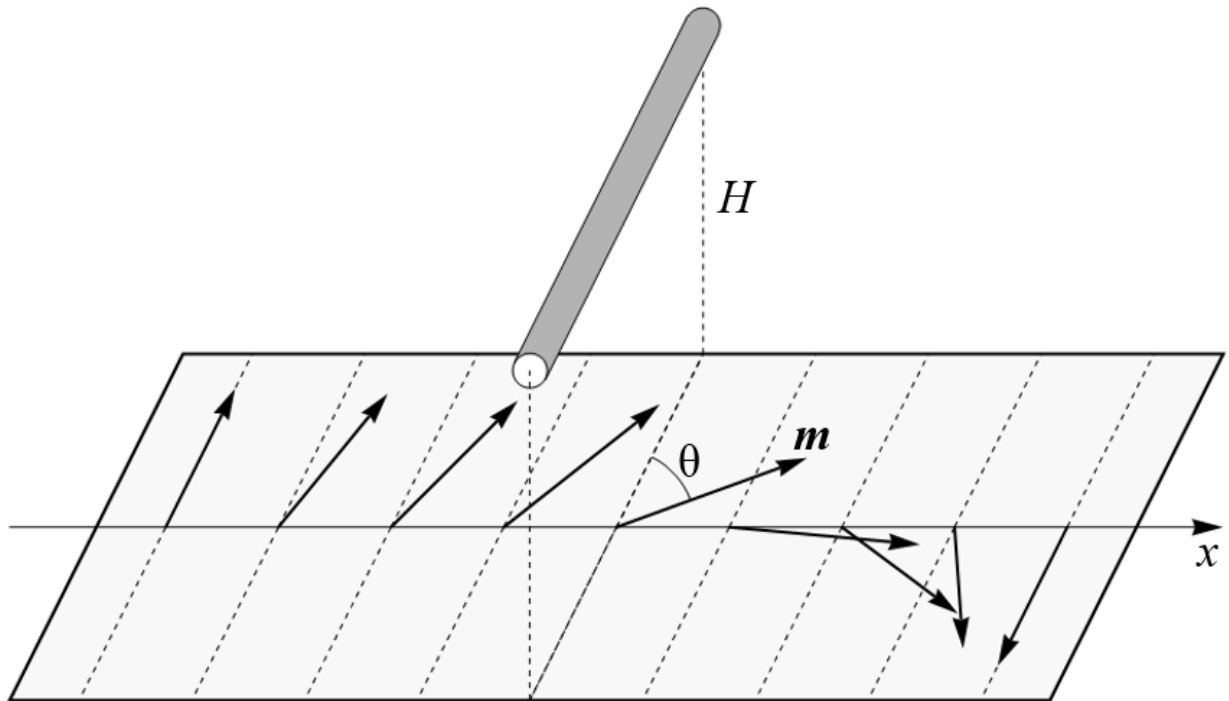


Рисунок 5.2.1 – Геометрия системы. Стрелками схематически показано направление намагниченности в различных точках образца

Пусть для начала проводник не заряжен, и электрическое поле отсутствует ($E \equiv 0$). Тогда вместо (5.2.1.1) имеем $W = W_0$, и, минимизируя функционал (5.2.1.2) относительно функции $\theta(x)$, получаем известное выражение для распределения намагниченности в 180-градусной ДГ:

$$\cos \theta = -\tanh \frac{x-p}{\delta}, \quad (5.2.2)$$

где $\delta = \sqrt{A/K}$ – характерная ширина ДГ, а параметр p определяет положение ее центра. Направления намагниченности в различных точках образца, отвечающие формуле (5.2.2), схематически показаны на Рисунке 5.2.1. То, что

координата p может быть выбрана произвольным образом, является следствием трансляционной симметрии системы при $\mathbf{E} \equiv 0$. Тем не менее, при включении электрического поля указанное вырождение в общем случае снимается. В этом несложно убедиться, выражая в формуле (5.2.1.3) компоненты вектора $\mathbf{m}$ через угол θ и производя интегрирование по частям (при этом следует учесть, что $\sin \theta = 0$ при $x \rightarrow \pm\infty$). Тогда имеем:

$$W_1 = -\frac{1}{2} M_s^2 (b_1 - b_2) S \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dE_x}{dx} \sin^2 \theta dx. \quad (5.2.3)$$

Отсюда видно, что однородное поле $E_x = \text{const}$ не может повлиять ни на структуру ДГ, ни тем более на ее положение в пространстве, поскольку $W_1 \equiv 0$. При наличии постоянного градиента поля $\frac{dE_x}{dx} = \text{const}$ выражение (5.2.3), по сути, определяет энергию одноосной анизотропии, которая характеризуется постоянной константой, так что включение поля может быть формально учтено заменой величины K в формуле (5.2.1.2) на некоторое эффективное значение. Как следует из выражения (5.2.2), это привело бы к изменению ширины ДГ, однако положение ее центра по-прежнему осталось бы произвольным. Во всех остальных случаях, когда $\frac{dE_x}{dx}$ явно зависит от координаты x (включая, разумеется, и случай поля, создаваемого заряженным проводником), энергия (5.2.3) уже не является инвариантной относительно трансляций ДГ вдоль оси Ox . Это означает, что в планарном магнетике только электрическое поле с отличной от нуля второй производной $\frac{d^2 E_x}{dx^2}$ может вызывать как трансформацию, так и движение ДГ. Подчеркнем, что данное обстоятельство является прямым следствием отсутствия выхода вектора $\mathbf{m}$ из плоскости пленки: только благодаря этому ограничению нормальная к поверхности образца компонента напряженности $\mathbf{E}$ не дает вклада в энергию НМЭВ (5.2.1.3). В противном случае именно эта компонента играла бы решающую роль в большинстве явлений, обуславливая трансформацию ДГ даже в однородном поле и движение ДГ в поле, имеющем постоянный градиент.

Далее будем предполагать, что поле E является сравнительно слабым, так что, по крайней мере, $\left| \frac{dE_x}{dx} \right| \ll \frac{K}{M_s^2 |b_1 - b_2|}$. Тогда, как видно из (5.2.1.2) и (5.2.3), слагаемое W_1 в соотношении (5.2.1.1) играет роль малого возмущения, вследствие чего можно считать, что даже в присутствии поля структура ДГ будет описываться выражением (5.2.2). При этом, однако, значение координаты p уже не может быть выбрано произвольным образом: ясно, что равновесным положениям ДГ будут соответствовать точки минимума $p = p_0$ функции $W_1(p)$, а в отсутствие равновесия движение ДГ будет исчерпывающим образом описываться зависимостью координаты p ее центра от времени t . Таким образом, изучение динамики ДГ под воздействием электрического поля сводится к отысканию точек $p = p_0$ и законов движения $p(t)$, чему и посвящены дальнейшие рассуждения.

5.2.2 Уравнение движения

Традиционным подходом к описанию динамики ДГ в ферромагнетиках является использование уравнений Слончевского, которые выводятся из более общих принципов микромагнетизма на основе ряда разумных допущений о возможных трансформациях магнитной структуры. В частности, в рамках этого приближения принимается, что ДГ обладает всего двумя степенями свободы, а в качестве обобщенных координат выбираются положение ее центра в пространстве и угол отклонения вектора намагниченности от плоскости самой ДГ. В случае планарного магнетика такой угол выпадает из рассмотрения, так что опираться на уравнения Слончевского становится уже не вполне корректно. В этой связи представляется разумным вывести аналогичное уравнение для ДГ с одной степенью свободы, что, кроме того, позволит снять вопросы о границах применимости модели. Будем исходить из уравнения Ландау-Лифшица-Гильберта:

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} = \gamma [\mathbf{H}_{\text{eff}} \times \mathbf{m}] + \alpha \left[\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} \right], \quad (5.2.4)$$

где γ – гиромагнитное отношение, α – параметр диссипации, а $\mathbf{H}_{\text{eff}}$ – эффективное магнитное поле. Скалярно умножая обе части уравнения (5.2.4) один раз на $\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t}$, а второй раз на $\mathbf{H}_{\text{eff}}$ и сравнивая результаты, получаем:

$$\left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t}\right)^2 = \frac{\gamma}{\alpha} \mathbf{H}_{\text{eff}} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t}. \quad (5.2.5)$$

Далее проинтегрируем обе части соотношения (5.2.5) по объему образца и представим эффективное магнитное поле через вариационную производную в виде $\mathbf{H}_{\text{eff}} = -\frac{1}{M_s} \frac{\delta W}{\delta \mathbf{m}}$, откуда имеем:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t}\right)^2 S dx = -\frac{\gamma}{\alpha M_s} \frac{dW}{dt}. \quad (5.2.6)$$

Заметим, что энергия W и компоненты вектора $\mathbf{m}$ зависят от времени t лишь косвенно, фактически являясь функциями координаты p центра ДГ. Тогда, переходя в формуле (5.2.6) к дифференцированию по p и рассчитывая интеграл в ее левой части с учетом явного выражения (5.2.2), окончательно получаем следующее уравнение движения:

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{\gamma \delta}{2\alpha M_s S} \frac{dW_1}{dp}. \quad (5.2.7)$$

Данное уравнение, являясь следствием соотношений (5.2.1.1), (5.2.1.2) и (5.2.4), разумеется, может применяться вне зависимости от конкретной природы возмущения W_1 . Для изучаемого же случая НМЭВ из (5.2.3) и (5.2.7) заключаем:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\gamma \delta M_s (b_1 - b_2)}{4\alpha} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^2 E_x}{dx^2} \cosh^{-2} \frac{x-p}{\delta} dx. \quad (5.2.8)$$

5.2.3 Случай узкой ДГ

Общее представление об особенностях динамики ДГ в поле заряженного проводника можно получить, рассмотрев предельный случай $H \gg \delta$, который соответствует большому удалению проводника от поверхности пленки или, что то же самое, малой ширине ДГ в сравнении с характерными

пространственными масштабами изменения напряженности поля E . При выполнении этого условия значение $\frac{d^2 E_x}{dx^2}$ оказывается примерно постоянным во всей области магнитной неоднородности, что позволяет упростить вычисление свертки в правой части уравнения (5.2.8):

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\gamma \delta^2 M_s (b_1 - b_2)}{2\alpha} \frac{d^2 E_x}{dp^2}. \quad (5.2.9)$$

Таким образом, скорость ДГ с точностью до множителя совпадает со значением второй производной функции $E_x(p)$ в соответствующей точке образца, а равновесные положения $p = p_0$ представляют собой точки перегиба этой функции. Сформулированное утверждение, вообще говоря, позволяет прийти к ряду важных выводов относительно динамики ДГ даже без уточнения конфигурации поля. Тем не менее, далее для наглядности будем исходить из известного соотношения

$$E_x(x) = \frac{2\lambda x}{x^2 + H^2}, \quad (5.2.10)$$

которое отвечает геометрии системы, показанной на Рисунке 5.2.1; при этом параметр λ имеет смысл линейной плотности заряда проводника, нормированной на $(\epsilon_1 + \epsilon_2)/2$, где ϵ_1 и ϵ_2 – относительные диэлектрические проницаемости магнетика и внешней среды соответственно. Подставляя (5.2.10) в (5.2.9), имеем:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\sigma \delta^4}{\tau_0 H^3} g\left(\frac{p}{H}\right), \quad g(z) = \frac{2z(z^2 - 3)}{(z^2 + 1)^3}, \quad (5.2.11)$$

где введено обозначение $\tau_0 = \frac{\alpha \delta^2}{\gamma M_s |(b_1 - b_2) \lambda|}$, а величина σ представляет собой знак произведения $(b_1 - b_2) \lambda$, который совпадает со знаком заряда проводника при $b_1 > b_2$ и противоположен ему при $b_1 < b_2$. График функции $g(p/H)$, значения которой пропорциональны скорости ДГ при прохождении ею соответствующих положений, показан на Рисунке 5.2.2. Из этого графика несложно видеть, что при $\sigma = +1$ ДГ, которая изначально находилась в области $|p| < \sqrt{3}H$, будет, согласно уравнению (5.2.11), двигаться в направлении

единственного положения устойчивого равновесия $p_0 = 0$. Если же изначально $|p| > \sqrt{3}H$, то ДГ будет неограниченно удаляться от проводника. С другой стороны, при $\sigma = -1$ возможны два положения устойчивого равновесия $p_0 = \pm\sqrt{3}H$, в направлении ближайшего из которых и будет двигаться ДГ.

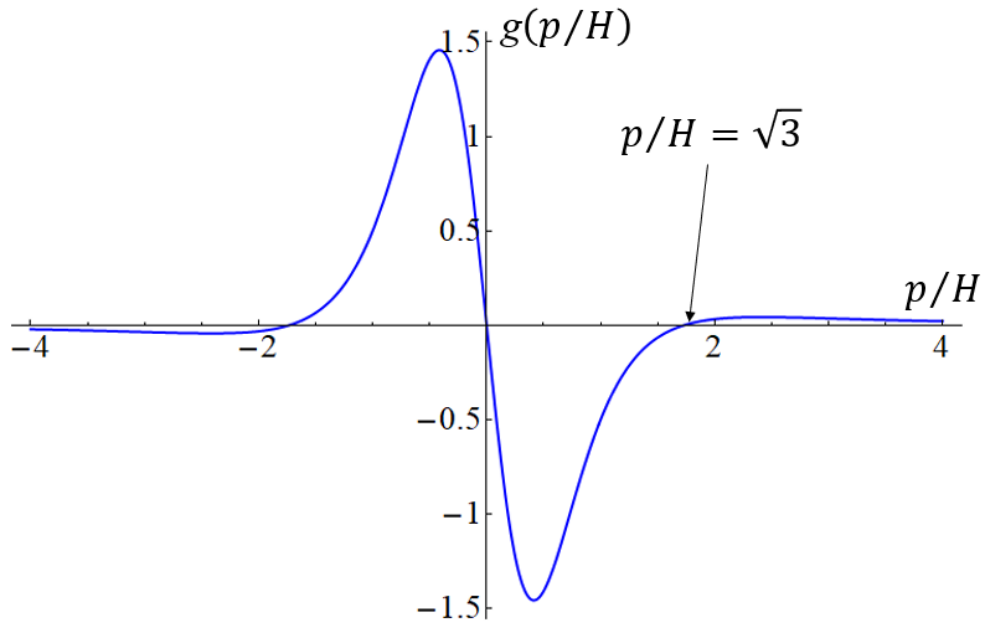


Рисунок 5.2.2 – График функции $g(p/H)$, определяющей скорость узкой ДГ в момент прохождения ее центром точки $x = p$

Несмотря на то, что с математической точки зрения описанные особенности динамики ДГ в зависимости от знака заряда проводника представляются вполне естественными, на практике они могут привести к довольно нетривиальной картине наблюдаемых явлений. А именно, если при $\sigma = -1$ ДГ всегда будет притягиваться к окрестности проводника, то при $\sigma = +1$ ДГ может как отталкиваться от проводника, если изначально $|p| > \sqrt{3}H$, так и притягиваться к нему в противном случае. Это качественное различие в наблюдаемом характере воздействия зарядов различного знака на ДГ имеет, очевидно, ту же микроскопическую природу, что и явление невзаимности, описанное в разделе 5.1. По сути, обсуждаемая аномалия заключается в существовании небольшой области образца, которая расположена непосредственно под проводником и представляет собой своеобразную ловушку, из которой ДГ не может быть вытолкнута полем независимо от знака

заряда проводника. Здесь можно было бы возразить, что ширина $2\sqrt{3}H$ этой ловушки на практике должна оказаться довольно малой при тех значениях H , при которых в пленке могут быть созданы электрические поля заметной напряженности, вследствие чего аномалия становится незначительной или даже вовсе ненаблюдаемой. Это возражение, однако, основывается на оценке ширины ловушки, сделанной в предположении $H \gg \delta$, которое при уменьшении величины H становится неверным. Далее будет показано, что даже при $H \rightarrow 0$ ширина ловушки остается конечной, а значит, экспериментальное наблюдение аномалии должно быть осуществимо.

Отметим, что хотя приводимые здесь результаты явно указывают на возможность управления положением ДГ за счет перемещения проводника и изменения знака его заряда, количественное описание подобных процессов может потребовать значительного уточнения используемой модели как в отношении геометрии рассматриваемой системы, так и в отношении вида энергии (5.2.1). В частности, изменение заряда проводника будет сопровождаться протеканием по нему тока, что приведет к появлению магнитного поля в области образца. Вопрос о том, всегда ли можно пренебречь влиянием этого поля на структуру и положение ДГ при соответствующих расчетах, является крайне важным, однако выходит далеко за рамки настоящей работы.

5.2.4 Положения равновесия в общем случае

Далее уже не ограничиваясь никакими предположениями о величине параметра $h = H/\delta$, подставим (5.2.10) в уравнение (5.2.8) и получим:

$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{\sigma}{\tau_0} f(\xi, h), \quad f(\xi, h) = \frac{6}{\pi^3} \operatorname{Im} H_4 \left(\frac{h - i\xi}{\pi} - \frac{1}{2} \right), \quad (5.2.12)$$

где $\xi = p/\delta$, функция H_n представляет собой обобщенное гармоническое число порядка n , а i – мнимая единица. Графики функции $f(\xi, h)$ при различных фиксированных значениях h показаны на Рисунке 5.2.3. Как видим, они обладают схожей формой. Кроме того, из сравнения с (5.2.11) ясно, что при

$h \gg 1$ имеет место соотношение $f(\xi, h) \approx g(\xi/h)/h^3$. Таким образом, на качественном уровне картина движения ДГ в электрическом поле практически не будет зависеть от значения параметра h , определяющего расстояние от оси проводника до поверхности пленки, и в общем случае останется примерно такой же, как и для $h \gg 1$. В частности, при $\sigma = +1$ ДГ по-прежнему может покоиться только в точке $\xi_0 = p_0/\delta = 0$. При $\sigma = -1$, однако, положения равновесия ДГ будут зависеть от величины параметра h . Установим вид $\xi_0(h)$ этой зависимости, для определенности выбирая то из двух симметрично расположенных положений, для которого $\xi_0 > 0$.

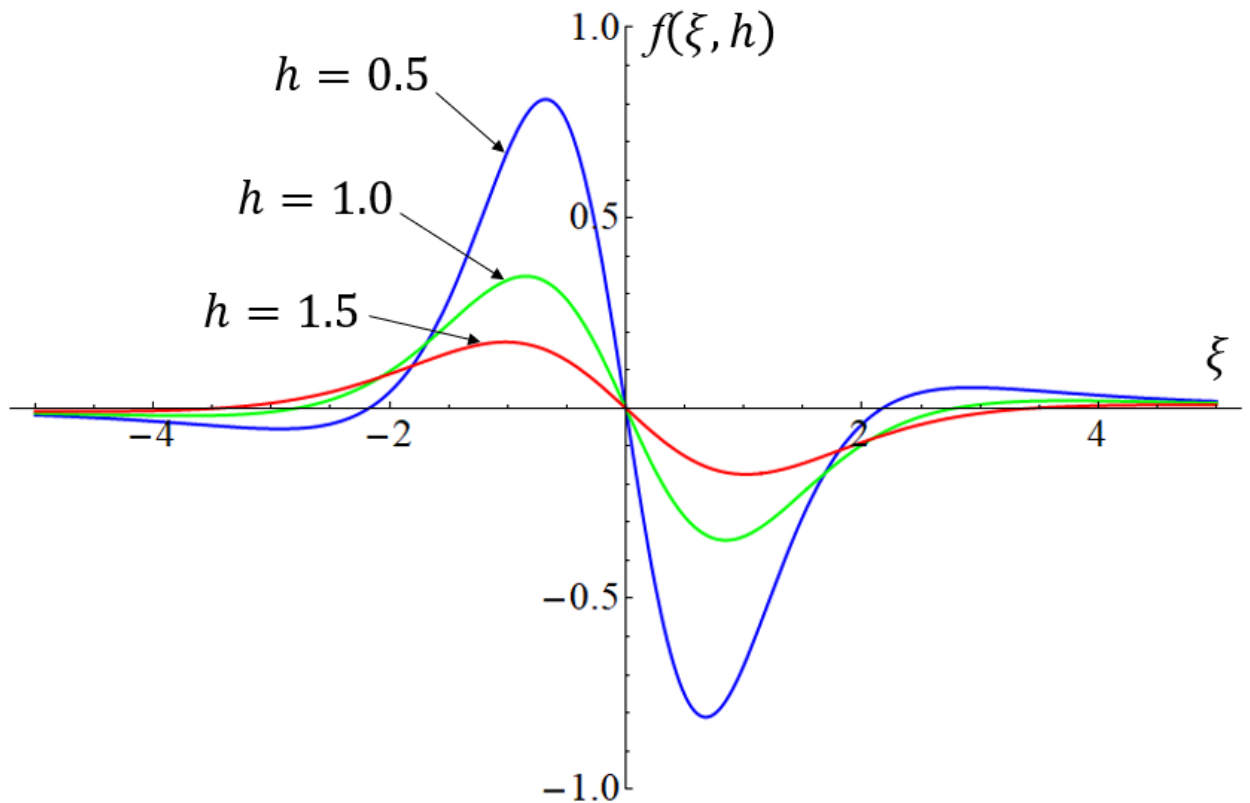


Рисунок 5.2.3 – График функции $f(\xi, h)$, определяющей скорость ДГ в момент прохождения ее центром точки $x = \xi\delta$, при различных значениях расстояния

$H = h\delta$ от оси проводника до поверхности пленки

Из (5.2.12) ясно, что искомые значения ξ_0 представляют собой положительные корни уравнения $f(\xi_0, h) = 0$. Результат его численного решения показан на Рисунке 5.2.4 сплошной синей линией. Несложно видеть, что функция $\xi_0(h)$ является монотонно возрастающей, то есть отдаление

проводника от поверхности образца приводит к увеличению размера ловушки, что вполне ожидаемо. Кроме того, при $h \gg 1$ график функции в полном соответствии с результатами, полученными ранее для случая узкой ДГ, выходит на наклонную асимптоту $\xi_0 = \sqrt{3}h$ (зеленая штриховая линия на Рисунке 5.2.4). При $h \ll 1$ зависимость $\xi_0(h)$ также близка к линейной (красная штриховая линия на Рисунке 5.2.4):

$$\xi_0 \approx a_0 + a_1 h. \quad (5.2.13)$$

Значения входящих в данное соотношение коэффициентов можно найти, подставив (5.2.13) в явное выражение (5.2.12) для функции f и разложив $f(\xi_0(h), h)$ в ряд по степеням параметра h . Тогда, приравнявая нулю первые два члена получающегося разложения, имеем:

$$\text{Im } H_4 \left(-\frac{ia_0}{\pi} - \frac{1}{2} \right) = 0, \quad a_0 \approx 1.607, \quad (5.2.14.1)$$

$$a_1 = \frac{\text{Im } H_5 \left(-\frac{ia_0}{\pi} - \frac{1}{2} \right)}{\text{Re } H_5 \left(-\frac{ia_0}{\pi} - \frac{1}{2} \right) - H_5(\infty)}, \quad a_1 \approx 1.091. \quad (5.2.14.2)$$

Уравнение в (5.2.14.1), косвенно задающее значение коэффициента a_0 , было решено численными методами.

Запишем формулу (5.2.13) следующим образом: $p_0 \approx a_0 \delta + a_1 H$. Отсюда видно, что при произвольных значениях H имеет место неравенство $p_0 > a_0 \delta$, а значит, ширина $2p_0$ ловушки, из которой ДГ не сможет выбраться при переключении знака заряда проводника, согласно (5.2.14.1), превышает 3δ даже в том случае, когда тонкий проводник вплотную прилегает к поверхности пленки. Соответственно, если ДГ при $\sigma = -1$ находится в положении своего равновесия $x = p_0$, то значение угла θ в точке $x = 0$ (непосредственно под проводником), как не сложно убедиться из формулы (5.2.2), окажется заведомо меньше 23° . В то же время при $\sigma = +1$ ДГ внутри ловушки будет притягиваться строго к ее центру, так что $\theta(x = 0) = 90^\circ$. Такое существенное изменение ориентации вектора намагниченности в фиксированной точке образца, которым будет сопровождаться переключение знака заряда проводника, может

быть легко зарегистрировано, например, методами магнитооптики. Это доказывает высказанный ранее тезис о том, что аномалия поведения ДГ в окрестности проводника должна наблюдаться экспериментально вне зависимости от величины H .

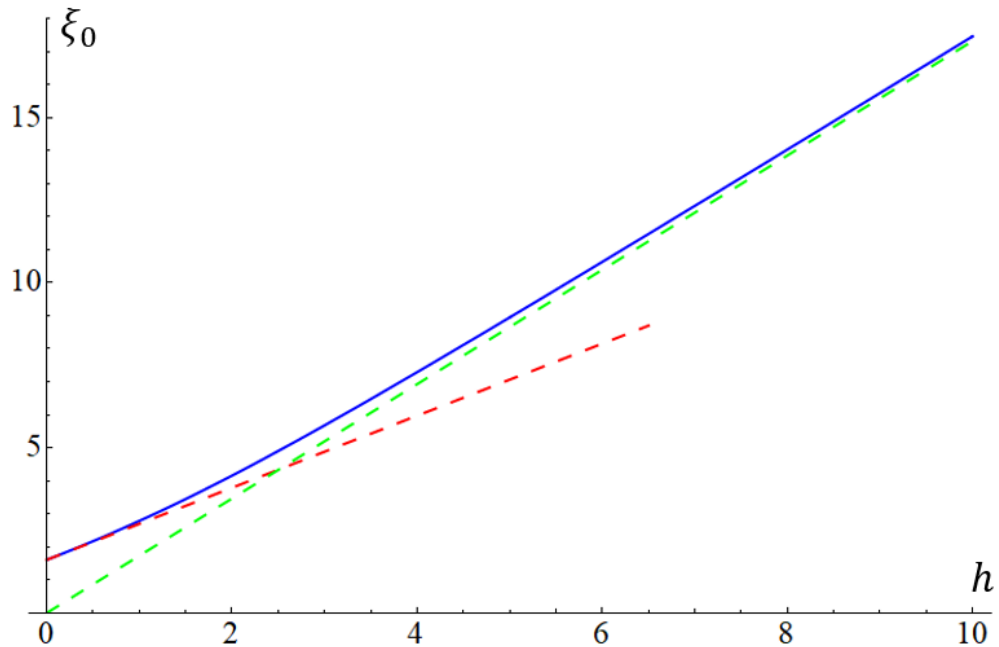


Рисунок 5.2.4 – График зависимости нормированной координаты ξ_0 точки устойчивого равновесия ДГ при $\sigma = -1$ от нормированного расстояния h от оси проводника до поверхности пленки. Сплошной синей линией показан результат численного расчета. Красная и зеленая штриховые линии иллюстрируют зависимости, полученные аналитически для малых и больших значений параметра h соответственно

5.2.5 Динамические характеристики ДГ

Рассмотренные выше положения равновесия ДГ, равно как и направления ее движения в случае выхода из равновесия, зависели только от знака заряда проводника, но не от абсолютной величины λ . Более того, эта величина, как видно из уравнения (5.2.12), определяет исключительно значение параметра τ_0 , который играет роль единицы измерения времени в рамках изучаемой задачи. То обстоятельство, что $\tau_0 \sim |\lambda|^{-1}$, позволяет сделать лишь довольно тривиальный вывод о том, что в полях большей силы ДГ будет

двигаться быстрее. Заметим, однако, что сам по себе параметр τ_0 еще нельзя воспринимать как характерное время τ , которое давало бы представление о длительности того или иного динамического процесса, связанного с воздействием поля проводника на ДГ. Это ясно уже из того, что движение ДГ внутри ловушки, как видно из Рисунков 5.2.2 и 5.2.3, будет происходить с гораздо большими скоростями, чем, например, удаление ДГ от проводника на бесконечность при $\sigma = +1$. Указанные две ситуации, впрочем, относятся к совершенно различным процессам, которые и так несложно дифференцировать при экспериментальном наблюдении. Менее очевидно, что даже процессы движения ДГ внутри ловушки в зависимости от знака заряда проводника будут характеризоваться на порядок отличающимися значениями τ , что и будет показано далее.

Пусть изначально ДГ находится в некоторой точке между $x = 0$ и краем ловушки. Тогда при $\sigma = +1$ она начнет перемещаться в сторону точки $x = 0$, а при $\sigma = -1$ – к краю ловушки. В начале движения скорость ДГ будет довольно большой, однако она существенно снизится при приближении ДГ к положению равновесия. Тем самым очевидно, что наблюдаемая длительность данного процесса в целом слабо зависит от начального положения ДГ и преимущественно определяется ее движением в окрестности точки $\xi = \xi_0$. Поэтому вместо (5.2.12) можно рассматривать следующее приближенное уравнение:

$$\frac{d\xi}{dt} = -\frac{\xi - \xi_0}{\tau}, \tau = -\sigma\tau_0 / \frac{\partial f}{\partial \xi}(\xi_0, h). \quad (5.2.15)$$

Решение этого уравнения имеет вид $(\xi - \xi_0) \sim \exp(-t/\tau)$, вследствие чего параметр τ представляет собой время, за которое расстояние между ДГ и положением ее равновесия сокращается в e раз. Разумно предположить, что в условиях эксперимента именно это время будет отождествляться с длительностью всего процесса.

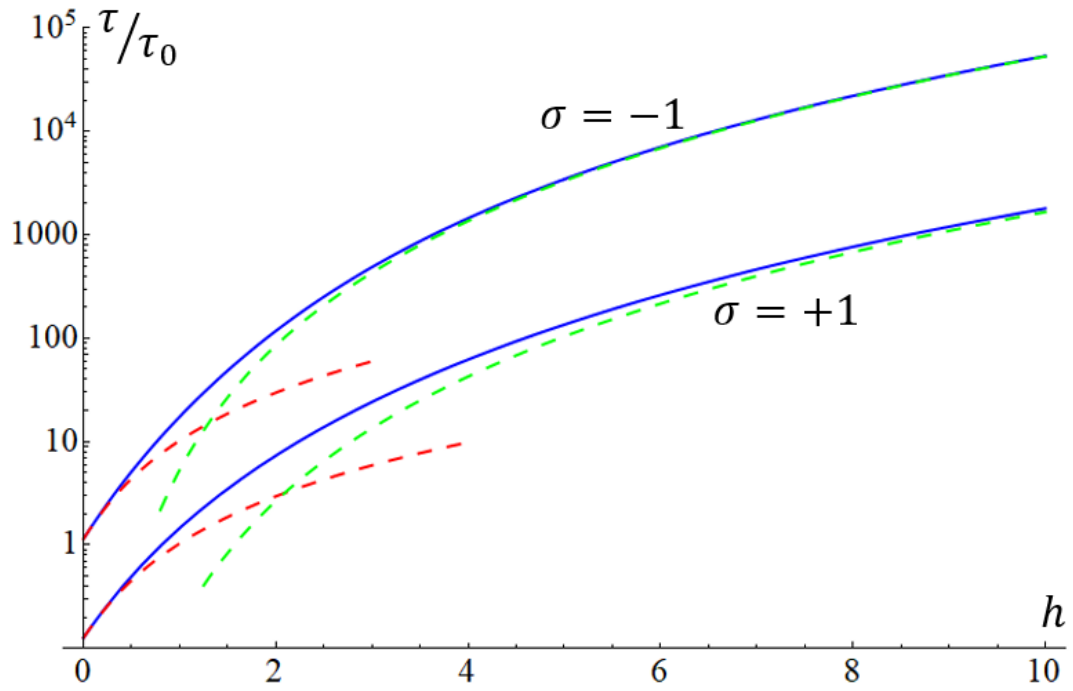


Рисунок 5.2.5 – Графики зависимости характерного времени τ движения ДГ внутри ловушки от нормированного расстояния h от оси проводника до поверхности пленки при $\sigma = \pm 1$. Сплошными синими линиями показаны результаты расчетов без использования приближений. Красная и зеленая штриховые линии иллюстрируют зависимости, полученные в пределе малых и больших значений параметра h соответственно. Масштаб по оси ординат логарифмический

Конкретные значения τ можно рассчитать, подставив в (5.2.15) $\xi_0 = 0$ для $\sigma = +1$, а также ранее найденные значения $\xi_0(h)$ для $\sigma = -1$ (см. Рисунок 5.2.4). Результаты такого расчета показаны сплошными синими линиями на Рисунке 5.2.5. В предельных случаях, когда значения h велики или малы, для величины τ могут быть получены также и явные выражения. А именно, при $h \gg 1$ можно перейти в формуле (5.2.15) от f к функции g ; тогда, учитывая, что $\xi_0 \approx \sqrt{3}h$ для $\sigma = -1$, получаем (зеленые штриховые линии на Рисунке 5.2.5):

$$\frac{\tau}{\tau_0} \approx \begin{cases} h^4/6, & \sigma = +1, \\ 16h^4/3, & \sigma = -1. \end{cases} \quad (5.2.16)$$

Аналогично при $h \ll 1$, основываясь на явном виде (5.2.12) функции f и выражении (5.2.13) для $\sigma = -1$, а также ограничиваясь тремя первыми членами разложения $\tau(h)$ в степенной ряд, из (5.2.15) имеем (красные штриховые линии на Рисунке 5.2.5):

$$\frac{\tau}{\tau_0} \approx \begin{cases} 0.126 + 0.401h + 0.507h^2, \sigma = +1, \\ 1.143 + 3.875h + 5.214h^2, \sigma = -1. \end{cases} \quad (5.2.17)$$

Отсюда, в частности, видно, что при $h \rightarrow 0$ величина τ принимает вполне конкретные конечные значения. Это снова говорит в пользу возможности экспериментального наблюдения обсуждаемых здесь явлений даже в случае необходимости использования максимально тонких проводников, расположенных вплотную к пленке.

Из Рисунка 5.2.5 несложно заметить, что при фиксированном значении параметра h изменение плотности заряда λ проводника на противоположную, то есть $-\lambda$, всегда приводит к изменению значения характерного времени τ примерно на один порядок. При этом значение τ_- характерного времени, отвечающее $\sigma = -1$, оказывается больше, чем значение τ_+ , отвечающее $\sigma = +1$. Зависимость отношения τ_-/τ_+ от h при фиксированной абсолютной величине $|\lambda|$ показана на Рисунке 5.2.6 (сплошная синяя линия). Как видим, значения этого отношения монотонно возрастают с увеличением h . При $h \rightarrow \infty$ из (5.2.16) имеем $\tau_-/\tau_+ = 32$ (зеленая штриховая линия на Рисунке 5.2.6), а при $h \rightarrow 0$ из (5.2.17) имеем $\tau_-/\tau_+ \approx 9.053$ (красная штриховая линия на Рисунке 5.2.6; отметим, что коэффициенты при каждой из степеней h в формуле (5.2.17) увеличиваются примерно в 10 раз при переходе от $\sigma = +1$ к $\sigma = -1$). Таким образом, характерное время перемещения ДГ внутри ловушки отличается в 10-30 раз для зарядов противоположной величины. Следует ожидать, что такое существенное различие в подвижности ДГ должно быть вполне заметным на практике и может позволить, например, идентифицировать знак σ в тех случаях, когда взаимное расположение ДГ и проводника оказывается по тем или иным причинам недоступно для непосредственного наблюдения.

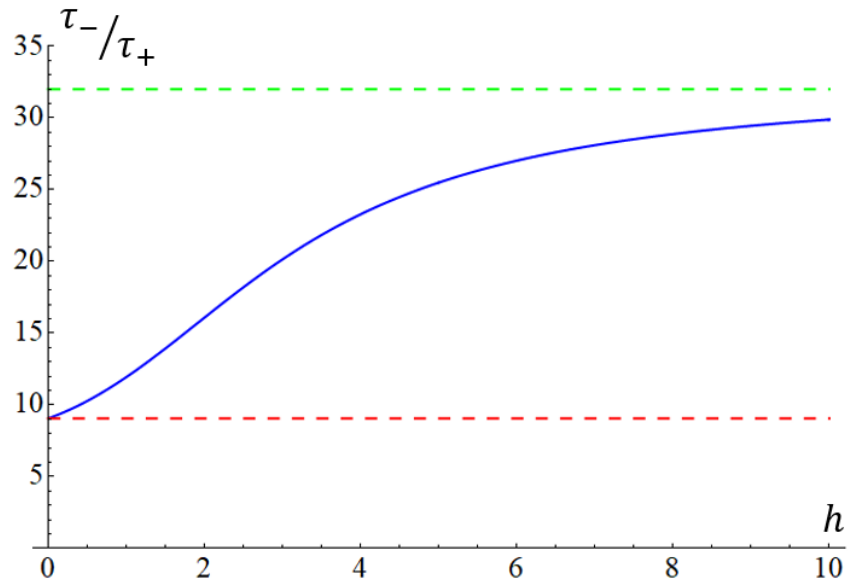


Рисунок 5.2.6 – Зависимость отношения характерных времен τ_- и τ_+ движения ДГ внутри ловушки при $\sigma = -1$ и $\sigma = +1$ соответственно от нормированного расстояния h от оси проводника до поверхности пленки. Абсолютная величина плотности заряда проводника считается фиксированной. Сплошной синей линией показана сама зависимость. Красная и зеленая штриховые линии иллюстрируют предельное значение отношения τ_-/τ_+ при $h \rightarrow 0$ и $h \rightarrow \infty$ соответственно

На Рисунке 5.2.7 показаны законы движения ДГ $\xi(t)$, полученные путем численного решения уравнения (5.2.12) для значения параметра $h = 1$ ($H = \delta$). При этом рассматривались различные начальные положения $\xi(t = 0)$ центра ДГ, а также заряды проводника обоих знаков (синие сплошные линии получены при $\sigma = +1$, а красные – при $\sigma = -1$). Приведенные графики наглядно демонстрируют обсуждавшиеся выше особенности динамики ДГ. Во-первых, они явно разделены линией $\xi = \xi_0 \approx 2.787$ (зеленая штриховая линия на Рисунке 5.2.7), которая отвечает положению равновесия ДГ при $\sigma = -1$. Во-вторых, движение ДГ в области $\xi > \xi_0$ оказывается сравнительно медленным, а его направление однозначно определяется величиной σ , то есть знаком заряда проводника. В-третьих, в области $0 < \xi < \xi_0$ возникает аномалия поведения ДГ: при обоих значениях σ ДГ не может покинуть эту область, что позволяет говорить о возникновении своеобразной ловушки. Наконец, в-четвертых,

характерное время движения ДГ внутри ловушки существенно зависит от знака заряда проводника: при $\sigma = -1$ ДГ приближается к положению равновесия $\xi = \xi_0$ плавно и сравнительно медленно, однако при $\sigma = +1$ в какой-то момент своего движения ДГ заметно ускоряется, из-за чего довольно быстро оказывается в точке $\xi = 0$ (строго говоря, вплотную к этой точке, однако на практике данный чисто математический нюанс едва ли будет как-то проявляться). Из общего характера вышеизложенных рассуждений следует, что перечисленные выводы будут сохранять свою силу при произвольных значениях параметра h , в том числе и малых. Поэтому и законы движения $\xi(t)$ для произвольных значений $h \neq 1$ будут отличаться от показанных на Рисунке 5.2.7 лишь количественно, но не качественно.

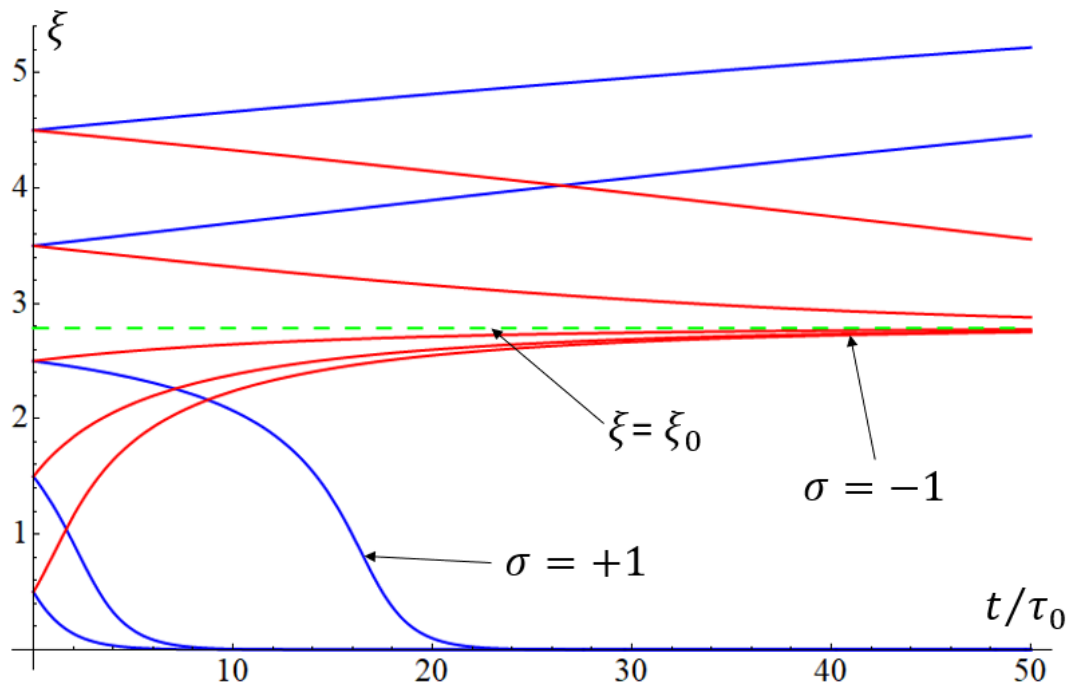


Рисунок 5.2.7 – Зависимости нормированной координаты ξ центра движущейся ДГ от времени t при различных начальных положениях ДГ, а также различных знаках заряда проводника: $\sigma = +1$ отвечают синие сплошные линии, а $\sigma = -1$ – красные. Зависимости получены для случая, когда расстояние H от оси проводника до поверхности пленки равно характерной ширине ДГ δ . Зеленой штриховой линией показано положение устойчивого равновесия ДГ при $\sigma = -1$

5.3 Выводы

Подытоживая вышеизложенное, о влиянии внешнего электрического поля на одномерные магнитные структуры в ферромагнетиках с сильной легкоплоскостной анизотропией можно сказать следующее:

- В случае анизотропного НМЭВ воздействие на пленку электрическим полем достаточно большой напряженности может приводить к тому, что однородное состояние магнитной подсистемы окажется неустойчивым. Как следствие, в образце будут формироваться неоднородные структуры, которые можно классифицировать как 0-градусные ДГ. Данный эффект обладает свойством невзаимности относительно знаков воздействующих зарядов в том смысле, что замена всех зарядов на противоположные приведет к перестроению структуры на качественном уровне. Более того, критические абсолютные величины зарядов, необходимые для формирования неоднородных структур, могут на порядок отличаться в зависимости от того, являются ли эти заряды положительными или отрицательными. Описанное явление на микроскопическом уровне объясняется неодинаковой ролью положительно и отрицательно заряженных частиц в физике магнетизма.
- Относительно слабые электрические поля не обуславливают формирования 0-градусных ДГ, однако могут приводить в движение 180-градусные ДГ. При этом характер движения также существенно зависит от знака воздействующих зарядов. В непосредственной близости от этих зарядов возникают своеобразные ловушки, из области которых 180-градусные ДГ не могут выйти под воздействием зарядов обоих знаков. В то же время вне ловушки ДГ могут либо притягиваться зарядами, либо отталкиваться в зависимости от знаков этих зарядов. Размеры области ловушки определяются не только геометрией системы, но также характерными размерами самой ДГ, из-за чего описываемый эффект никогда не является пренебрежимо малым.

6 Вихреподобные структуры в пленках с одной перфорацией под воздействием внешнего электрического поля

6.1 Топология стабильных и метастабильных структур при наличии магнитоэлектрического взаимодействия

6.1.1 Основные уравнения

Введем в пространстве цилиндрическую систему координат (r, φ, z) и рассмотрим ферромагнитный образец в форме проколотого диска, имеющего малую постоянную толщину h вдоль оси Oz и расположенного в области $R_{\text{in}} \leq r \leq R_{\text{ex}}$ (см. Рисунок 6.1.1; сплошная тонкая пленка является частным случаем такого диска при $R_{\text{in}} \rightarrow 0$, $R_{\text{ex}} \rightarrow \infty$). При наличии сильной легкоплоскостной анизотропии в направлении оси Oz единичный вектор намагниченности $\mathbf{m}$ практически не будет выходить из плоскости образца, а значит, его направление можно задать единственным углом θ , так что

$$\mathbf{m} = (-\sin(\theta - \varphi), \cos(\theta - \varphi), 0).$$

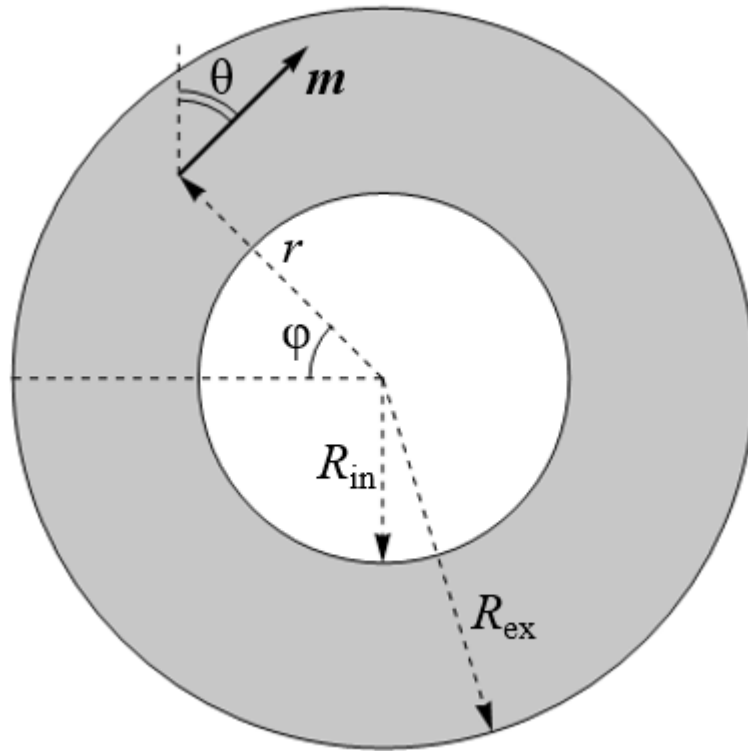


Рисунок 6.1.1 – Геометрия задачи

Тогда с учетом НМЭВ полная энергия образца с точностью до слагаемого, не зависящего от θ , запишется в следующем виде:

$$E_{tot} = \int [A(\nabla\theta)^2 + \Phi] h dS, \quad \Phi = M_s^2 E (b_1 \mathbf{m} \operatorname{div} \mathbf{m} + b_2 \mathbf{m} \times \operatorname{rot} \mathbf{m}). \quad (6.1.1)$$

Здесь интегрирование ведется по всей площади образца, A – обменный параметр, M_s – намагниченность насыщения, E – напряженность электрического поля, b_1 и b_2 – константы НМЭВ.

Пусть для начала электрическое поле E является однородным. Тогда плотность энергии НМЭВ Φ , согласно формуле (6.1.1), представляет собой линейную комбинацию компонент вектора $\nabla\theta$, причем ее коэффициенты в декартовой системе координат зависели бы только от значений θ . Ясно, что такая линейная комбинация будет исчезать при варьировании по θ , вследствие чего экстремумы функционала (6.1.1) определяются только вкладом от обменного взаимодействия и являются решениями уравнения Эйлера-Лагранжа вида $\Delta\theta = 0$, а именно

$$\theta = k\varphi + \text{const}, \quad (6.1.2)$$

где k – произвольное целое число, представляющее собой число оборотов, совершаемых вектором $\mathbf{m}$ при обходе вдоль любого контура, лежащего в области образца и содержащего внутри себя начало координат. Несложно убедиться, что в случае распределений намагниченности, описываемых формулой (6.1.2), интеграл Φ по площади образца всегда равен нулю, так что однородное электрическое поле не может повлиять ни на саму магнитную структуру, ни на ее устойчивость. Кроме того, очевидно, что даже при наличии неоднородности поля E его z -компонента также не оказывает на магнетик никакого влияния. Таким образом, нетривиальные эффекты, связанные с НМЭВ, могут наблюдаться только в неоднородных электрических полях, лежащих в плоскости пленки.

Далее будем считать поле E центральным, так что $E = (E(r), 0, 0)$. Тогда из (6.1.1) имеем:

$$\Phi = M_s^2(b_1 - b_2)E \sin(\theta - \varphi) \left[\cos(\theta - \varphi) \frac{\partial \theta}{\partial r} + \sin(\theta - \varphi) \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} \right] + \\ + M_s^2 b_2 E \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial \varphi}. \quad (6.1.3)$$

Варьируя выражение (6.1.1) для энергии E_{tot} по θ с учетом (6.1.3), получаем следующее уравнение для распределения намагниченности в образце:

$$\Delta \theta = \frac{M_s^2(b_1 - b_2)}{4A} \left(\frac{E}{r} - \frac{dE}{dr} \right) \sin 2(\theta - \varphi). \quad (6.1.4)$$

6.1.2 Случай равных констант

Несмотря на то, что значения констант НМЭВ могут, вообще говоря, различаться, в ряде работ принимается $b_1 = b_2 = b$. Для этого случая проводимый здесь анализ становится особенно простым, поскольку уравнение (6.1.4) вырождается в $\Delta \theta = 0$, а значит, распределение намагниченности, как и в случае однородного электрического поля, описывается выражением (6.1.2). В этом можно удостовериться также и другим способом, определив из (6.1.1), что для произвольного неоднородного поля E величина Φ в рассматриваемой ситуации равна z -компоненте вектора $M_s^2 b [\mathbf{E} \times \nabla \theta]$. Для центральных полей она, разумеется, совпадает с последним членом в формуле (6.1.3), который заведомо исчезает при варьировании по θ .

Подставляя (6.1.2) в формулу (6.1.3) и вычисляя энергию (6.1.1), получаем:

$$\varepsilon = k^2 - 2qk, \quad (6.1.5)$$

где введены обозначения $\varepsilon = E_{\text{tot}} / (2\pi A h \ln(R_{\text{ex}}/R_{\text{in}}))$, а также

$$q = -\frac{M_s^2 b U}{2A \ln(R_{\text{ex}}/R_{\text{in}})}, \quad U = \int_{R_{\text{in}}}^{R_{\text{ex}}} E \, dr. \quad (6.1.6)$$

Величина U в выражении (6.1.6) может интерпретироваться как напряжение, приложенное к границам диска. Если она отлична от нуля, то, как видно из (6.1.5), однородное состояние с $k = 0$ может оказаться неустойчивым. При этом минимуму энергии системы будет отвечать целое значение k , ближайшее к

величине q , то есть $k \approx q$. Следовательно, меня напряженность электрического поля, а вместе с тем и параметр q , можно добиться перехода плоской магнитной структуры в состояние с любым наперед заданным k . Важно отметить, однако, что динамика таких переходов не может быть изучена в рамках континуальной модели, поскольку распределения намагниченности, отвечающие различным k , невозможно перевести друг в друга посредством непрерывного преобразования. В этом смысле все метастабильные состояния системы оказываются топологически защищенными и потому могут представлять определенный интерес.

Допустим, электрическое поле E создается точечным зарядом, помещенным в начало координат. Тогда $E \sim 1/r^2$, и $U \sim (1/R_{\text{in}} - 1/R_{\text{ex}})$. Отсюда видно, что при увеличении внешнего радиуса диска R_{ex} величина U будет стремиться к конечному пределу, а значит, согласно (6.1.6), $q \rightarrow 0$. Следовательно, в случае неограниченной тонкой пленки поле точечного заряда не оказывает влияния на магнитную структуру: по мере удаления от центра системы НМЭВ ослабевает быстрее, чем обменное взаимодействие, и не может с ним «конкурировать».

Совсем иная картина наблюдается, если $E = \lambda/r$, что соответствует полю расположенной вдоль оси Oz бесконечной нити с постоянной линейной плотностью заряда $\lambda/2$. Тогда из (6.1.6) имеем:

$$q = -\frac{M_s^2 b \lambda}{2A}, \quad (6.1.7)$$

то есть величина q , а значит, и k в устойчивом состоянии системы вообще не зависит от геометрии образца. Таким образом, регулируя заряд нити, можно добиться распределения намагниченности типа (6.1.2) с произвольным $k \approx q$ в том числе и в неограниченной магнитной пленке ($R_{\text{ex}} \rightarrow \infty$) с отверстием сколь угодно малого радиуса ($R_{\text{in}} \rightarrow 0$; фактически, этот радиус ограничен размерами проходящей через отверстие заряженной нити). Это делает электрическое поле указанной конфигурации идеальным кандидатом на управление магнитными

структурами: именно в этом случае НМЭВ и обменное взаимодействие «конкурируют» на равных во всем объеме образца.

6.1.3 Структуры в поле заряженной нити

Далее будем полагать, что $E = \lambda/r$, однако уже не ограничиваясь случаем $b_1 = b_2$. Тогда правая часть уравнения (6.1.4) оказывается пропорциональной $1/r^2$, вследствие чего уравнение обладает семейством решений, не зависящих от r , то есть $\theta = \theta(\varphi)$, причем

$$\frac{d^2\theta}{d\varphi^2} = \gamma q \sin 2(\theta - \varphi), \quad (6.1.8)$$

где $\gamma = 1 - b_1/b_2$, а под q по аналогии с (6.1.7) понимается величина $q = -M_s^2 b_2 \lambda / 2A$. Поскольку случай $\gamma = 0$ соответствует рассмотренной выше ситуации $b_1 = b_2$, когда распределение намагниченности описывалось соотношением (6.1.2), то резонно ожидать, что и в общем случае возможные (стабильные и метастабильные) структуры можно занумеровать целым числом k , по-прежнему имеющим смысл числа оборотов, совершаемых вектором намагниченности при обходе вокруг заряженной нити. Тогда решение уравнения (6.1.8) с $k = 1$, очевидно, имеет вид $\theta = \varphi + \alpha$, где α - постоянное значение, кратное $\pi/2$. Подставляя это решение в (6.1.3) и далее в (6.1.1), находим $\varepsilon = 1 - 2q + 2\gamma q \sin^2 \alpha$, откуда заключаем, что $\alpha = 0, \pi$ при $\gamma q > 0$ и $\alpha = \pi/2, 3\pi/2$ при $\gamma q < 0$ (по аналогии с терминологией, применяемой при исследовании влияния размагничивающих полей, эти два типа структур можно назвать блоховским и неелевским соответственно). При этом

$$\varepsilon(k = 1) = 1 - |\gamma q| + (\gamma - 2)q. \quad (6.1.9)$$

Если $k \neq 1$, то с точностью до поворота системы вокруг оси Oz из (6.1.8) имеем:

$$\varphi = \text{sgn}(k - 1) \sqrt{\frac{a}{2\gamma q}} F(\theta - \varphi, -a), \quad (6.1.10)$$

где F – эллиптический интеграл первого рода, а значение параметра a должно быть определено из условия $\theta(\varphi + 2\pi) = \theta(\varphi) + 2\pi k$, так что

$$a = G\left(\frac{2\gamma q}{(k-1)^2}\right), \quad (6.1.11)$$

где $G(t)$ – функция, значение которой при заданном t определяется как корень уравнения

$$G(t) \left(\frac{2}{\pi} F\left(\frac{\pi}{2}, -G(t)\right) \right)^2 = t.$$

Функция $G(t)$ является монотонно возрастающей, причем $G(t \rightarrow -\infty) = -1$.

Кроме того, имеет место полезное тождество $G(-t) = -G(t)/(1 + G(t))$.

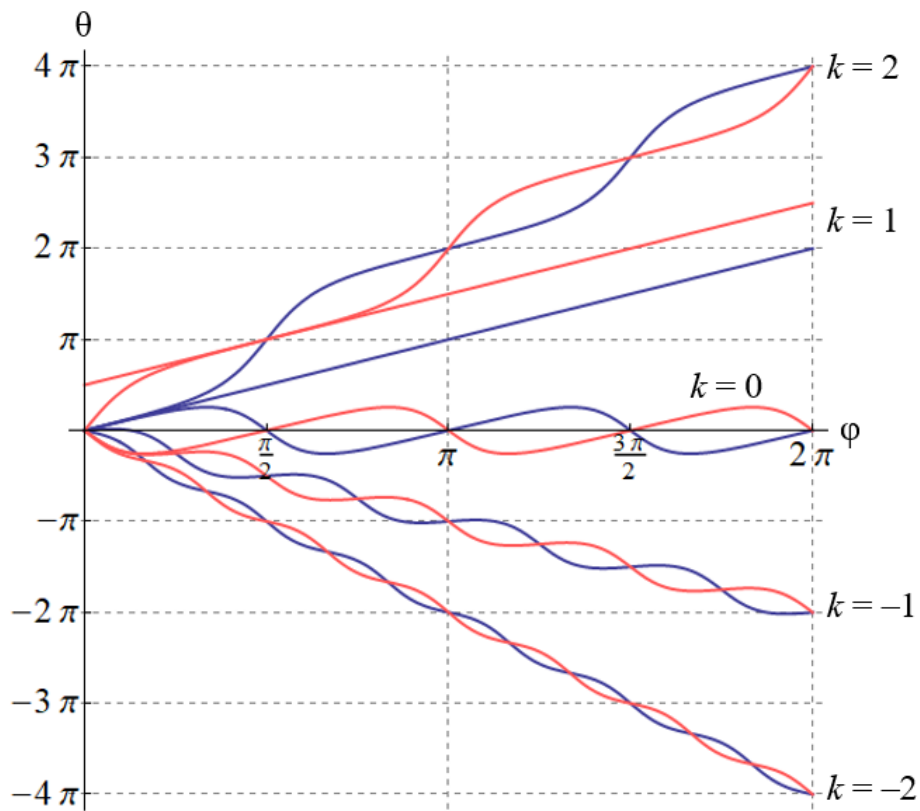


Рисунок 6.1.2 – Графики зависимости $\theta(\varphi)$ при различных значениях k . Синие линии соответствуют $\gamma q > 0$, красные линии $\gamma q < 0$

На Рисунке 6.1.2 приведены графики зависимости $\theta(\varphi)$ в соответствии с выражением (6.1.10) при $\gamma q = \pm 8$ и различных значениях k от -2 до 2 . Отметим, что, как будет видно из дальнейшего, номер k устойчивого состояния определяется не произведением величин γ и q , а значением каждой из них в отдельности, поэтому зависимости, показанные на рисунке, при различных

условиях могут отвечать как стабильным, так и метастабильным структурам. Несложно видеть, что влияние НМЭВ на распределение намагниченности приводит к появлению областей (в форме секторов) с повышенными значениями $|\nabla\theta|$, причем число таких областей равно $2|k-1|$. Это связано с тем, что в отсутствие НМЭВ, когда распределение задается выражением (6.1.2), имеется ровно $2|k-1|$ неэквивалентных значений φ , при которых вектор $\mathbf{m}$ оказывается направлен радиально. Из вида выражения (6.1.3) ясно, что при этом величина φ -компоненты $\nabla\theta$ будет стремиться либо к увеличению, либо к уменьшению в зависимости от знака γq , что и наблюдается на Рисунке 6.1.2.

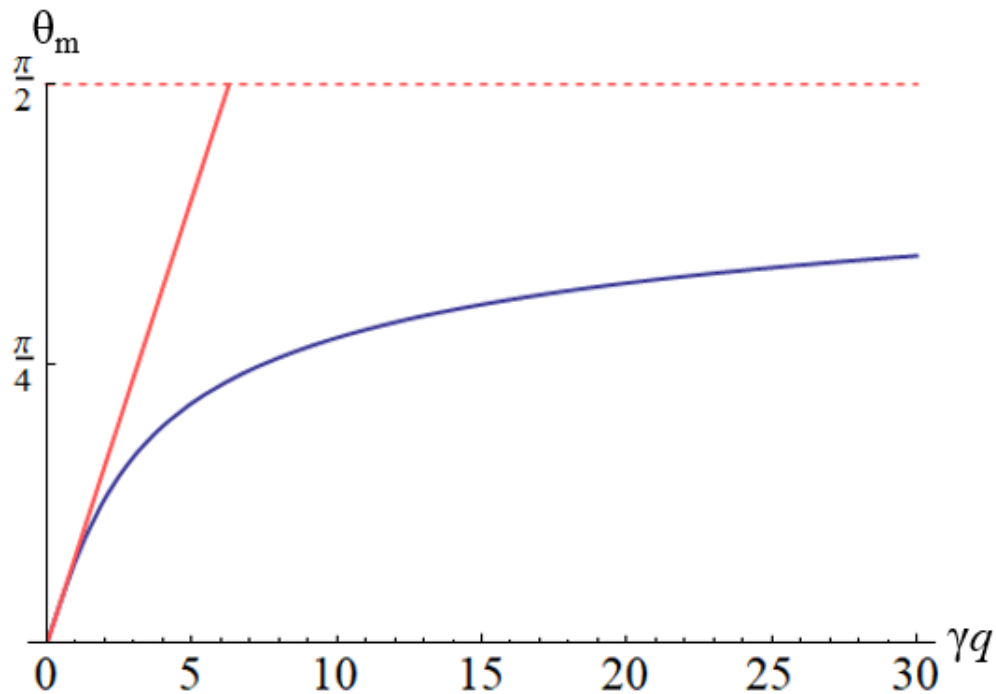


Рисунок 6.1.3 – График зависимости амплитуды θ_m угла отклонения вектора намагниченности при искажении однородного распределения полем заряженной нити от параметра γq , выражающего плотность заряда этой нити.

Синяя линия – сама амплитуда, красная сплошная линия – аппроксимация при малых значениях параметра, красная штриховая линия – горизонтальная асимптота

Отдельно остановимся на распределении намагниченности, отвечающем $k=0$. В отсутствие НМЭВ оно является однородным. Тем не менее, при включении электрического поля, как видно из Рисунка 6.1.2,

распределение искажается. Этот эффект, полностью исчезающий при $b_1 = b_2$, может быть использован для экспериментальной проверки равенства констант НМЭВ. В этой связи представляется важным оценить степень ожидаемого искажения однородного состояния, рассчитав амплитудное значение θ . Дифференцируя обе части выражения (6.1.10) и приравнявая нулю производную $d\theta/d\varphi$, находим, что все экстремумы функции $\theta(\varphi)$ наблюдаются при

$$\sin(\theta - \varphi) = \pm \sin \eta, \eta = \arcsin \sqrt{\frac{1}{2\gamma q} - \frac{1}{G(2\gamma q)}}.$$

Отсюда с учетом (6.1.10) для экстремального значения угла θ имеем:

$$\theta_m = -\eta + \sqrt{\frac{G(2\gamma q)}{2\gamma q}} F(\eta, -G(2\gamma q)).$$

Полученная функция $\theta_m(\gamma q)$ является нечетной и представляет собой минимум или максимум соответствующей функции $\theta(\varphi)$ (модули этих экстремумов совпадают, что видно уже из Рисунка 6.1.2). График функции $\theta_m(\gamma q)$ показан на Рисунке 6.1.3. При $\gamma q \rightarrow \infty$ он выходит на горизонтальную асимптоту $\pi/2$, однако функция растет настолько медленно, что фактически ее значения, близкие к $\pi/2$, никогда не будут наблюдаться на практике из-за заведомой неустойчивости состояния с $k = 0$ при больших значениях $|\gamma q|$. С другой стороны, в области небольших значений $|\gamma q|$ функцию $\theta_m(\gamma q)$ можно заменить ее линейной аппроксимацией $\theta_m \approx \gamma q/4$. Как видно из Рисунка 6.1.3, данное приближение обладает вполне приемлемой точностью при $|\gamma q| < 1$ (относительная ошибка 5% достигается при $|\gamma q| \approx 0.863$). Отсюда следует, что отклонение вектора $\mathbf{m}$, например, не менее 5° будет наблюдаться при $|\gamma q| > \pi/9$, то есть при $|\lambda| > 2\pi A/9M_s^2|b_1 - b_2|$. Ясно, что в случае $b_1 = b_2$ это условие никогда не может быть выполнено.

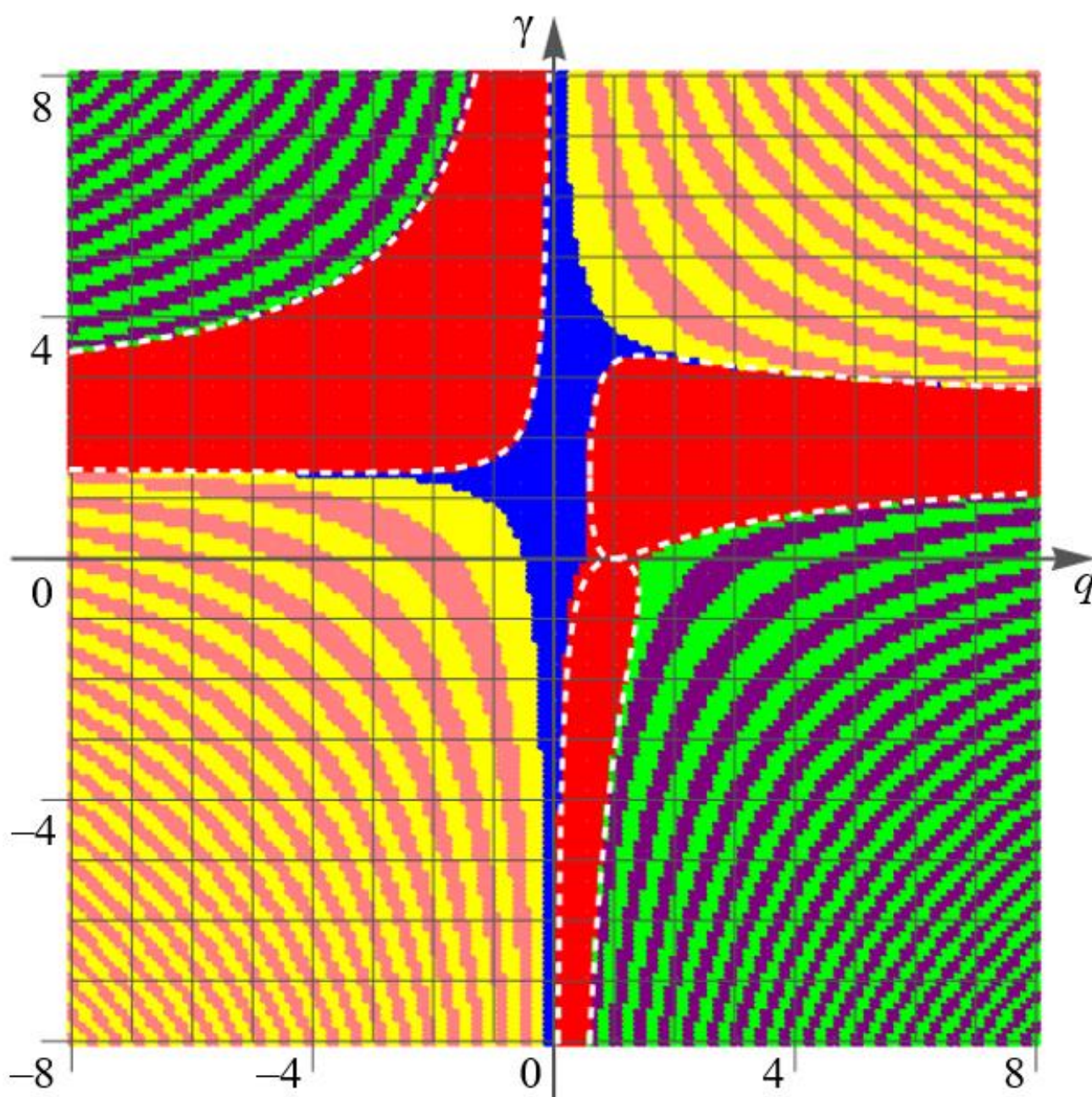


Рисунок 6.1.4 – Диаграмма устойчивых состояний плоской магнитной структуры при различных значениях параметров q и γ , первый из которых определяет плотность заряда нити, а второй – относительную разницу между константами НМЭВ. Синей области отвечает $k = 0$, красным областям $k = 1$, зеленым и лиловым – четные и нечетные $k > 1$, розовым и желтым – четные и нечетные $k < 0$. Белыми штриховыми линиями показаны приблизительные границы красной области, которые получаются из выражения для энергии системы при $|\gamma q| \gg 1$

6.1.4 Устойчивые состояния в поле заряженной нити

Выясним далее, какое из найденных выше состояний оказывается устойчивым при заданном сочетании параметров q и γ . Для этого в первую очередь необходимо определить значения приведенной энергии ε в зависимости от величины k , которая однозначно идентифицирует топологию изучаемых структур. Если $k \neq 1$, то, подставляя формулы (6.1.10) и (6.1.3) в выражение (6.1.1), имеем:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + k(\gamma - 2)q, \quad (6.1.12)$$

где

$$\varepsilon_0(k \neq 1) = |k - 1| \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{2\gamma q}{a}} E(-a) - \gamma q \left(\frac{2}{a} + 1 \right) + 2k - 1, \quad (6.1.13)$$

а E – полный эллиптический интеграл второго рода. Смысл представления энергии в форме (6.1.12) заключается в том, что слагаемое ε_0 зависит только от произведения параметров γ и q , но не от каждого из них в отдельности, причем ε_0 как функция от γq является четной. При $k = 1$ такое представление также возможно, поскольку выражение (6.1.9), определяющее энергию системы в этом случае, совпадает с (6.1.12), если принять $\varepsilon_0(k = 1) = 1 - |\gamma q|$. Кроме того, в пределе $\gamma q \rightarrow 0$ из соотношения (6.1.13) получаем $\varepsilon_0 = k^2$, так что (6.1.12), как и следовало ожидать, преобразуется к виду (6.1.5). Таким образом, выражение (6.1.12) корректно определяет энергию системы при произвольных значениях k , γ и q .

На Рисунке 6.1.4 приведена диаграмма, которая показывает, при каких целых значениях k энергия (6.1.12) оказывается минимальной в зависимости от параметров q и γ . Переходы между различными состояниями вдоль прямой $\gamma = 0$ происходят при полуцелых значениях q , что повторяет результат, полученный ранее для случая равных констант НМЭВ: $k \approx q$. При произвольном фиксированном $\gamma < 0$ зависимость k от q также оказывается монотонно возрастающей. Тем не менее, при больших фиксированных $\gamma > 0$

наблюдается обратная картина: номер k состояния уменьшается с ростом значения параметра q , что связано с изменением знака множителя $\gamma - 2$ в последнем слагаемом в соотношении (6.1.12). При $\gamma = 2$ это слагаемое полностью исчезает, так что приведенная энергия $\varepsilon \equiv \varepsilon_0$ оказывается четной функцией от q , а значит, и номер k устойчивого состояния не зависит от знака заряда нити. Данный вывод может показаться парадоксальным, однако, как несложно видеть из Рисунка 6.1.4, в действительности при $\gamma = 2$ могут быть устойчивыми всего два топологически неэквивалентных состояния: $k = 0$ и $k = 1$. При этом состояниям с $k = 1$, наблюдаемым при противоположных значениях q , на самом деле будут отвечать различные распределения намагниченности, поскольку при $q > 0$ тип структуры окажется блоховским ($\alpha = 0, \pi$), а при $q < 0$ – неелевским ($\alpha = \pi/2, 3\pi/2$). Отметим, что аналогичное изменение типа структуры при фиксированном значении $k = 1$ наблюдается, вообще говоря, и при переходе через линию $\gamma = 0$ в случае $0.5 < q < 1.5$. Следует подчеркнуть, однако, что параметр γ характеризует не внешнее поле, а исключительно материал магнетика, так что управлять его значением довольно сложно, и здесь имеет смысл говорить лишь о возможности спин-переориентационного фазового перехода, обусловленного, например, изменением температуры.

Изучим поведение системы при $|\gamma q| \gg 1$. Поскольку значение ε_0 не зависит от знака γq , будем предполагать для начала, что $\gamma q < 0$. Тогда для сравнительно небольших ненулевых значений $|k - 1|$ аргумент функции G в выражении (6.1.11) можно заменить на $-\infty$, откуда приближенно получаем $a = -1$. Подставляя это значение в (6.1.13) и далее рассматривая уже оба возможных знака произведения γq , вместо (6.1.12) имеем:

$$\varepsilon = |k - 1| \frac{4}{\pi} \sqrt{2|\gamma q|} - |\gamma q| + 2k - 1 + k(\gamma - 2)q. \quad (6.1.14)$$

Полученное выражение можно использовать и при $k = 1$, поскольку в этом случае оно точно совпадает с (6.1.9). Заметим, что зависимость приведенной энергии ε от величины k , определяемая формулой (6.1.14), является линейной

с обеих сторон от точки $k = 1$, однако угловые коэффициенты различаются. В частности, если выполнено условие

$$(2 + (\gamma - 2)q)^2 < \frac{32}{\pi^2} |\gamma q|, \quad (6.1.15)$$

то угловой коэффициент (6.1.14) оказывается отрицательным при $k \leq 1$ и положительным при $k \geq 1$, то есть при $k = 1$ наблюдается минимум энергии. В противном случае выражение (6.1.14) минимума не имеет, и значение k «скатывается» в область, где предельный переход в формуле (6.1.11) становится уже неправомерным. Границы областей, внутри которых справедливо соотношение (6.1.15), показаны на Рисунке 6.1.4 белыми штриховыми линиями. Несложно видеть, что они и впрямь довольно точно повторяют контуры областей, в которых устойчиво состояние с $k = 1$, за исключением окрестности точки $q = 1, \gamma = 0$, где условие $|\gamma q| \gg 1$ заведомо не выполняется. Также соотношение (6.1.15) позволяет оценить, что переход вдоль линии $\gamma = 2$ между состояниями с $k = 0$ и $k = 1$ происходит при $|q| = \pi^2/16 \approx 0.62$, в то время как расчет без использования приближения (6.1.14) дает $|q| \approx 0.58$.

6.2 Трансформация магнитных неоднородностей, обусловленная влиянием однородного электрического поля

6.2.1 Основные уравнения

Рассмотрим ферромагнитную пленку малой толщины h , содержащую круглый антидот радиусом R , и введем цилиндрическую систему координат (r, φ, z) , как показано на Рисунке 6.2.1 (ось Oz при этом нормальна к плоскости пленки). Будем описывать направление единичного вектора намагниченности $\mathbf{m}$ углами α и θ , первый из которых задает выход вектора $\mathbf{m}$ из плоскости пленки, а второй – ориентацию его проекции на плоскость, так что

$$\mathbf{m} = (-\sin(\theta - \varphi) \cos \alpha, \cos(\theta - \varphi) \cos \alpha, \sin \alpha). \quad (6.2.1)$$

Пусть образец находится в однородном электрическом поле напряженностью $\mathbf{E} \parallel \text{Oz}$. Тогда с учетом НМЭВ и одноосной анизотропии типа «легкая плоскость», ось которой параллельна оси Oz, полную энергию магнетика можно представить в виде

$$E_{tot} = \int_0^{2\pi} \int_R^\infty \Phi h r dr d\varphi, \quad (6.2.2)$$

где плотность энергии Φ определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} \Phi = & A[(\nabla\alpha)^2 + \cos^2\alpha (\nabla\theta)^2] + K \sin^2\alpha + \\ & + M_s^2 E(b_1 \mathbf{m} \operatorname{div} \mathbf{m} + b_2 \mathbf{m} \times \operatorname{rot} \mathbf{m}). \end{aligned} \quad (6.2.3)$$

Здесь A – обменный параметр, K – абсолютная величина константы анизотропии, M_s – намагниченность насыщения, а b_1 и b_2 – константы НМЭВ.

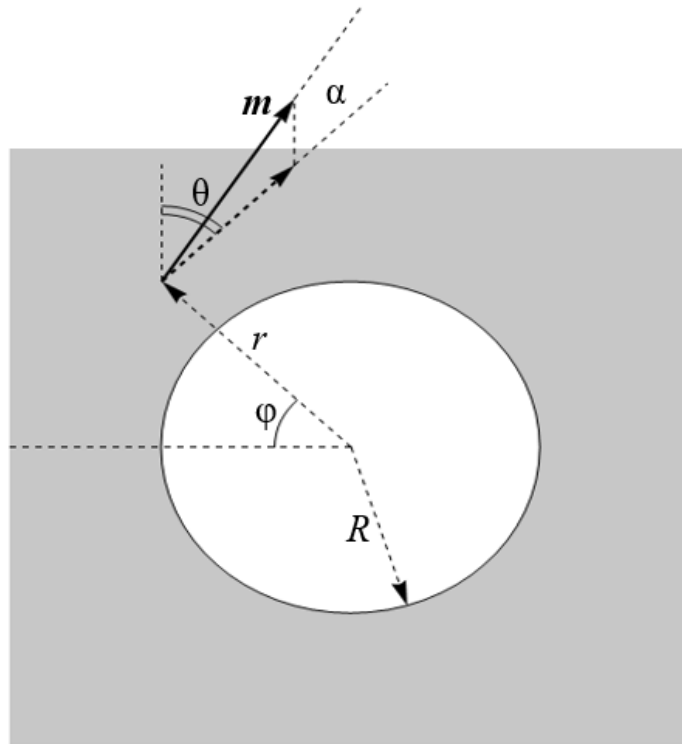


Рисунок 6.2.1 – Геометрия задачи

Подставляя (6.2.1) в (6.2.3) и приравнявая нулю вариационные производные функционала (6.2.2) по функциям α и θ , получаем следующие уравнения Эйлера-Лагранжа, которым должны удовлетворять минимумы энергии системы:

$$A[2\Delta\alpha + \sin 2\alpha (\nabla\theta)^2] - K \sin 2\alpha + \\ + B \cos^2 \alpha \left[\sin(\theta - \varphi) \frac{1}{r} \frac{\partial\theta}{\partial\varphi} + \cos(\theta - \varphi) \frac{\partial\theta}{\partial r} \right] = 0, \quad (6.2.4.1)$$

$$A[2\Delta\theta - 4 \tan \alpha \nabla\theta \nabla\alpha] - \\ - B \left[\sin(\theta - \varphi) \frac{1}{r} \frac{\partial\alpha}{\partial\varphi} + \cos(\theta - \varphi) \frac{\partial\alpha}{\partial r} \right] = 0, \quad (6.2.4.2)$$

где $B = B_1 + B_2$, $B_1 = b_1 M_s^2 E$, $B_2 = b_2 M_s^2 E$. Данную систему уравнений необходимо дополнить граничными условиями. Во-первых, на границе антидота должны обращаться в нуль производные плотности энергии (6.2.3) по $\frac{\partial\alpha}{\partial r}$ и $\frac{\partial\theta}{\partial r}$, то есть при $r = R$ имеем

$$2A \frac{\partial\alpha}{\partial r} + (B_1 \sin^2 \alpha + B_2 \cos^2 \alpha) \sin(\theta - \varphi) = 0, \quad (6.2.5.1)$$

$$2A \frac{\partial\theta}{\partial r} - B_1 \tan \alpha \cos(\theta - \varphi) = 0. \quad (6.2.5.2)$$

Во-вторых, будем полагать, что на большом удалении от антидота выход вектора намагниченности из плоскости пленки исчезает, так что $\alpha(r \rightarrow \infty) = 0$. Данное условие позволяет исключить из рассмотрения геликоидальные структуры, которые, по аналогии с киральными магнетиками, могли бы формироваться и в образцах изучаемого типа при воздействии полями E достаточной величины.

Пусть для начала внешнее поле отсутствует. Тогда $B = 0$, и система уравнений (6.2.4) имеет формальное решение

$$\alpha = 0, \quad \theta = \theta_0 = k\varphi + \varphi_0, \quad (6.2.6)$$

где k – целое число, а φ_0 – произвольная константа. В разделе 2.3 было показано, что решения типа (6.2.6) отвечают минимумам энергии (6.2.2) при условии

$$K > A \left(\frac{c_{|k|}}{R} \right)^2, \quad (6.2.7)$$

где $c_0 = 0$, $c_1 = 0.320$, $c_2 = 1.066$, $c_3 = 1.902$ и т.д. При этом величина k нумерует топологически неэквивалентные состояния магнетика, которые тем самым оказываются долгоживущими даже при $k \neq 0$, несмотря на то что глобальный минимум энергии системы заведомо достигается при однородном распределении намагниченности $k = 0$.

В результате включения поля E распределение намагниченности уже не будет описываться соотношениями типа (6.2.6). Тем не менее, в тех случаях, когда угол α не достигает значений $\pm\pi/2$ ни в одной из точек образца, состояния магнетика по-прежнему можно характеризовать величиной k , понимая под ней число оборотов, совершаемых проекцией вектора $\mathbf{m}$ на плоскость пленки при полном обходе вокруг антидота по часовой стрелке. При этом, разумеется, уже некорректно говорить о топологической неэквивалентности состояний с различными значениями k , а условия устойчивости (6.2.7) становятся недостаточными. Более того, локализованные структуры с наперед заданным k могут вообще не существовать при определенных значениях напряженности E . Ясно, однако, что в большинстве процессов, связанных с незначительным изменением поля E , величина k будет сохраняться, что и обуславливает удобство ее использования при дальнейшем анализе.

Отметим, что решения типа (6.2.6) при $k \neq 0$ отвечают магнитным структурам, которые, вообще говоря, не являются уединенными неоднородностями. Тем не менее, при наличии в пленке второго антидота, магнитная структура в окрестности которого характеризуется величиной $-k$, распределение намагниченности на удалении от обоих антидотов оказывается однородным (точнее говоря, значения угла θ приближаются к некоторому пределу по закону r^{-1} , а плотность энергии Φ убывает по закону r^{-4}). То же верно и для произвольного числа антидотов с нулевым суммарным значением величин k . В этой связи структуры, описываемые системой уравнений (6.2.4), также следует воспринимать как составляющие более крупной уединенной неоднородности, хотя для каждой из них в отдельности предел $\theta(r \rightarrow \infty)$ может

и не существовать. Этим, в частности, объясняется отсутствие условия для угла θ , аналогичного $\alpha(r \rightarrow \infty) = 0$.

6.2.2 Приближение сильной анизотропии

Из вида системы уравнений (6.2.4) ясно, что при $K \rightarrow \infty$ ее решения выражаются соотношениями (6.2.6) даже при наличии внешнего поля ($B \neq 0$). Пусть далее величина K является конечной, но большой, так что, по крайней мере, $K \gg A/R^2$, и условие (6.2.7) выполняется со значительным запасом. Резонно предположить, что и в этом случае распределение намагниченности в ненулевом поле будет описываться выражениями, близкими к (6.2.6), благодаря чему становится возможно воспользоваться теорией возмущений, представляя углы α и θ в виде рядов по степеням малого параметра K^{-1} (поскольку данный параметр не является безразмерным, точный смысл требования его малости будет установлен позже). Положим $\theta = \theta_0 + \theta_1$, причем $\theta_1 \sim \alpha \sim K^{-1}$. Тогда, сохраняя в уравнении (6.2.4.1) только немалые члены, сразу получаем:

$$\alpha = \frac{kB \sin[(k-1)\varphi + \varphi_0]}{2Kr}. \quad (6.2.8)$$

Заметим, что данный результат, казалось бы, противоречит граничному условию (6.2.5.1). В действительности его выполнение будет обеспечиваться быстрым изменением угла α в небольшой окрестности границы антидота, которая имеет ширину порядка $\sqrt{A/K}$ и, соответственно, полностью исчезает в рамках изучаемого приближения. По той же причине на основании формулы (6.2.8) неверно делать вывод об отсутствии выхода вектора намагниченности из плоскости пленки при $k = 0$: несложно видеть, что однородное распределение вида $\alpha = 0$, $\theta = \text{const}$ на самом деле не может удовлетворять условию (6.2.5.1) при $B_2 \neq 0$. Тем не менее, при наличии сильной анизотропии масштабы формирующейся неоднородности оказываются исчезающе малыми.

Выражение для плотности энергии (6.2.3) с точностью до членов порядка K^{-1} , вообще говоря, содержит слагаемое, зависящее от θ_1 . Будучи

пропорциональным $\frac{\partial \theta_1}{\partial \varphi}$, это слагаемое, однако, дает нулевой вклад в интеграл (6.2.2), поэтому целесообразно ввести в рассмотрение величину Φ , усредненную по углам φ от 0 до 2π . С учетом формулы (6.2.8) эта величина вне зависимости от вида функции θ_1 оказывается равна

$$\langle \Phi \rangle = \begin{cases} \frac{k^2 A}{r^2} \left(1 - \frac{B^2}{8AK} \right), & k \neq 1, \\ \frac{A}{r^2} \left(1 - \frac{B^2 \sin^2 \varphi_0}{4AK} \right), & k = 1. \end{cases} \quad (6.2.9)$$

Из данного соотношения следует, что при $k = 1$ вырождение по углу φ_0 снимается полями сколь угодно малой величины E . При этом устойчивыми становятся структуры с $\varphi_0 = \pm\pi/2$, что соответствует радиальному направлению проекции вектора $\mathbf{m}$ на плоскость образца (см. Рисунок 6.2.2). В то же время распределение $\alpha = 0$, $\theta = \varphi$, которое при произвольных значениях параметров K и B формально удовлетворяет как уравнениям (6.2.4), так и условиям (6.2.5), не реализуется при $B \neq 0$, так как $\varphi_0 = 0$ не минимизирует плотность энергии (6.2.9), а максимизирует.

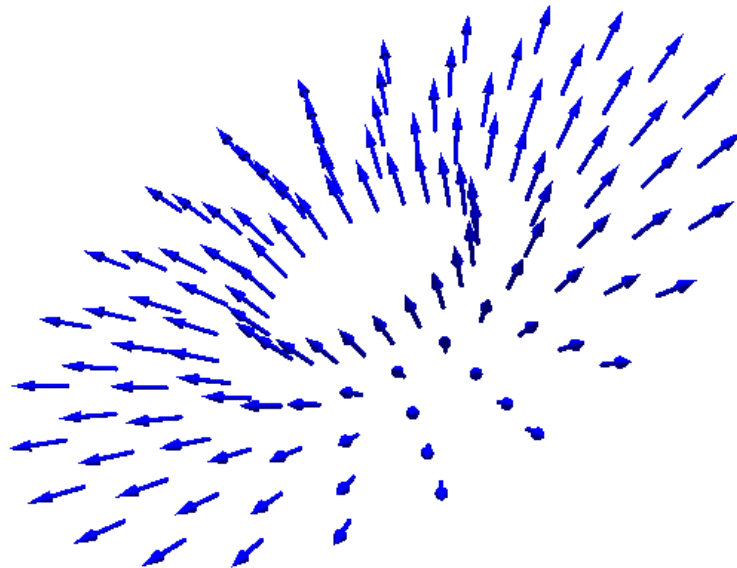


Рисунок 6.2.2 – Схематическое изображение направлений вектора намагниченности в различных точках образца в случае $k = 1$ в ненулевом внешнем поле

Подставляя (6.2.8) в уравнение (6.2.4.2), с точностью до членов порядка K^{-1} имеем:

$$\Delta\theta_1 = \frac{k(k-2)B^2 \sin 2[(k-1)\varphi + \varphi_0]}{8AKr^2}. \quad (6.2.10)$$

В том же приближении условие (6.2.5.2) на границе $r = R$ принимает вид

$$\frac{\partial\theta_1}{\partial r} = \frac{kBB_1 \sin 2[(k-1)\varphi + \varphi_0]}{8AKR}. \quad (6.2.11)$$

При $k = 1$ правые части выражений (6.2.10) и (6.2.11) с учетом $\varphi_0 = \pm\pi/2$ обращаются в нуль, вследствие чего $\theta_1 = 0$. Отсюда, подытоживая формулы (6.2.6), (6.2.8) и (6.2.9), получаем:

$$\alpha = \pm \frac{B}{2Kr}, \quad \theta = \varphi \pm \frac{\pi}{2}, \quad \langle \Phi \rangle = \frac{A}{r^2} \left(1 - \frac{B^2}{4AK} \right). \quad (6.2.12)$$

При $k \neq 1$ ограниченное решение уравнения (6.2.10), удовлетворяющее условию (6.2.11), выглядит следующим образом:

$$\theta_1 = - \frac{kB \sin 2[(k-1)\varphi + \varphi_0]}{32(k-1)^2 AK} \left[(k-2)B + 2|k-1|B_1 \left(\frac{R}{r} \right)^{2|k-1|} \right]. \quad (6.2.13)$$

Из формул (6.2.8) и (6.2.13) видно, что включение поля E не меняет симметрию магнитной структуры типа (6.2.6), заключающуюся в существовании поворотной оси порядка $|k-1|$ (см. Рисунок 6.2.3). При этом, однако, распределение намагниченности оказывается отличным от (6.2.6) даже на большом удалении $r \gg R$ от антидота. Действительно, поправка (6.2.13), в отличие от угла (6.2.8), имеет при $r \rightarrow \infty$ ненулевой предел, а значит, во всем объеме образца, кроме небольшой окрестности антидота, вектор намагниченности повернется на некоторый угол, при этом практически не выходя из плоскости. Исключение составляет структура, отвечающая $k = 2$, в случае которой поправка (6.2.13) с ростом r все же убывает до нуля по закону r^{-2} . Данное обстоятельство является частным следствием того факта, что предел $|\theta_1|$ при $r \rightarrow \infty$, как несложно убедиться, определяется величиной $|k-1|$.

Таким образом, для $k = 2$ этот предел должен быть ровно таким же, как и для $k = 0$.

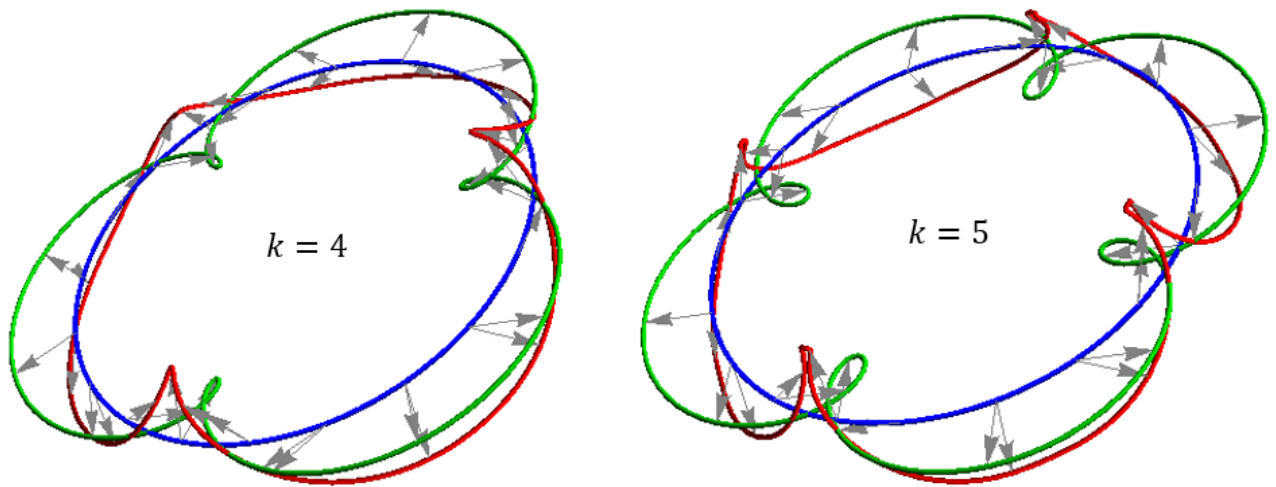


Рисунок 6.2.3 – Схематическое изображение распределения намагниченности в зависимости от угла φ при двух различных значениях k . Синим цветом показана окружность $r = \text{const}$, в точках которой рассматриваются направления намагниченности. Зеленым цветом показаны положения концов вектора намагниченности в том случае, когда электрическое поле отсутствует, и вектор намагниченности не выходит из плоскости пленки, а красным – в том случае, когда поле включено. Серые стрелки иллюстрируют направление вектора намагниченности в отдельных точках окружности для обоих случаев

Заметим, что выполнение указанного выше условия $K \gg A/R^2$ еще не гарантирует корректности рассмотренного приближения, поскольку данное условие устанавливает соотношение только между анизотропией и обменным взаимодействием, но никак не затрагивает НМЭВ. В результате величина B (для простоты будем считать B_1 и B величинами одного порядка) может оказаться настолько большой, что поправки (6.2.8) и (6.2.13) уже не будут носить характер возмущений. Их малость обеспечивается дополнительным условием $K \gg B^2/A$, которое должно проверяться наряду с $K \gg A/R^2$. Заметим, что при $|B| \approx A/R$ эти условия становятся эквивалентными.

6.2.3 Приближение слабых полей

В рамках рассмотренного выше приближения сильной анизотропии возможность применения теории возмущений обеспечивалась тем, что вектор $\mathbf{m}$ не может значительно отклониться от ярко выраженной легкой плоскости даже при существенных значениях приложенного поля $\mathbf{E}$. Если, однако, ограничиться рассмотрением слабых полей, то возникающее под их влиянием распределение намагниченности должно быть близким к распределению (6.2.6) даже при умеренных значениях константы K , удовлетворяющих условию (6.2.7). В этом случае роль малого параметра играют величины B и B_2 (количественные условия их малости будут установлены далее), пропорциональные напряженности $\mathbf{E}$. Полагая $\theta_1 \sim \alpha \sim B \sim B_2$, вместо уравнения (6.2.4.1) с точностью до членов порядка B имеем

$$\Delta\alpha + \left(\frac{k^2}{r^2} - \frac{K}{A}\right)\alpha = -\frac{kB \sin[(k-1)\varphi + \varphi_0]}{2Ar}, \quad (6.2.14)$$

а вместо граничного условия (6.2.5.1) при $r = R$

$$\frac{\partial\alpha}{\partial r} = -\frac{B_2 \sin[(k-1)\varphi + \varphi_0]}{2A}. \quad (6.2.15)$$

С той же точностью из (6.2.4.2) получаем уравнение Лапласа $\Delta\theta_1 = 0$, а из (6.2.5.2) – условие обращения производной $\frac{\partial\theta}{\partial r}$ в нуль на границе антидота. Таким образом, в рамках рассматриваемого приближения $\theta_1 \equiv 0$, то есть поправка θ_1 , как и в случае соотношения (6.2.13), пропорциональна B^2 .

Из вида выражений (6.2.14) и (6.2.15) ясно, что $\alpha = P(r) \sin[(k-1)\varphi + \varphi_0]$, где $P(r)$ – ограниченное при $r \rightarrow \infty$ решение следующего уравнения:

$$P'' + \frac{1}{r}P' + \left(\frac{2k-1}{r^2} - \frac{K}{A}\right)P = -\frac{kB}{2Ar}, \quad P'(R) = -\frac{B_2}{2A}. \quad (6.2.16)$$

Очевидно, что при $k \neq 1$ значение φ_0 может быть произвольным. При $k = 1$ выражение (6.2.2) с точностью до членов порядка B^2 может быть представлено в виде $E_{tot} = E_{tot}^{(0)} + \sin^2 \varphi_0 E_{tot}^{(1)}$, где $E_{tot}^{(0)}$ не зависит ни от φ_0 , ни от $P(r)$, а $E_{tot}^{(1)}$

является функционалом от функции $P(r)$. При этом функционал $E_{tot}^{(1)}$ обращается в нуль при $P \equiv 0$, но эта функция не отвечает условию его экстремума. Следовательно, $E_{tot}^{(1)}$ наверняка может принимать отрицательные значения, и минимум энергии E_{tot} , как и в случае приближения сильной анизотропии, достигается при $\varphi_0 = \pm\pi/2$, когда $\alpha = \pm P(r)$ (см. Рисунок 6.2.2).

Введем в рассмотрение следующую функцию, которая является решением уравнения (6.2.16) при $B = 0$, $B_2 = \sqrt{AK}$:

$$F(r) = \frac{W_{\sqrt{1-2k}}\left(\sqrt{\frac{K}{A}}r\right)}{W_{-1+\sqrt{1-2k}}\left(\sqrt{\frac{K}{A}}R\right) + W_{1+\sqrt{1-2k}}\left(\sqrt{\frac{K}{A}}R\right)}, \quad (6.2.17)$$

где W – модифицированная функция Бесселя второго рода (более привычное обозначение K для этой функции не используется здесь во избежание путаницы с ранее введенным обозначением для константы анизотропии). Тогда в силу линейности уравнения (6.2.16) его решение в общем случае имеет следующий вид:

$$P(r) = \frac{B_2}{\sqrt{AK}} F(r) + \frac{B}{\sqrt{AK}} \left[P_0(r) + 2\sqrt{\frac{A}{K}} P_0'(R) F(r) \right], \quad (6.2.18)$$

где $P_0(r)$ – частное решение (16) при $B = \sqrt{AK}$ и произвольном значении B_2 .

Первое слагаемое в правой части выражения (6.2.18) обусловлено влиянием НМЭВ на границе антидота и быстро убывает с ростом r . Тем не менее, его вклад становится определяющим, если $B = 0$ ($b_1 = -b_2$) или $k = 0$ (вследствие чего $P_0 \equiv 0$). Кроме того, благодаря наличию этого слагаемого при $B_2 \neq 0$ выход вектора намагниченности из плоскости пленки будет наблюдаться при произвольных значениях k , включая $k = 0$, то есть даже однородное распределение намагниченности будет искажаться в результате включения поля $\mathbf{E}$. Примечательно, что обсуждаемый краевой эффект не исчезает в том числе и при выполнении условия сильной анизотропии $K \gg A/R^2$. Действительно, в этом случае величина $F(R)$, согласно (6.2.17), стремится к

пределу $1/2$, а значит, угол α должен достигать у границы антидота значения $\frac{B_2}{2\sqrt{AK}}$, что, вообще говоря, значительно превышает углы отклонения от плоскости, определяемые формулой (6.2.8). Тем не менее, экспоненциальный характер убывания функции (6.2.17) приводит к тому, что уже на расстоянии в несколько $\sqrt{A/K} \ll R$ от границы антидота влияние краевого эффекта становится незаметным, и значения угла α резко снижаются.

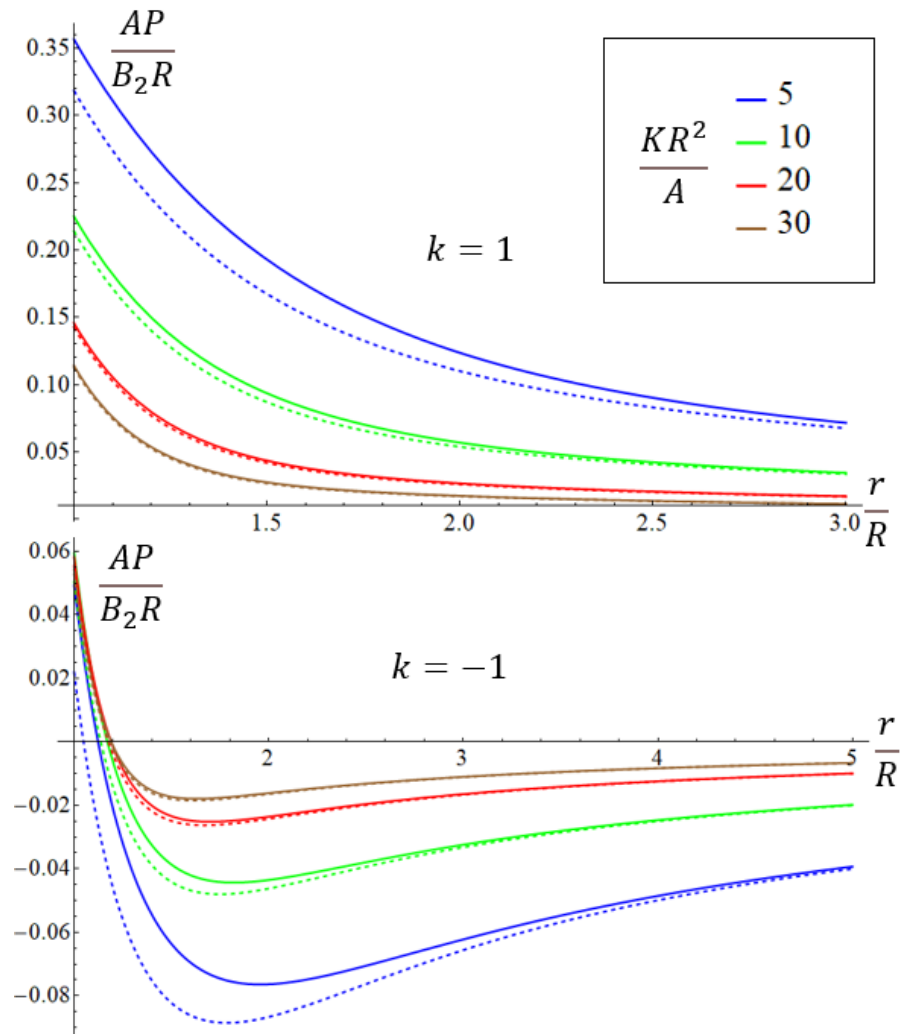


Рисунок 6.2.4 – Зависимость величины P , характеризующей амплитуду угла α отклонения вектора намагниченности от плоскости пленки, от расстояния r до центра антидота при $B_1 = B_2$, $k = \pm 1$ и различных значениях абсолютной величины константы анизотропии K . Сплошные линии – значения P , полученные численно; штриховые линии – результат использования приближенного выражения

Асимптотическое поведение решения (6.2.18) при $r \rightarrow \infty$ определяется видом частного решения $P_0(r)$. В то же время из уравнения (6.2.14) можно сделать вывод, что даже при умеренных значениях K асимптотическое поведение угла α на большом удалении от антидота описывается соотношением (6.2.8). Это позволяет положить $P_0 \approx \frac{k}{2r} \sqrt{\frac{A}{K}}$, откуда вместо (6.2.18) имеем следующее приближенное решение уравнения (6.2.16):

$$P(r) = \frac{B_2}{\sqrt{AK}} F(r) + \frac{kB}{2Kr} - \frac{kB}{R^2} \sqrt{\frac{A}{K^3}} F(r). \quad (6.2.19)$$

На Рисунке 6.2.4 приведены графики зависимости $P(r)$, полученные в результате численного решения уравнения (6.2.16) при $B_1 = B_2$, $k = \pm 1$ и различных значениях K , а также графики функции (6.2.19) при тех же значениях параметров. Несложно видеть, что приближенное выражение (6.2.19) отражает особенности поведения функции $P(r)$ вполне корректно, причем точность приближения, как и следовало ожидать, увеличивается с ростом величины K . В частности, в случае $k = 1$ наибольшая относительная ошибка, которая достигается при $r \approx 1.4R$, составляет 13% при $KR^2/A = 5$, но уже при $KR^2/A = 20$ становится менее 4%. Следует отметить, что при значениях отношения $KR^2/A \geq 20$ точностью не хуже 4% обладает не только формула (6.2.19), но также и соотношение $F(R) \approx 1/2$. Это позволяет записать следующее приближенное выражение для значений угла α , достигаемых на границе антидота:

$$\alpha_m = P(R) = \frac{B_2}{2\sqrt{AK}} + \frac{kB}{2KR} - \frac{kB}{2R^2} \sqrt{\frac{A}{K^3}}. \quad (6.2.20)$$

Несмотря на то, что соотношение (6.2.20), представляющее собой сумму первых трех членов разложения α_m по степеням $K^{-1/2}$, становится справедливым при довольно больших значениях K , оно, разумеется, не могло быть получено в рамках приближения сильной анизотропии. Подчеркнем также, что величину α_m нельзя отождествлять с максимальным углом выхода

вектора намагниченности из плоскости образца: например, как видно из Рисунка 6.2.4, в случае $k = -1$, $KR^2/A = 5$ значения $|\alpha|$ при $r \approx 2R$ превышают α_m более чем на 50%. Тем не менее, вследствие своей простоты соотношение (6.2.20) может оказаться весьма удобным как для оценки степени искажения структур типа (6.2.6) под влиянием электрического поля, так и для экспериментальной проверки развиваемой здесь теории.

Из формулы (6.2.18) следует, что приближение слабых полей применимо только при условии $|B| \ll \sqrt{AK}$. Выполнение данного условия совместно с неравенством (6.2.7) обеспечивает малость каждого из трех слагаемых в правой части формулы (6.2.20), что избавляет от необходимости накладывать какие-то дополнительные ограничения. В частности, условие $|B| \ll A/R$, которое могло бы отвечать малости влияния НМЭВ по сравнению с обменным взаимодействием, в действительности является избыточным; кроме того, оно никак не использовалось при переходе от (6.2.4.1) к уравнению (6.2.14). Таким образом, область применимости приближения слабых полей полностью содержит в себе область применимости приближения сильной анизотропии ($K \gg B^2/A$, $K \gg A/R^2$), что могло бы послужить аргументом в пользу отказа от использования последнего. Ясно, однако, что в рамках приближения слабых полей соотношения наподобие (6.2.9) и (6.2.13) уже не могут быть получены в наглядной форме из-за более сложного по сравнению с (6.2.8) вида зависимости α от r . Этим и объясняется важность обоих рассмотренных приближений.

6.2.4 Случай $k = 1$

Из формул (6.2.9) и (6.2.12), справедливых при больших значениях K , видно, что включение внешнего электрического поля приводит к уменьшению энергии в одно и то же число раз для всех состояний системы, кроме $k = 1$. При $B \ll \sqrt{AK}$ единственным следствием этого эффекта становится снятие вырождения по знаку величины k при $k = \pm 1$, в остальном же энергетический спектр системы никак не перестраивается. С ростом величины B значения угла

θ при $k \neq 1$, согласно формуле (6.2.13), начинают сильно меняться во всем объеме образца, из-за чего соотношение (6.2.9) уже не может использоваться для количественных оценок. Тем не менее, оно позволяет на качественном уровне проследить следующую важную тенденцию: если значение величины B достаточно велико, чтобы при некотором $k \neq 1$ энергия системы была отрицательной, то энергетически выгодными формально оказываются состояния с $k \rightarrow \pm\infty$. Физически этому соответствует стабилизация геликоидальных структур, которые в данной работе не рассматриваются. Таким образом, уединенные неоднородности с $k \neq 1$ не могут представлять собой основное состояние системы. Покажем, однако, что в отношении случая $k = 1$ данное утверждение неверно.

Заметим, что система уравнений (6.2.4) с граничными условиями (6.2.5) может иметь два класса решений, для которых $\theta = \varphi + \varphi_0$. Это, во-первых, $\alpha = 0$, $\theta = \varphi$, что, как уже указывалось выше, в общем случае не отвечает минимуму энергии (6.2.2). Во-вторых, $\theta = \varphi \pm \pi/2$ (см. Рисунок 6.2.2), в то время как угол α , зависящий в данном случае только от расстояния r до центра антидота, должен определяться из уравнения (6.2.4.1), которое приобретает вид:

$$\alpha'' + \frac{1}{r} \alpha' + \left(\frac{1}{r^2} - \frac{K}{A} \right) \sin \alpha \cos \alpha = \mp \frac{B}{2Ar} \cos^2 \alpha. \quad (6.2.21)$$

Также в силу (6.2.5.1) получаем следующее граничное условие при $r = R$:

$$\alpha' = \mp \frac{B_1 \sin^2 \alpha + B_2 \cos^2 \alpha}{2A}. \quad (6.2.22)$$

Поскольку на большом удалении от границ антидота должно иметь место соотношение $|\alpha| \ll 1$, из (6.2.21) заключаем, что асимптотическое поведение функции $\alpha(r)$ при $r \rightarrow \infty$ описывается формулой (6.2.12). Очевидно, что в таком случае и усредненная плотность энергии $\langle \Phi \rangle$ вдали от антидота также должна описываться формулой (6.2.12). Интеграл (6.2.2) при этом оказывается расходящимся, поэтому именно область больших r будет давать определяющий вклад в энергию системы E_{tot} , и знак энергии будет зависеть от знака коэффициента в выражении (6.2.12) для $\langle \Phi \rangle$: если

$$|B| > 2\sqrt{AK}, \quad (6.2.23)$$

то $E_{\text{tot}} \rightarrow -\infty$, так что состояние с $k = 1$ становится энергетически выгодным по сравнению с $k = 0$ (подчеркнем, что при $k = 0$ конечная величина E_{tot} также является отрицательной в силу влияния краевых эффектов). При этом, однако, вопрос самого существования решения уравнения (6.2.21) при граничном условии (6.2.22) остается открытым.

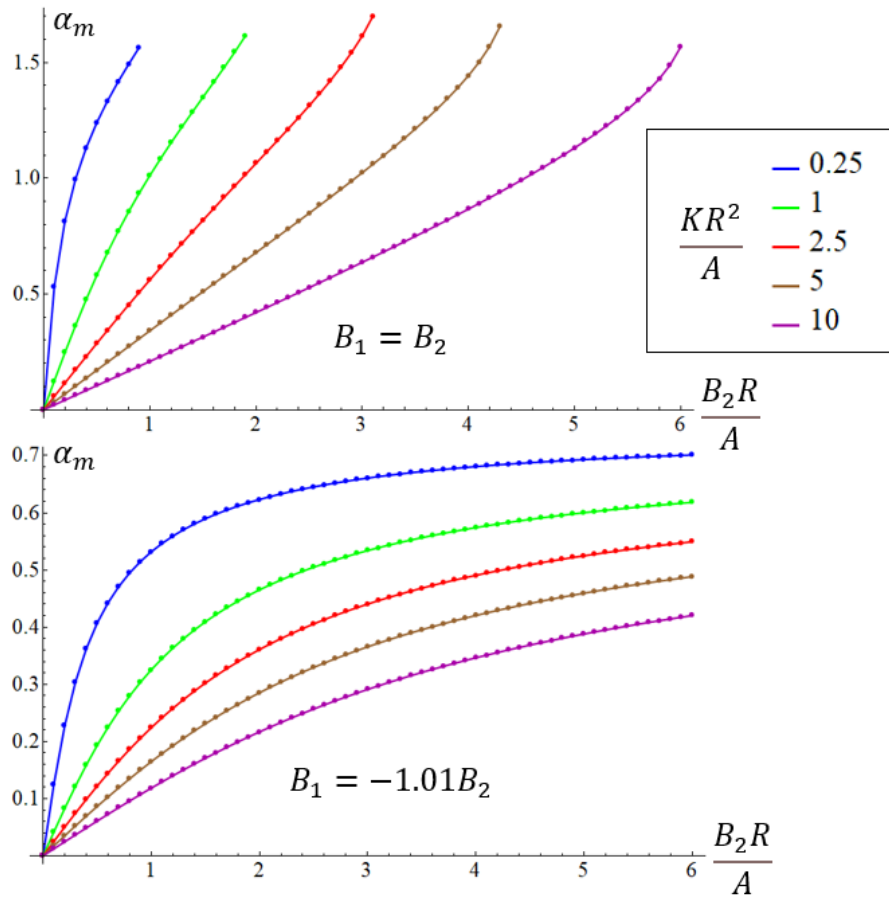


Рисунок 6.2.5 – Значения угла α_m отклонения вектора намагниченности от плоскости пленки на границе антидота в зависимости от величины B_2 , пропорциональной напряженности внешнего поля, в случае $k = 1$ при различных значениях абсолютной величины константы анизотропии K . Верхний и нижний графики отличаются соотношением между величинами B_1 и B_2

На Рисунке 6.2.5 показаны графики зависимости значения угла $\alpha_m = \alpha(R)$ на границе антидота от величины B_2 при различных значениях K для случаев

$B_1 = B_2$ и $B_1 = -1.01B_2$. Эти зависимости были получены путем численной минимизации энергии (6.2.2) по отношению к функции $\alpha(r)$ с учетом равенства $\theta = \varphi + \pi/2$, хотя численное решение уравнения (6.2.21) при условии (6.2.22) приводит к тем же результатам (на практике выбор в пользу алгоритма минимизации был обусловлен тем, что он позволяет получить распределение намагниченности даже в тех случаях, когда решений соответствующих уравнений Эйлера-Лагранжа формально не существует). Из приведенных графиков видно, что при условии $B_1 = -1.01B_2$ структуры изучаемого типа наблюдаются при произвольных значениях B_2 , причем при $B_2 \rightarrow \infty$ значения α_m выходят на некоторый предел, меньший $\pi/2$. Тем самым для любого наперед заданного значения константы K может быть выбрана настолько большая напряженность электрического поля E , что условие $|B| = 0.01B_2 > 2\sqrt{AK}$ окажется выполненным, и состояние с $k = 1$ станет для системы основным (именно для демонстрации этого обстоятельства был рассмотрен пример $B_1 = -1.01B_2$ вместо близкого к нему примера $B_1 = -B_2$, когда зависимости на Рисунке 6.2.5 остаются практически такими же, но при этом $B \equiv 0$). Напротив, в случае $B_1 = B_2$ угол α_m приближается к $\pi/2$ при каких-то конечных значениях B_{2m} величины B_2 , зависящих от константы K (например, при $KR^2/A = 2.5$ имеем $B_{2m}R/A \approx 3.1$), и при $B_2 > B_{2m}$ формирующееся распределение намагниченности уже не носит характер уединенной неоднородности. Расчеты для значений KR^2/A в диапазоне от 0.25 до 10 с шагом 0.25 позволяют получить следующее эмпирическое соотношение, которое выполняется с точностью не хуже 5%:

$$B_{2m} = 2\sqrt{AK}. \quad (6.2.24)$$

Соответственно, состояние с $k = 1$ становится основным для системы, если выполнено условие $\sqrt{AK} < B_2 < 2\sqrt{AK}$, то есть напряженность поля E должна принимать значения из известного интервала.

Значительную часть озвученных наблюдений, включая соотношение (6.2.24), затруднительно объяснить на основе анализа выражений (6.2.21) и (6.2.22) без дополнительных допущений. Тем не менее, они получают

наглядную интерпретацию в рамках упрощенной модели, которая рассматривается далее.

6.2.5 Модель прямолинейной границы

Из проведенного выше анализа ясно, что возможность существования структур, отвечающих значению $k = 1$, определяется в основном выполнимостью граничных условий типа (6.2.22). Чтобы изучить данный вопрос более детально, заметим, что в окрестности границы антидота наличие искривления этой границы практически не должно влиять на распределение намагниченности. Поэтому вместо образца, содержащего антидот круглой формы (см. Рисунок 6.2.1), можно рассмотреть приближенную модель, в которой граница антидота является прямолинейной, то есть магнетик заполняет полуплоскость. Математически этому соответствует предельный переход $R \rightarrow \infty$, причем конечная величина $x = r - R$ играет в данном случае роль декартовой координаты. Тем самым вместо (6.2.21) получаем следующее уравнение:

$$\alpha'' = \frac{K}{A} \sin \alpha \cos \alpha. \quad (6.2.25)$$

При этом форма граничного условия (6.2.22), которое должно выполняться при $x = 0$, остается неизменной.

Уравнение (6.2.25) имеет следующий интеграл:

$$\alpha'^2 - \frac{K}{A} \sin^2 \alpha = \text{const}. \quad (6.2.26)$$

При положительном значении константы в правой части соотношения (6.2.26) величина $|\alpha|$ будет неограниченно расти при $x \rightarrow \infty$, что отвечает формированию геликоидальной структуры. При отрицательном значении константы соотношение (6.2.26) описывает колебания угла α около положения $\pi/2$, что при наличии анизотропии типа «легкая плоскость» не может соответствовать минимуму энергии. Поэтому в случае уединенной магнитной неоднородности обсуждаемая константа должна быть равна нулю, откуда с

учетом условия (6.2.22) имеем (знак «минус» перед вторым слагаемым не влияет на дальнейшие рассуждения и выбран здесь для определенности):

$$(B_1 - B_2) \sin^2 \alpha_m - 2\sqrt{AK} \sin \alpha_m + B_2 = 0. \quad (6.2.27)$$

Уравнение (6.2.27) в общем случае является квадратным относительно $\sin \alpha_m$, и наличие у него хотя бы одного корня, не превышающего 1 по абсолютной величине, является условием существования магнитной структуры с $k = 1$. В частности, в вырожденном случае $B_1 = B_2$ единственный корень уравнения (6.2.27) определяется соотношением $\sin \alpha_m = \frac{B_2}{2\sqrt{AK}}$. Следовательно, $|B_2| < 2\sqrt{AK}$, что полностью согласуется с эмпирической формулой (6.2.24). Кроме того, при достижении величиной B_2 своего критического значения угол α_m оказывается равен $\pm\pi/2$, что также соответствует картине, наблюдаемой на Рисунке 6.2.5.

Диаграмма на Рисунке 6.2.6 показывает сочетания значений B_1 и B_2 (напомним, что $B_1 = b_1 M_s^2 E$, $B_2 = b_2 M_s^2 E$), при которых выполняются обозначенные выше требования к уравнению (6.2.27) (этим сочетаниям соответствуют все точки, лежащие между двумя красными кривыми). Несложно видеть, что в зависимости от соотношения между константами НМЭВ b_1 и b_2 возможны три различных сценария видоизменения магнитной неоднородности с увеличением напряженности E электрического поля (что обуславливает пропорциональный рост B_1 и B_2). Во-первых, если эти константы являются величинами разных знаков ($b_1/b_2 < 0$), то даже при $E \rightarrow \infty$ магнитная неоднородность остается уединенной. При этом значение угла α на границе образца, согласно (6.2.27), стремится к пределу $|\alpha_m| = \operatorname{arccot} \sqrt{-b_1/b_2}$. В случае $b_1 \approx -b_2$ отсюда имеем $|\alpha_m| \approx \pi/4$, что неплохо согласуется с положением асимптоты соответствующих графиков на Рисунке 6.2.5. Во-вторых, если $0 < b_1/b_2 < 2$, то при достижении величиной $|B_1|$ значения $2\sqrt{AK}$ угол α_m оказывается равен $\pm\pi/2$, и дальнейший рост напряженности E с сохранением структуры неоднородности становится

невозможным. В-третьих, если $b_1/b_2 > 2$, то максимальное значение E , при котором еще может существовать уединенная неоднородность, определяется соотношением $B_1 = B_2 + AK/B_2$. При таком значении E оба корня квадратного уравнения (6.2.27) оказываются равными $\sin \alpha_m = \frac{B_2}{\sqrt{AK}}$, в то время как при дальнейшем росте напряженности эти корни становятся комплексными.

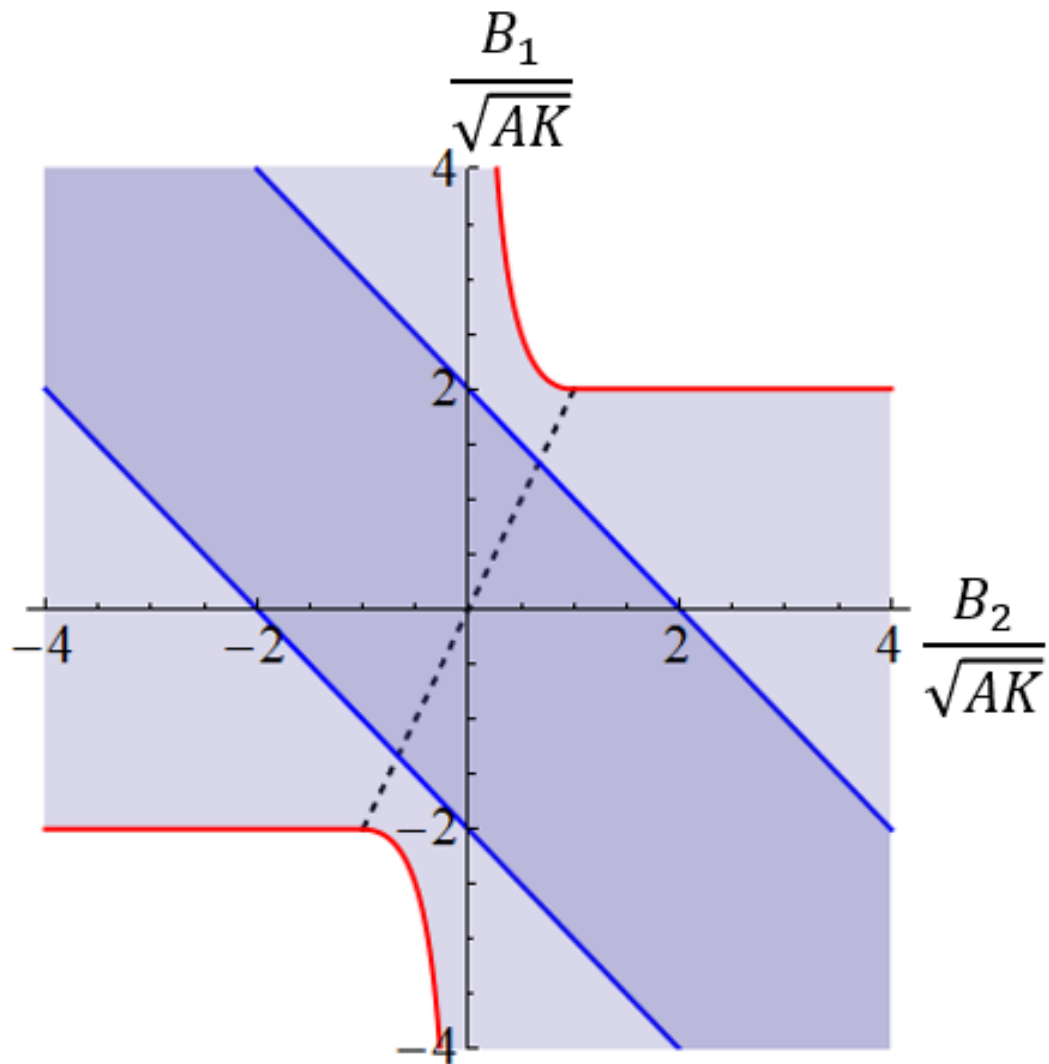


Рисунок 6.2.6 – Диаграмма значений параметров B_1 и B_2 , при которых магнитные структуры, отвечающие $k = 1$, существуют (область темно-серого цвета), либо существуют и представляют собой основное состояние системы (области светло-серого цвета). Красными и синими линиями показаны границы областей. Штриховая линия соответствует равенству $B_1 = 2B_2$

Подытоживая вышесказанное, отметим, что значение угла α_m , которое достигается при максимально допустимой напряженности E , во всех случаях может быть выражено только через отношение констант НМЭВ b_1/b_2 :

$$|\alpha_m| = \begin{cases} \operatorname{arccot} \sqrt{-b_1/b_2}, & b_1/b_2 < 0, \\ \pi/2, & 0 < b_1/b_2 < 2, \\ \operatorname{arccot} \sqrt{b_1/b_2 - 2}, & b_1/b_2 > 2. \end{cases} \quad (6.2.28)$$

Также приведем явное выражение для значений E , при которых могут существовать структуры изучаемого типа:

$$|E| < E_{max} = \begin{cases} \infty, & b_1/b_2 < 0, \\ \frac{2\sqrt{AK}}{M_s^2|b_1|}, & 0 < b_1/b_2 < 2, \\ \frac{\sqrt{AK}}{M_s^2\sqrt{b_2(b_1-b_2)}}, & b_1/b_2 > 2. \end{cases} \quad (6.2.29)$$

Аналогично условие (6.2.23), при выполнении которого состояние с $k=1$ становится энергетически выгодным, можно записать в следующем виде:

$$|E| > E_{min} = \frac{2\sqrt{AK}}{M_s^2|b_1+b_2|}. \quad (6.2.30)$$

Таким образом, если материальные параметры магнетика известны, то формулы (6.2.29) и (6.2.30) позволяют рассчитать диапазон значений напряженности E , при которых основному состоянию системы отвечает распределение намагниченности наподобие того, что показано на Рисунке 6.2.2. Этим значениям соответствуют точки, принадлежащие светло-серым областям на Рисунке 6.2.6 (синими линиями на диаграмме показаны границы $|E| = E_{min}$, а красными $|E| = E_{max}$). Отсюда видно, что обсуждаемые диапазоны существуют при произвольных значениях отношения $b_1/b_2 \neq -1$, однако при $b_1/b_2 \approx 2$ становятся довольно узкими.

Следует отдельно остановиться на том обстоятельстве, что радиус антидота R не входит явно ни в одну из формул (6.2.29) и (6.2.30). Отсюда можно было бы неверно заключить, что полученные результаты остаются полностью справедливыми также и при $R=0$, то есть в отсутствие антидота.

Ясно, однако, что при $R \ll \sqrt{A/K}$ предельный переход $R \rightarrow \infty$, лежащий в основе вывода соотношения (6.2.29), утрачивает смысл. Тем не менее, формирование структур, отвечающих $k = 1$, принципиально возможно и в пленках, не содержащих перфораций. Действительно, в случае образца такой геометрии уравнение (6.2.21) также может иметь нетривиальное решение, которое вместо (6.2.22) будет удовлетворять условию вида $\alpha(r = 0) = \pm\pi/2$. Асимптотическое поведение этого решения при $r \rightarrow \infty$, как и при наличии антидота, будет определяться соотношениями (6.2.12), а значит, сохраняет свою силу и условие (6.2.30), при выполнении которого неоднородность становится энергетически выгодной. Из этого, по сути, следует, что появление вихреподобных неоднородностей не связано напрямую с наличием перфораций: при включении поля достаточной силы схожие по строению структуры могут в равной степени возникать как в области антидота, так и вдали от него (сходство структур этих двух типов усугубляется еще и тем, что, согласно формуле (6.2.28), значение угла α на границе антидота также в некоторых случаях может приближаться к $\pm\pi/2$). Заметим, однако, что в отсутствие антидота (или вдали от него) зарождение неоднородных структур всегда связано со спонтанным нарушением трансляционной симметрии системы, поэтому локализация вихреподобной структуры в области антидота в целом гораздо вероятнее. В этом смысле перфорации следует рассматривать как своеобразные центры кристаллизации, искусственно привнесенные в систему; разумно ожидать, что при их наличии флуктуационные механизмы образования неоднородных структур вне антидотов должны быть либо заметно ослаблены, либо подавлены полностью. Другим существенным недостатком вихреподобных неоднородностей, формирующихся вне антидотов, является то, что при медленном отключении внешнего поля они не переходят в состояние типа (6.2.6) с сохранением величины $k = 1$, а попросту разрушаются. Этим и обусловлен невысокий интерес к структурам такого типа в рамках настоящего исследования.

6.3 Выводы

Таким образом, о характере влияния внешнего электрического поля на магнитные структуры, формирующиеся в окрестности единственной перфорации ферромагнитной пленки с сильной одноосной анизотропией типа «легкая плоскость», можно сказать следующее:

- Центральное электрическое поле может быть использовано для управления топологией магнитных структур в пленках конечных размеров, обладающих одной перфорацией. Если данное поле индуцировано бесконечным заряженным проводником, меняясь тем самым по закону $E \sim 1/r$, то оно позволяет управлять топологией также и в пленках неограниченных размеров. Тем самым указанная конфигурация электрического поля является оптимальной для управления состоянием магнитной структуры. Варьируя электрический заряд проводника, можно добиться перехода системы в состояние, обладающее, по сути, произвольным наперед заданным топологическим зарядом. Более того, в случае изотропного НМЭВ величины топологического и электрического зарядов являются прямо пропорциональными.
- Электрическое поле, направленное по нормали к поверхности перфорированной пленки с НМЭВ, может обуславливать выход вектора намагниченности из плоскости образца. Примечательно, однако, что образующиеся при этом структуры обладают той же симметрией, что и структуры той же топологии в отсутствие поля. Воздействие полями определенной величины может также обусловить изменение топологии основного состояния системы. Вихреподобная магнитная структура, которая становится при этом устойчивой, обладает тем свойством, что при обходе вокруг имеющегося в пленке отверстия вектор намагниченности совершает ровно один полный оборот в плоскости пленки.

7 Изотропное неоднородное магнитоэлектрическое взаимодействие в пленках планарных магнетиков

7.1 Особенности проявления флексомагнитоэлектрического эффекта вблизи границ образца

7.1.1 Исходные соображения

Будем рассматривать очень тонкую ферромагнитную пленку постоянной толщины h , занимающую область $y > 0$ на плоскости xOy (см. Рисунок 7.1.1). Если единичный вектор намагниченности $\mathbf{m}$ не выходит из этой плоскости, то его ориентация определяется единственным углом θ , так что $m_x = \cos \theta$, $m_y = \sin \theta$. Тогда полную энергию системы можно представить в следующем виде:

$$W = W_A + W_E, \quad (7.1.1.1)$$

$$W_A = \int_0^\infty \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_A h dx dy, \quad \Phi_A = A(\nabla\theta)^2, \quad (7.1.1.2)$$

$$W_E = \int_0^\infty \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_E h dx dy, \quad \Phi_E = M_s^2 b \mathbf{E}(\mathbf{m} \operatorname{div} \mathbf{m} + \mathbf{m} \times \operatorname{rot} \mathbf{m}), \quad (7.1.1.3)$$

где A – обменный параметр, M_s – намагниченность насыщения, b – константа НМЭВ, $\mathbf{E}$ – напряженность электрического поля в данной точке образца. Отметим, что вклад от размагничивающих полей не включен явно в выражения (7.1.1), поскольку в тонкой пленке их влияние сводится преимущественно к появлению анизотропии формы, которая (возможно, наряду с дополнительной кристаллической анизотропией типа «легкая плоскость») является ответственной за отсутствие выхода вектора $\mathbf{m}$ из плоскости образца. При этом вклад от планарных компонент размагничивающих полей в приведенную энергию W/h системы при $h \rightarrow 0$ становится исчезающе малым. Обоснование этого факта, а также оценки границ применимости используемого приближения будут приведены далее в разделе 7.1.8.

Выражая в формуле (7.1.1.3) компоненты вектора $\mathbf{m}$ через угол θ , получаем:

$$\Phi_E = M_s^2 b \mathbf{n} [\mathbf{E} \times \nabla \theta], \quad (7.1.2)$$

где $\mathbf{n}$ – единичный вектор нормали к поверхности пленки (на Рисунке 7.1.1 направлен «на нас»). Вводя далее в рассмотрение потенциал поля φ , так что $\mathbf{E} = -\nabla \varphi$, вместо (7.1.2) имеем

$$\Phi_E = M_s^2 b \operatorname{div} (\varphi [\mathbf{n} \times \nabla \theta]). \quad (7.1.3)$$

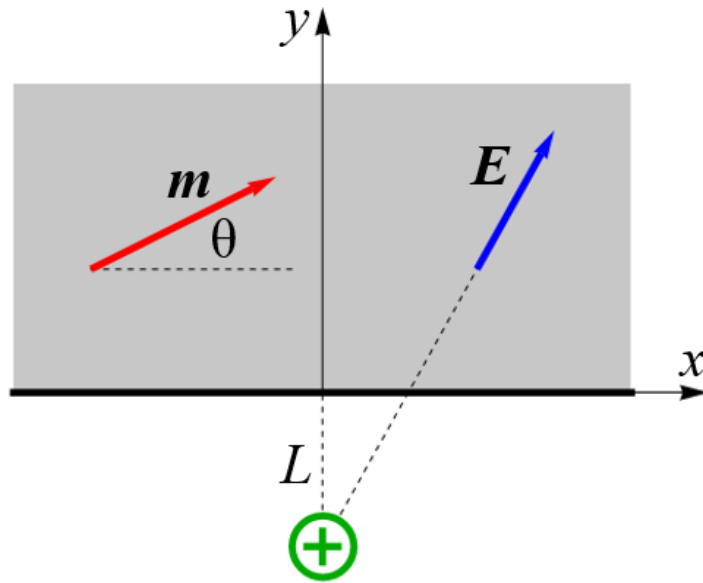


Рисунок 7.1.1 – Геометрия системы. Красная стрелка - единичный вектор намагниченности m , синяя стрелка – напряженность электрического поля E .

Зеленой пиктограммой схематично показано расположение источника электрического поля (точечного заряда, электрического диполя, заряженной нити)

Подставляя (7.1.3) в выражение (7.1.1.3) и предполагая, что при $\sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow \infty$ обращается в нуль хотя бы одна из величин φ и $|\nabla \theta|$, приходим к следующему представлению энергии НМЭВ:

$$W_E = -M_s^2 b h \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi \frac{\partial \theta}{\partial x} dx, \quad (7.1.4)$$

где интегрирование ведется вдоль границы образца. Подчеркнем, что соотношение (7.1.4) будет иметь место не только для прямолинейной границы типа $y = 0$, но также и для границы произвольной формы, если под x понимать соответствующую криволинейную координату. Тем не менее, (7.1.4) не будет

иметь места, если распределение намагниченности $m(x, y)$ не является непрерывным: в этом случае точки сингулярности распределения, отвечающие центрам магнитных вихрей, также будут давать определенный вклад в энергию НМЭВ. Хотя структуры такого типа могут существовать в реальности, их анализ выходит за рамки настоящего раздела; кроме того, при наличии точек сингулярности обменная энергия (7.1.1.2), очевидно, оказалась бы бесконечной, так что последовательное включение вихрей в рассмотрение потребовало бы некоторой модификации используемой модели.

Заметим, что в выражение (7.1.4) входят значения потенциала ϕ и угла θ только при $y = 0$. Таким образом, НМЭВ приводит к появлению «сил», действующих исключительно на границе образца, но не в его объеме. Соответственно, ни значения E , ни значения ϕ внутри образца (то есть при $y > 0$) никак не влияют на формирующееся в нем распределение намагниченности $m(x, y)$, которое тем самым полностью определяется видом функции $\phi(x, y = 0)$. В частности, это означает, что точечный заряд, расположенный на расстоянии L от границы, будет создавать одинаковое искажение магнитной структуры вне зависимости от того, где именно он находится: за пределами пленки в точке $y = -L$ на оси Oy (случай, показанный на Рисунке 7.1.1), у поверхности самой пленки в точке $y = L$ на той же оси или даже над точкой $x = 0, y = 0$ на расстоянии L от плоскости xOy . Очевидно, что такое искажение будет носить характер краевого эффекта, а его проникновение вглубь образца происходит под влиянием обменного взаимодействия, стремящегося сгладить возникающую на границе неоднородность распределения $m(x, y = 0)$. В тех случаях, когда электрическое поле действует лишь локально, так что значения $\phi(x, y = 0)$ оказываются существенными в области $|x| < L/2$, но быстро убывают за ее пределами, разумно ожидать, что образующаяся магнитная неоднородность также будет локализована в небольшой области пленки вблизи начала координат, имеющей размеры порядка L . Изучению структуры и свойств неоднородностей такого типа посвящены дальнейшие рассуждения.

7.1.2 Структура и энергия неоднородности

Чтобы найти равновесное распределение намагниченности, формирующееся в пленке под влиянием поля $\mathbf{E}$, минимизируем полную энергию магнетика (7.1.1). Для этого в первую очередь заметим, что для вариационной производной энергии НМЭВ (7.1.1.3) по функции $\theta(x, y)$ в силу формулы (7.1.2) имеет место соотношение

$$\frac{\delta W_E}{\delta \theta} = -\operatorname{div} \frac{\partial \Phi_E}{\partial (\nabla \theta)} = M_s^2 b \mathbf{n} \operatorname{rot} \mathbf{E} = 0, \quad (7.1.5)$$

которое еще раз подтверждает сделанный ранее вывод об отсутствии объемных «сил», вызываемых НМЭВ в изучаемой ситуации. Тогда из (7.1.1.2) и (7.1.5) следует, что уравнение Эйлера-Лагранжа, отвечающее условию минимума энергии (7.1.1.1), представляет собой уравнение Лапласа на плоскости:

$$\Delta \theta = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = 0. \quad (7.1.6)$$

При этом на границе $y = 0$ образца должна обращаться в нуль y -компонента вектора $\frac{\partial(\Phi_A + \Phi_E)}{\partial (\nabla \theta)}$, поэтому из (7.1.1.2) и (7.1.2) имеем:

$$y = 0 \Rightarrow \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{M_s^2 b}{2A} \frac{\partial \varphi}{\partial x}. \quad (7.1.7)$$

Будем искать решение уравнения (7.1.6) в следующем виде, гарантирующем однородность распределения намагниченности при $y \rightarrow \infty$:

$$\theta = \int_{-\infty}^{+\infty} C(k) \exp(ikx - |k|y) dk. \quad (7.1.8)$$

Здесь i – мнимая единица, а $C(k)$ – некоторая комплекснозначная функция. Подставляя (7.1.8) в условие (7.1.7) и выражая $C(k)$ посредством обратного преобразования Фурье, вместо (7.1.8) окончательно получаем:

$$\theta = \frac{M_s^2 b}{2\pi A} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x_1, y = 0) \frac{x - x_1}{y^2 + (x - x_1)^2} dx_1. \quad (7.1.9)$$

Соответственно, для значений угла $\theta_0(x) \equiv \theta(x, y = 0)$, задающего ориентацию вектора $\mathbf{m}$ на границе образца, имеем:

$$\theta_0 = \frac{M_s^2 b}{2\pi A} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x_1, y = 0) \frac{dx_1}{x - x_1}, \quad (7.1.10)$$

где интеграл понимается в смысле его главного значения. Отметим, что на практике вместо использования формулы (7.1.10) оказывается проще рассчитать значения (7.1.9) в общем случае, после чего перейти к пределу $y \rightarrow 0$.

Поскольку при выполнении условия (7.1.6) плотность энергии обменного взаимодействия (7.1.1.2) принимает вид $\Phi_A = A \operatorname{div} (\theta \nabla \theta)$, то интегрирование в (7.1.1.2) также сводится к интегрированию по границе образца (подчеркнем, однако, что, в отличие от НМЭВ, в случае обменного взаимодействия это оказывается возможно только для равновесных распределений θ). Сравнивая получающийся интеграл с (7.1.4), с учетом соотношения (7.1.7) имеем: $W_E = -2W_A$. Следовательно, полная энергия системы (7.1.1.1) равна $W = W_E/2$. Отсюда, подставляя (7.1.10) в выражение (7.1.4) и осуществляя интегрирование по частям, получаем:

$$W = \frac{M_s^4 b^2 h}{4\pi A} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial \varphi(x_1, y=0)}{\partial x_1} \frac{\partial \varphi(x, y=0)}{\partial x} \ln|x - x_1| dx dx_1. \quad (7.1.11)$$

Формулы (7.1.9) и (7.1.11) представляют собой математическую основу для всего дальнейшего исследования.

7.1.3 Общие свойства магнитной структуры

Из соотношения (7.1.9) несложно видеть, что для распределения $\theta(x, y)$ выполняется принцип суперпозиции: если электрическое поле создается несколькими источниками, то результирующее распределение описывается суммой функций $\theta(x, y)$, отвечающих каждому из источников в отдельности. Поэтому далее будем рассматривать преимущественно магнитные неоднородности, которые формируются под воздействием полей простейших конфигураций. В частности, примем, что для таких конфигураций функция

$\varphi(x, y=0)$ является либо четной, либо нечетной (это не ограничивает общности рассуждений, поскольку произвольная функция одной переменной может быть представлена в виде суммы четной и нечетной функций). Из вида условия (7.1.7) ясно, что в первом случае выполняется тождество

$$\theta(-x, y) \equiv -\theta(x, y),$$

а во втором

$$\theta(-x, y) \equiv \theta(x, y).$$

Соответствующие этим случаям типичные распределения вектора $\mathbf{m}$ показаны на Рисунках 7.1.2 и 7.1.3.

Структура магнитной неоднородности вблизи начала координат $x=0$, $y=0$ (область, обведенная штриховой линией на рисунках) существенно зависит от конкретного вида функции $\varphi(x, y=0)$. Тем не менее, об асимптотических свойствах распределения $\theta(x, y)$ можно судить уже из вида выражения (7.1.9). Действительно, при $\sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow \infty$ ядро свертки в (7.1.9) можно разложить по степеням малого параметра x_1 , откуда получаем:

$$\theta \approx \frac{M_s^2 b}{2\pi A} \left[C_s \frac{x}{x^2 + y^2} + C_a \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2} \right], \quad (7.1.12)$$

где

$$C_s = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x, y=0) dx, \quad C_a = \int_{-\infty}^{+\infty} x \varphi(x, y=0) dx. \quad (7.1.13)$$

Предположим, что интегралы (7.1.13) сходятся. Тогда для четных функций $\varphi(x, y=0)$ (Рисунок 7.1.2) имеем $C_a = 0$, однако, как правило, $C_s \neq 0$ (особенно если значения потенциала φ не меняют знак в объеме образца). Поэтому асимптотическое поведение $\theta(x, y)$ будет определяться первым слагаемым в выражении (7.1.12). При этом для значений θ_0 угла θ на границе образца и значений θ_m вблизи оси Оу (то есть при $|x| \ll y$) имеем:

$$\theta_0(x \rightarrow \pm\infty) \rightarrow \frac{M_s^2 b}{2\pi A} \frac{C_s}{x}, \quad \theta_m(x, y \rightarrow \infty) \rightarrow \frac{M_s^2 b}{2\pi A} \frac{C_s x}{y^2}. \quad (7.1.14)$$

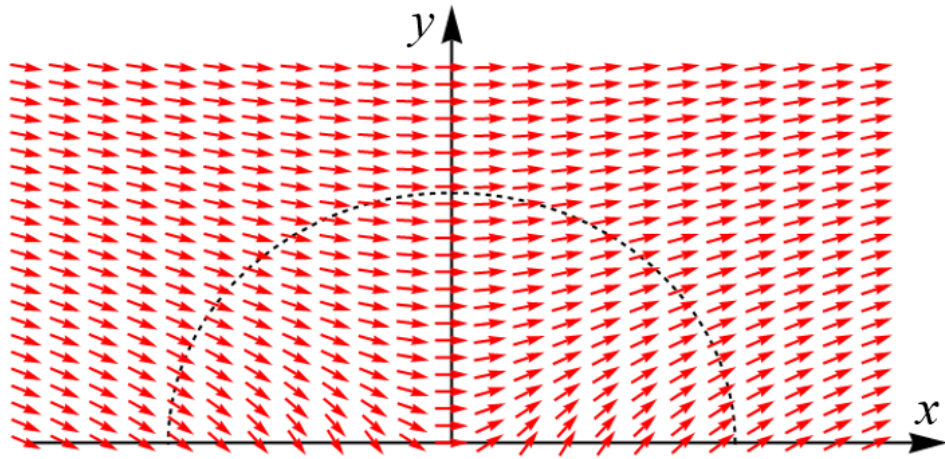


Рисунок 7.1.2 – Типичное распределение намагниченности в пленке в том случае, когда зависимость значений потенциала поля φ на границе образца от координаты x является четной. Красными стрелками показано направление вектора намагниченности в соответствующих точках образца. Штриховой линией показаны границы области, внутри которой неоднородность распределения оказывается наиболее выраженной

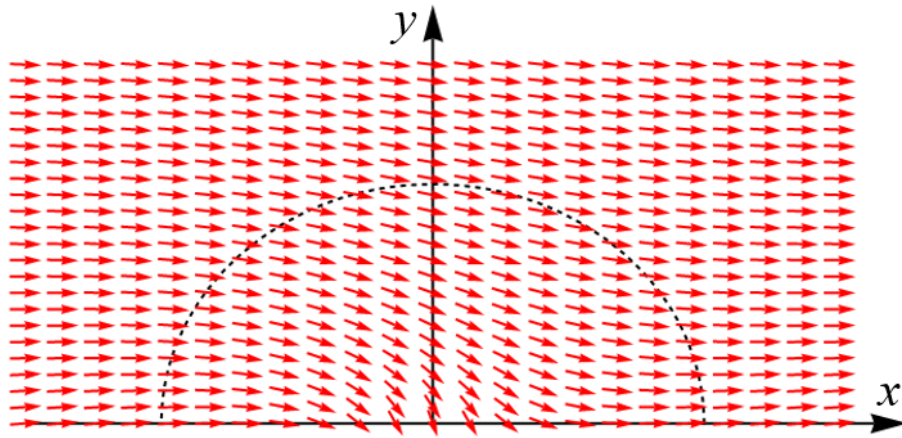


Рисунок 7.1.3 – Типичное распределение намагниченности в пленке в том случае, когда зависимость значений потенциала поля φ на границе образца от координаты x является нечетной. Обозначения те же, что на Рисунке 7.1.2

Напротив, для нечетных функций $\varphi(x, y = 0)$ (Рисунок 7.1.3) $C_s = 0$, однако, как правило, $C_a \neq 0$, так что в выражении (7.1.12) остается только второе слагаемое. Соответственно, имеем:

$$\theta_0(x \rightarrow \pm\infty) \rightarrow \frac{M_s^2 b}{2\pi A} \frac{C_a}{x^2}, \quad \theta_m(x, y \rightarrow \infty) \rightarrow -\frac{M_s^2 b}{2\pi A} \frac{C_a}{y^2}. \quad (7.1.15)$$

Из вида соотношений (7.1.14) и (7.1.15) можно сделать два важных вывода. Во-первых, неоднородности с асимптотическим поведением (7.1.15) гораздо лучше локализованы, чем структуры, которые описываются формулами (7.1.14). Тем самым, в частности, если функция $\varphi(x, y=0)$ не является ни четной, ни нечетной, то размеры формирующейся неоднородности будут определяться преимущественно четной частью $(\varphi(x, y=0) + \varphi(-x, y=0))/2$ этой функции. Во-вторых, структуры типа (7.1.15) имеют примерно одинаковые масштабы во всех направлениях, в то время как структуры типа (7.1.14) оказываются вытянутыми вдоль оси Ox . Обе указанные особенности отражены на Рисунках 7.1.2 и 7.1.3.

Разумеется, для значительного числа конфигураций поля E интегралы (7.1.13) будут расходиться, вследствие чего формулы (7.1.14) и (7.1.15) становятся неприменимыми. Далее, однако, будет показано, что даже в таких случаях значения θ_0 и θ_m могут убывать при $\sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow \infty$ по схожим законам, а значит, описанные выше свойства распределений $\theta(x, y)$ носят вполне общий характер.

7.1.4 Случай области повышенного потенциала

Переходя к изучению магнитных структур, формирующихся под влиянием полей конкретной конфигурации, рассмотрим для начала ситуацию, когда потенциал поля принимает постоянные ненулевые значения лишь внутри некоторой области:

$$\varphi(x, y=0) = \begin{cases} \varphi_0, & |x| < L/2, \\ 0, & |x| > L/2. \end{cases} \quad (7.1.16)$$

Очевидно, что в этом случае интегралы (7.1.13) сходятся, причем $C_s = \varphi_0 L$, $C_a = 0$. Подставляя (7.1.16) в выражение (7.1.9), получаем:

$$\theta = \frac{M_s^2 b \varphi_0}{4\pi A} \ln \frac{y^2 + (x+L/2)^2}{y^2 + (x-L/2)^2}. \quad (7.1.17)$$

Распределение $\theta(x, y)$, отвечающее формуле (7.1.17), проиллюстрировано на Рисунке 7.1.4.

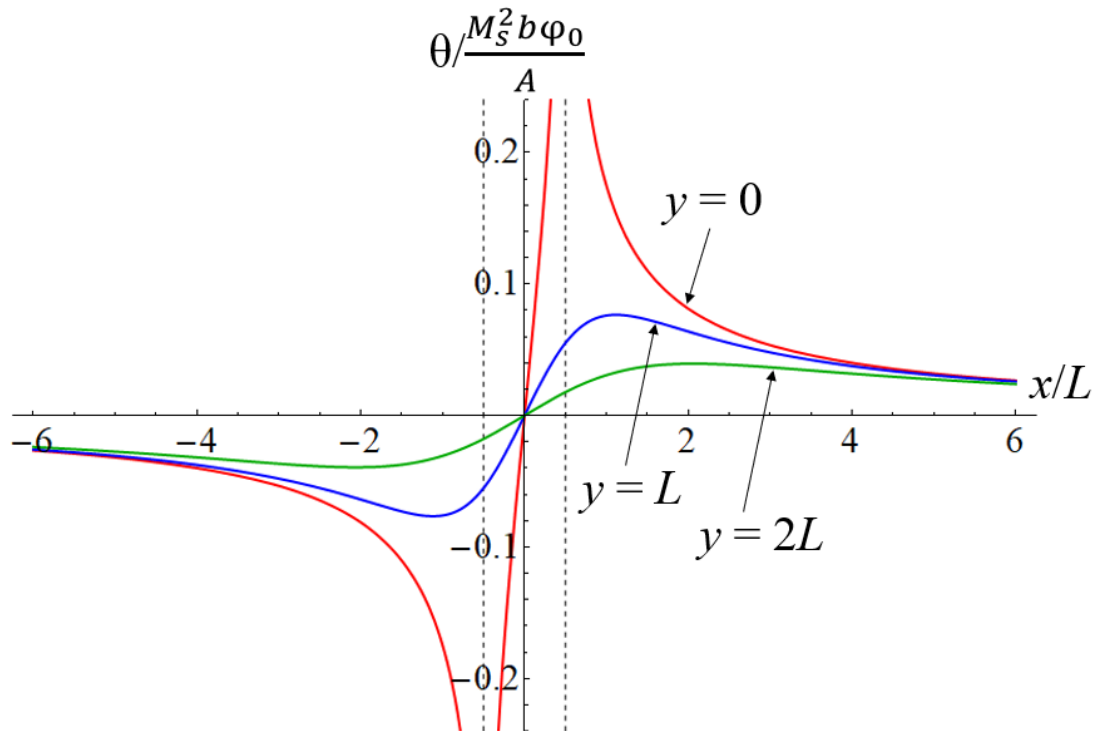


Рисунок 7.1.4 – График зависимости угла θ ориентации вектора намагниченности от координаты x при различных значениях удаления y от границы образца в случае, когда потенциал поля принимает постоянное ненулевое значение ϕ_0 внутри некоторой области шириной L и нулевое значение за ее пределами. Штриховыми линиями показаны границы этой области

Прямой проверкой несложно убедиться, что на больших расстояниях от начала координат поведение функции (7.1.17) в точности описывается соотношениями (7.1.14). В то же время соответствующее распределение намагниченности будет обладать отличием от типичного распределения, показанного на Рисунке 7.1.2: независимо от величины ϕ_0 , при $x \rightarrow \pm L/2$ значения θ_0 будут неограниченно расти, а значит, неоднородность распределения окажется наиболее ярко выраженной в окрестностях двух точек $x = \pm L/2, y = 0$. Данный вывод, справедливый для грубой модели (7.1.16), на практике означает, что расположение экстремумов функции θ_0 коррелирует с

расположением экстремумов компоненты напряженности E_x . Наличие разрывов у функции $\theta_0(x)$ приводит также к тому, что энергия магнетика оказывается бесконечной. Действительно, значение интеграла в формуле (7.1.4) в случае потенциала (7.1.16) пропорционально разности значений θ_0 на концах отрезка $|x| \leq L/2$, которая бесконечно велика. Интеграл (7.1.11) в изучаемой ситуации, конечно, также расходится.

7.1.5 Случай поля точечного заряда

Пусть поле E создается точечным зарядом величины q , расположенным на расстоянии L от границы образца (см. Рисунок 7.1.1). Тогда для значений потенциала на этой границе имеем:

$$\varphi(x, y = 0) = \frac{q}{\sqrt{L^2 + x^2}}. \quad (7.1.18)$$

Подставляя (7.1.18) в формулу (7.1.9), приходим к следующему распределению намагниченности:

$$\theta = \frac{M_s^2 b q}{\pi A L} \operatorname{Im} \frac{\arccos \xi}{\sqrt{1 - \xi^2}}, \quad \xi = \frac{y - ix}{L}, \quad (7.1.19)$$

откуда, в частности,

$$\theta_0 = \frac{M_s^2 b q}{\pi A L} \frac{\operatorname{arcsinh}(x/L)}{\sqrt{1 + (x/L)^2}}. \quad (7.1.20)$$

Найденное распределение (7.1.19) показано на Рисунке 7.1.5.

Исследуя асимптотическое поведение функций (7.1.19) и (7.1.20), получаем:

$$\theta_0(x \rightarrow \pm\infty) \rightarrow \frac{M_s^2 b q}{\pi A} \frac{\ln(2|x|/L)}{x}, \quad \theta_m(x, y \rightarrow \infty) \rightarrow \frac{M_s^2 b q}{\pi A} \frac{x}{y^2} \left(\ln \frac{2y}{L} - 1 \right). \quad (7.1.21)$$

Несложно видеть, что выражения (7.1.21) схожи по форме с формулами (7.1.14), однако роль множителя C_s в данном случае играет величина порядка $\ln(2\sqrt{x^2 + y^2}/L)$, которая медленно растет по мере удаления от начала координат. Таким образом, хотя первый из интегралов (7.1.13) и является

расходящимся, распределение вектора $\mathbf{m}$ в пленке все равно имеет вид, подобный приведенному на Рисунке 7.1.2. При этом двойной интеграл в выражении (7.1.11) сходится, так что энергия системы оказывается конечной:

$$W = -\frac{M_s^4 b^2 q^2 h}{2\pi AL^2}. \quad (7.1.22)$$

Отсюда можно сделать вывод, что энергия магнитных структур, формирующихся под влиянием внешнего электрического поля, сосредотачивается преимущественно вблизи их центра. Это следует как из того, что энергия (7.1.22) оказывается конечной, несмотря на более медленный закон (7.1.21) убывания угла θ по мере удаления от центра системы в сравнении со «стандартным» законом (7.1.14), так и из того, что причиной бесконечности энергии W в случае поля типа (7.1.16) является наличие сингулярностей в окрестности центра, а не расходимости при $\sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow \infty$.

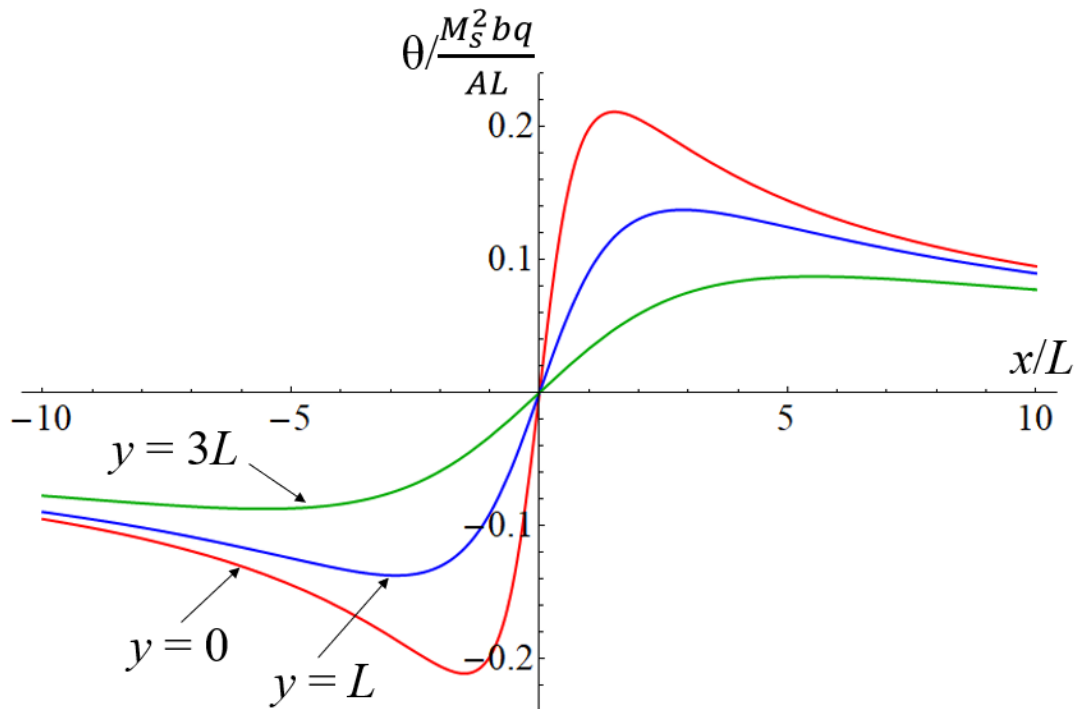


Рисунок 7.1.5 – График зависимости угла θ ориентации вектора намагниченности от координаты x при различных значениях удаления y от границы образца в случае, когда электрическое поле создается точечным зарядом q , расположенным на расстоянии L от этой границы

7.1.6 Случай поля диполя

Пусть теперь электрическое поле создается точечным диполем, расположенным на расстоянии L от границы пленки (см. Рисунок 7.1.1). Если его дипольный момент $\mathbf{p}$ составляет угол α с осью Oy , то

$$\varphi(x, y = 0) = \varphi_s(x) \cos \alpha + \varphi_a(x) \sin \alpha, \quad (7.1.23)$$

где

$$\varphi_s(x) = \frac{pL}{(L^2 + x^2)^{3/2}}, \quad \varphi_a(x) = \frac{px}{(L^2 + x^2)^{3/2}}. \quad (7.1.24)$$

Несложно видеть, что первая из функций (7.1.24) является четной, а вторая нечетной, так что представление потенциала в форме (7.1.23) позволяет снова свести анализ ситуации к рассмотрению функций φ и θ , имеющих определенную четность. В силу обоснованного выше принципа суперпозиции из (7.1.23) имеем:

$$\theta(x, y) = \theta_s(x, y) \cos \alpha + \theta_a(x, y) \sin \alpha. \quad (7.1.25)$$

Функции θ_s и θ_a , входящие в (7.1.25), вычисляются путем подстановки выражений (7.1.24) в формулу (7.1.9). Однако их вид может быть получен также на основе решения (7.1.19) для распределения $\theta = \theta_q(x, y)$, отвечающего случаю поля точечного заряда. Сравнивая выражения (7.1.24) с формулой (7.1.18) (или пользуясь физическим смыслом диполя как системы двух близкорасположенных зарядов противоположной величины), имеем:

$$\theta_s \equiv -\frac{p}{q} \frac{\partial \theta_q}{\partial L}, \quad \theta_a \equiv -\frac{p}{q} \frac{\partial \theta_q}{\partial x}. \quad (7.1.26)$$

Явные выражения для функций (7.1.26) не приводятся здесь из-за их громоздкости. Графики распределения $\theta_0(x)$ угла θ на границе образца с учетом формул (7.1.25) и (7.1.26) показаны на Рисунке 7.1.6. Кроме того, именно распределения намагниченности, соответствующие функциям θ_s и θ_a при одних и тех же значениях p и L , визуализированы на Рисунках 7.1.2 и 7.1.3 соответственно.

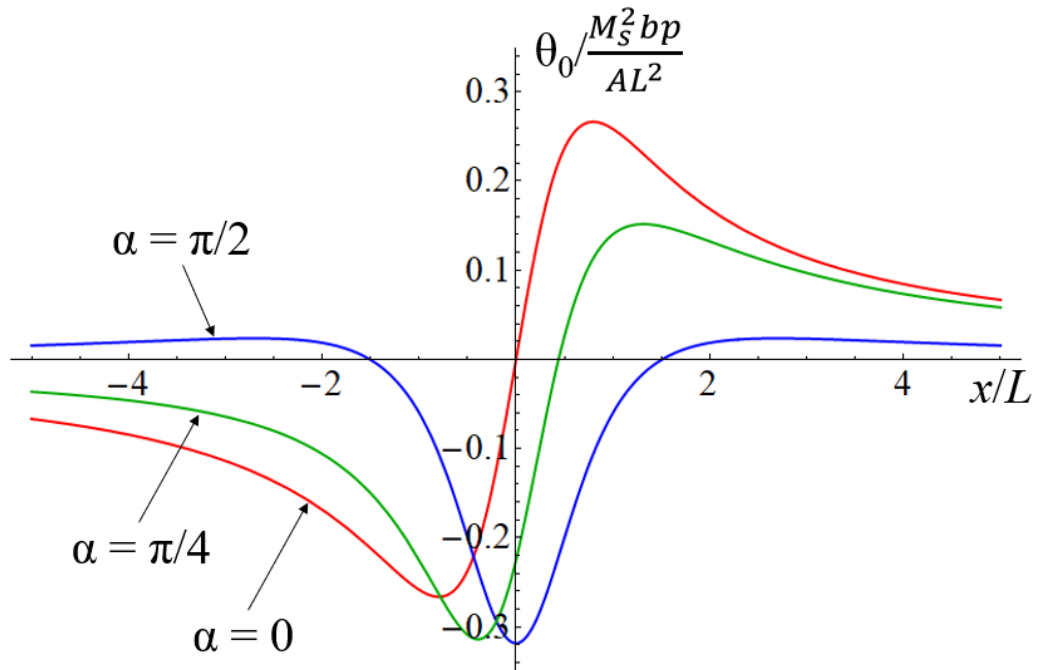


Рисунок 7.1.6 – Графики зависимости угла θ_0 ориентации вектора намагниченности на границе образца от координаты x в случае, когда электрическое поле создается точечным диполем, расположенным на расстоянии L от этой границы. Кривыми разного цвета показаны графики, соответствующие различным значениям угла α между дипольным моментом p и нормалью к границе пленки. В частности, красная кривая отвечает диполю, расположенному ортогонально границе, а синяя – параллельно ей

Несложно видеть, что графики на Рисунке 7.1.6 находятся в хорошем соответствии с тезисом, который был выдвинут ранее на основании выражений (7.1.14) и (7.1.15): структура, которая формируется при $\alpha = \pi/2$ (синяя кривая), то есть под влиянием поля с нечетным потенциалом $\varphi_a(x)$, локализована в направлении оси Ox значительно лучше, чем структура, которая формируется при $\alpha = 0$ (красная кривая), когда потенциал $\varphi_s(x)$ является четным. При этом асимптотическое поведение промежуточной структуры, наблюдаемой при $\alpha = \pi/4$ (зеленая кривая), практически повторяет поведение структуры, наблюдаемой при $\alpha = 0$, так что резонно ожидать, что оно будет примерно одинаковым для произвольных углов $\alpha \neq \pi/2$ и будет определяться четной частью $\varphi_s(x) \cos \alpha$ функции $\varphi(x, y = 0)$. Тем не менее,

асимптоты функции θ_a несколько отличаются от предсказываемых формулой (7.1.15), поскольку второй из интегралов (7.1.13) для этого случая расходится. В силу (7.1.26) с учетом формул (7.1.21) они имеют вид:

$$\begin{aligned}\theta_0(x \rightarrow \pm\infty) &\rightarrow \frac{M_s^2 b p}{\pi A} \frac{\ln(2|x|/L) - 1}{x^2}, \\ \theta_m(x, y \rightarrow \infty) &\rightarrow -\frac{M_s^2 b p}{\pi A} \frac{1}{y^2} \left(\ln \frac{2y}{L} - 1 \right).\end{aligned}\quad (7.1.27)$$

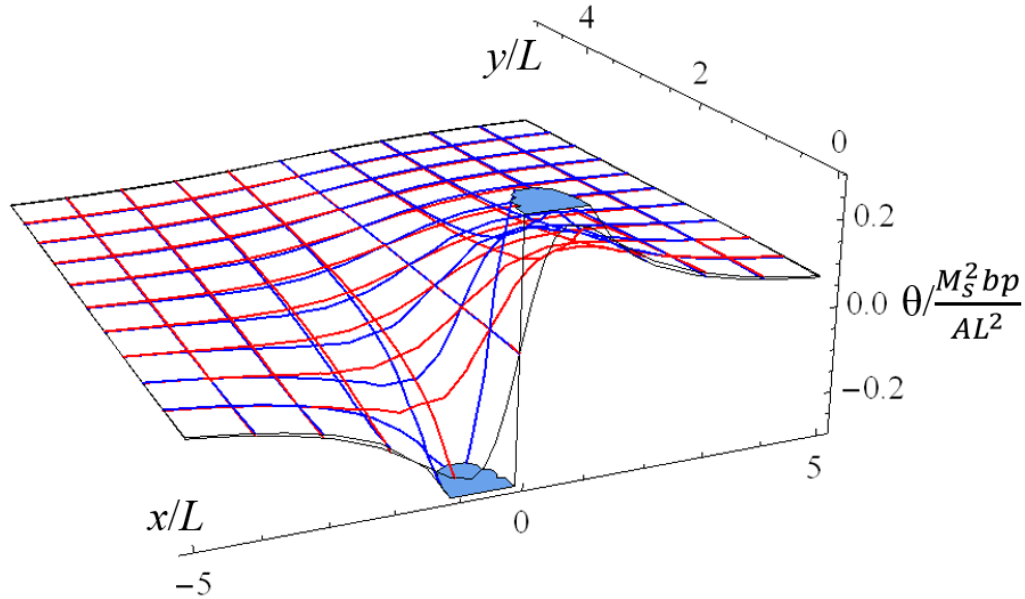


Рисунок 7.1.7 – Значения угла θ ориентации вектора намагниченности в различных точках пленки для случая, когда электрическое поле создается точечным диполем, расположенным на расстоянии L от границы образца, а дипольный момент p ортогонален этой границе. Красной поверхностью показаны точные значения угла, а синей – значения, рассчитанные на основе асимптотического приближения

Таким образом, в отношении выражений (7.1.27) наблюдается картина, аналогичная той, которая имела место в отношении выражений (7.1.21): формулы (7.1.27) совпадают с (7.1.15) с точностью до формальной замены постоянного множителя C_a на медленно изменяющуюся величину порядка $\ln(2\sqrt{x^2 + y^2}/L)$. В то же время асимптоты функции θ_s , отвечающей четному потенциалу $\phi_s(x)$, для которого из (7.1.13) и (7.1.24) имеем $C_s = 2p/L$, $C_a = 0$,

определяются в точности выражениями (7.1.14). Сравнение распределений угла $\theta = \theta_s(x, y)$, которые для этого случая получаются из общей формулы (7.1.26) и асимптотической формулы (7.1.12), приведены на Рисунке 7.1.7. Несложно видеть, что уже при значениях $\sqrt{x^2 + y^2}$, превышающих $4L$, эти распределения практически совпадают между собой.

Подставляя (7.1.23) и (7.1.24) в формулу (7.1.11), для энергии системы имеем:

$$W = -\frac{M_s^4 b^2 p^2 h}{3\pi A L^4} (1 + \cos^2 \alpha). \quad (7.1.28)$$

Тем самым, в частности, распределению θ_a отвечает вдвое меньшая энергия, чем распределению θ_s .

7.1.7 Случай планарных электрических полей

Заметим, что наивный подход к минимизации энергии (7.1.1) магнетика мог бы заключаться в оптимизации полной плотности энергии $\Phi_A + \Phi_E$ в каждой из точек образца в отдельности. При этом из (7.1.1.2) и (7.1.2) следовало бы, что такой минимум достигается при

$$\nabla\theta = -\frac{M_s^2 b}{2A} [\mathbf{n} \times \mathbf{E}]. \quad (7.1.29)$$

Отсюда $\Phi_E = -2\Phi_A$, а значит, $W_E = -2W_A$, что и имеет место в действительности. Тем не менее, условие (7.1.29) может быть выполнено далеко не при всех конфигурациях поля $\mathbf{E}$. Применяя ротор к обеим частям данного условия, находим, что оно является корректным лишь в тех случаях, когда потенциал φ поля удовлетворяет уравнению Лапласа на плоскости:

$$\Delta\varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0. \quad (7.1.30)$$

В общем случае это, разумеется, неверно, поскольку функция φ , определенная также и за пределами объема образца, является в силу уравнений Максвелла решением уравнения Лапласа в трехмерном пространстве, а не на плоскости. Исключение составляет ситуация, когда значения φ вообще не зависят от

третьей координаты, отсчитываемой вдоль направления нормали $\mathbf{n}$ к поверхности пленки. Такое поле может создаваться системой однородно заряженных плоскостей и нитей, параллельных $\mathbf{n}$ и бесконечно протяженных в данном направлении. При этом напряженность $\mathbf{E}$ будет иметь только планарные компоненты. В описанной ситуации условие (7.1.29) действительно будет отвечать равновесному распределению намагниченности, поскольку, как несложно убедиться, условия (7.1.6) и (7.1.7) следуют из него автоматически. В качестве примера можно рассмотреть поле, создаваемое бесконечной нитью с линейной плотностью заряда λ , которая пересекает плоскость пленки на расстоянии L от ее границы (см. Рисунок 7.1.1). Тогда

$$\varphi = -\lambda \ln[x^2 + (y + L)^2], \quad (7.1.31)$$

и условию (7.1.29) удовлетворяет распределение намагниченности следующего вида:

$$\theta = \frac{M_s^2 b \lambda}{A} \arctan \frac{x}{L+y}. \quad (7.1.32)$$

Заметим, что соотношение (7.1.31) противоречит предположению, что потенциал φ поля убывает до нуля при $\sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow \infty$. Поэтому неудивительно, что асимптотическое поведение решения (7.1.32) не имеет ничего общего с законом (7.1.14): значения θ_0 при $x \rightarrow \pm\infty$ не убывают до нуля, а стремятся к определенным пределам.

В выражение (7.1.29) входят значения напряженности $\mathbf{E}$ во всех точках образца, а не только на его границе. Из этого можно было бы сделать неверный вывод о том, что в случае планарных полей утверждение о зависимости распределения намагниченности от значений φ только на границе пленки уже не имеет места. В действительности оно, конечно же, остается справедливым, так как значения функции $\varphi(x, y)$ в произвольных точках полуплоскости $y > 0$ могут быть однозначно определены из уравнения (7.1.30), если заданы значения $\varphi(x, y = 0)$ на границе. Фактически, соотношение (7.1.29) лишь устанавливает связь между градиентами скалярных полей θ и φ ,

удовлетворяющих одинаковым уравнениям (7.1.6) и (7.1.30). Поэтому задача отыскания распределений этих величин на плоскости при заданном виде функции $\varphi(x, y = 0)$ может быть решена двумя совершенно эквивалентными путями: либо сначала из (7.1.30) находится φ , после чего из (7.1.29) устанавливается вид θ , либо наоборот, сначала из (7.1.6) находится θ , после чего на основании (7.1.29) вычисляется φ .

Отдельно остановимся на случае однородного электрического поля $\mathbf{E}$, направленного вдоль оси Ox . Ясно, что такое поле является планарным, а значит, из (7.1.29) получаем:

$$\theta = -2\pi \frac{y}{D}, \quad D = \frac{4\pi A}{M_s^2 b E}. \quad (7.1.33)$$

Магнитная структура, описываемая соотношением (7.1.33), является периодической с пространственным периодом D , причем направление модуляции угла θ определяется не расположением границы пленки (которая может даже не быть прямолинейной), а исключительно направлением $\mathbf{E}$. Следовательно, измерения распределения намагниченности вдали от границы образца никаким образом не позволили бы установить факт существования этой границы. Это, опять же, могло бы говорить в пользу возможности невыполнения принципа, согласно которому влияние НМЭВ в планарном магнетике сводится к появлению краевых эффектов. Однако на самом деле этот принцип остается в силе и здесь. Ясно, что модель однородного поля является идеализированной, в то время как реализуемые на практике электрические поля будут все же спадать по мере удаления от их источников. Поэтому поле $\mathbf{E}$ можно считать однородным лишь в пределах некоторой области. Такая картина будет наблюдаться, например, в случае потенциала $\varphi_a(x)$, определяемого соотношением (7.1.24), в области $\sqrt{x^2 + y^2} \ll L$. И действительно, несложно убедиться, что распределение угла θ_a , отвечающее выражению (7.1.26), в малой окрестности начала координат с точностью до аддитивной постоянной будет совпадать с распределением (7.1.33). Тем не менее, по мере удаления от начала

координат линейный закон (7.1.33) постепенно начнет нарушаться, а в дальнейшем и вовсе трансформируется в закон (7.1.27), описывающий убывание θ до нуля. Таким образом, магнитная неоднородность типа (7.1.33) также представляет собой краевой эффект, однако наблюдаемый на столь малых удалениях от края, что его реальная природа попросту не успевает проявиться.

7.1.8 Влияние размагничивающих полей

Анализ влияния размагничивающих полей удобно проводить в терминах магнитных зарядов, которые представляют собой математическую абстракцию, позволяющую решать задачи магнитостатики интуитивно понятными методами электростатики. При этом в случае системы, показанной на Рисунке 7.1.1, необходимо учитывать заряды трех типов, каждый из которых даст определенный вклад в энергию магнетика.

К первому типу относятся магнитные заряды, образующиеся на обеих поверхностях (полуплоскостях $y > 0$) пленки в том случае, если вектор $\mathbf{m}$ все же выходит из ее плоскости. Такие заряды характеризуются поверхностной плотностью $\pm M_s \mathbf{m} \mathbf{n}$, причем разные знаки относятся к разным поверхностям. Если толщина образца h мала, то рассматриваемая система представляет собой, по сути, заряженный конденсатор, напряженность поля внутри которого равна $\mathbf{H}_1 = -4\pi M_s (\mathbf{m} \mathbf{n}) \mathbf{n}$. Соответственно, для плотности энергии размагничивающих полей имеем выражение $\Phi_1 = -M_s \mathbf{m} \mathbf{H}_1 / 2 = 2\pi M_s^2 (\mathbf{m} \mathbf{n})^2$, которое представляет собой известное выражение для плотности энергии анизотропии формы в тонкой пленке. Наличие такой анизотропии может служить одной из причин, по которым вектор $\mathbf{m}$ не выходит из плоскости образца, из-за чего распределение намагниченности оказывается планарным. Для этого должна быть достаточно сильной эффективная одноосная анизотропия в пленке, которая помимо анизотропии формы может включать в себя также и кристаллическую анизотропию типа «легкая

плоскость». Как показано в разделе 2.3, данное условие выражается соотношением

$$K + 2\pi M_s^2 \gg A/L^2, \quad (7.1.34)$$

где K – абсолютная величина константы кристаллической анизотропии, а L представляет собой, вообще говоря, характерный размер магнитных неоднородностей. Несложно видеть, что из (7.1.34) следует ограничение снизу на допустимые значения величины L , роль которой в изучаемом случае играет расстояние от источника электрического поля до границы образца.

Второй тип магнитных зарядов образуется на границе $y = 0$ пленки. Поверхностная плотность таких зарядов равна $-M_s \sin \theta$. Для пленки малой толщины h это означает, что ее граница представляет собой заряженную нить с линейной плотностью заряда $-M_s h \sin \theta$, а значит, напряженность создаваемых ею размагничивающих полей, направленных преимущественно вдоль оси Oy , имеет порядок величины $H_2 \sim M_s \theta h/L$ (для простоты будем предполагать, что эффект искажения магнитной структуры электрическим полем невелик, так что $|\theta| \ll 1$). Соответственно, для плотности энергии имеем $\Phi_2 \sim M_s^2 \theta^2 h/L$, а для вклада в энергию магнетика $W_2 \sim M_s^2 \theta^2 h^2 L$.

Наконец, третий тип зарядов – это объемные магнитные заряды, которые характеризуются объемной плотностью $-M_s \operatorname{div} \mathbf{m} \sim M_s \theta/L$. Напряженность поля $\mathbf{H}_3$ для этого случая получается интегрированием плотности заряда по объему образца с весом порядка L^{-2} , поэтому $H_2 \sim M_s \theta h/L$, откуда имеем $W_3 \sim M_s^2 \theta^2 h^2 L$, как и для второго типа зарядов.

Обобщая вышесказанное и учитывая, что при равновесных планарных распределениях намагниченности заряды первого типа не дают вклада в энергию магнетика, заключаем, что в изучаемой системе магнитостатическая энергия имеет порядок величины $W_s = (W_2 + W_3) \sim M_s^2 \theta^2 h^2 L$. При этом, например, из формул (7.1.22) и (7.1.28) ясно, что для энергии (7.1.1) имеет место оценка $W \sim Ah\theta^2$. Таким образом, при $h \rightarrow 0$ отношение W_s/h будет иметь

исчезающе малое значение, в то время как значение приведенной энергии W/h остается конечным. Это доказывает, что в пределе очень тонких пленок влияние размагничивающих полей полностью сводится к появлению анизотропии формы (разумеется, ни напряженность H_1 , ни плотность энергии Φ_1 не исчезают при $h \rightarrow 0$), а их планарные компоненты практически отсутствуют. При конечных значениях h данное утверждение носит приближенный характер и справедливо при условии $|W_s| \ll |W|$, то есть

$$h \ll A/(M_s^2 L). \quad (7.1.35)$$

Соотношение (7.1.35) может рассматриваться, с одной стороны, как оценка максимально допустимой толщины пленки h при заданном значении L , а с другой – как ограничение сверху на саму величину L . Данное ограничение является совместным с (7.1.34) только при выполнении условия

$$h \ll \sqrt{A(K + 2\pi M_s^2)}/M_s^2, \quad (7.1.36)$$

которое является уже принципиальным требованием к параметрам самой пленки, никак не зависящим от расположения и интенсивности источников внешнего поля. Следует подчеркнуть, однако, что само по себе нарушение (7.1.36) еще отнюдь не означает, что магнитные структуры, описанные в настоящей работе, не могут наблюдаться. Оно лишь означает, что распределения типа (7.1.9) могут претерпевать определенные трансформации под влиянием размагничивающих полей, далеко необязательно приводящие к изменению картины явлений на качественном уровне.

Отметим, что на практике условие (7.1.36) едва ли может быть выполнено в материалах, в которых кристаллическая анизотропия типа «легкая плоскость» отсутствует или мала. Так, например, для типичных параметров пермаллоя $\text{Ni}_{0.80}\text{Fe}_{0.20}$ из (7.1.36) имеем $h \ll 2.4$ нм, что, разумеется, не может иметь места в реальности. В то же время при больших значениях K диапазон значений h и L , удовлетворяющих неравенствам (7.1.34)-(7.1.36), может быть исключительно широким.

7.2 Управление топологией вихреподобных структур в перфорированных пленках с помощью электрических полей

7.2.1 Постановка задачи

Будем рассматривать неограниченную ферромагнитную пленку постоянной малой толщины h , в которой присутствует определенное число сквозных цилиндрических отверстий. Обозначим через R_i радиус i -того отверстия, а через r_{ij} расстояние между центрами отверстий с номерами i и j (см. Рисунок 7.2.1). При этом ограничимся случаем, когда размеры отверстий являются малыми, так что, по крайней мере, $\max(R_i, R_j) \ll r_{ij}$. Пусть материал пленки представляет собой планарный магнетик, так что единичный вектор намагниченности $\mathbf{m}$ не может выходить из плоскости образца. В таком случае ориентация вектора $\mathbf{m}$ может быть задана единственным углом θ , и полную энергию W системы можно представить в следующем виде:

$$W = W_A + W_E, \quad (7.2.1.1)$$

$$W_A = \int A(\nabla\theta)^2 h dS, \quad (7.2.1.2)$$

$$W_E = \int M_s^2 b \mathbf{E}(\mathbf{m} \operatorname{div} \mathbf{m} + \mathbf{m} \times \operatorname{rot} \mathbf{m}) h dS, \quad (7.2.1.3)$$

где A – обменный параметр, M_s – намагниченность насыщения, b – константа НМЭВ, $\mathbf{E}$ – напряженность электрического поля в данной точке образца, а интегрирование ведется по всей плоскости пленки, за исключением областей, занимаемых перфорациями. Отметим, что вклад от размагничивающих полей не учтен явно в выражениях (7.2.1), поскольку в тонких пленках их влияние сводится преимущественно к появлению анизотропии формы, которая в изучаемом случае обеспечивает планарность распределения намагниченности.

Наличие обменного взаимодействия, которому отвечает энергия W_A , приводит к тому, что во всей внутренней области образца угол θ представляет собой непрерывную функцию пространственных координат. Эта функция, однако, необязательно является однозначной: при обходе вокруг i -того отверстия по часовой стрелке ее значение может меняться на угол $2\pi k_i$ (здесь

k_i – произвольное целое число), что соответствует совершению вектором намагниченности k_i полных оборотов. Набор значений $k_1, k_2, k_3, \dots$ для всех перфораций образца полностью задает топологию наблюдаемой в нем магнитной структуры. Несложно видеть при этом, что для уединенных магнитных неоднородностей должно выполняться следующее условие:

$$k_1 + k_2 + k_3 + \dots = 0, \quad (7.2.2)$$

поскольку в противном случае вектор $\mathbf{m}$ будет совершать ненулевое число полных оборотов даже при обходе вдоль бесконечно удаленного контура, охватывающего все отверстия.

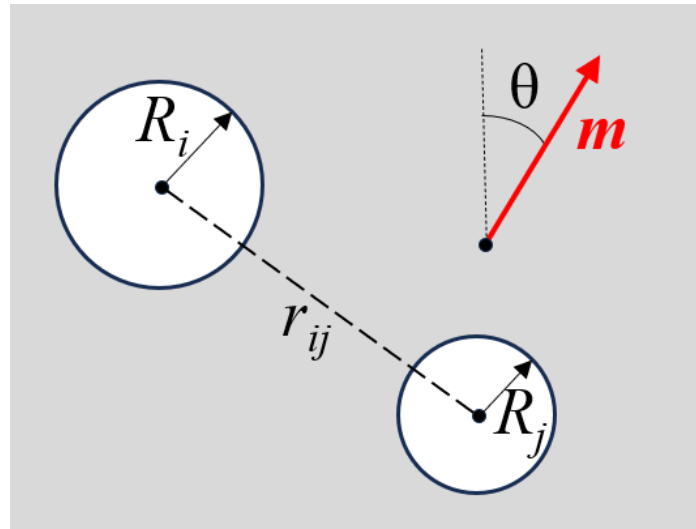


Рисунок 7.2.1 – Геометрия перфорированной пленки. Красной стрелкой показано направление единичного вектора намагниченности

Пусть для начала электрическое поле отсутствует, то есть $\mathbf{E} \equiv 0$. Тогда условие минимума энергии $W = W_A$ сводится к уравнению Лапласа $\Delta\theta = 0$. Как показано в разделе 2.2, данное уравнение имеет решения, отвечающие произвольным наборам $k_1, k_2, k_3, \dots$, однако только при выполнении условия (7.2.2) энергия системы оказывается конечной, а именно

$$W_A = -4\pi Ah \sum_{i < j} k_i k_j \ln r_{ij} - 2\pi Ah \sum_i k_i^2 \ln R_i. \quad (7.2.3)$$

На Рисунке 7.2.2 проиллюстрировано одно из таких решений для пленки с тремя перфорациями, определяющее магнитную структуру с топологией $k_1 = -$

2, $k_2 = +1$, $k_3 = +1$. Из положительной определенности величины W_A ясно, что все подобные состояния системы являются метастабильными, за исключением устойчивого однородного состояния $\theta = \text{const}$, в случае которого $k_i = 0$ для каждого из отверстий. Тем не менее, после включения внешнего поля E глобальный минимум энергии (7.2.1) может достигаться уже для какой-то из структур, обладающих нетривиальной топологией. Отысканию значений $k_1, k_2, k_3, \dots$, которые отвечают устойчивой магнитной структуре при заданной конфигурации электрического поля, и посвящены дальнейшие рассуждения.

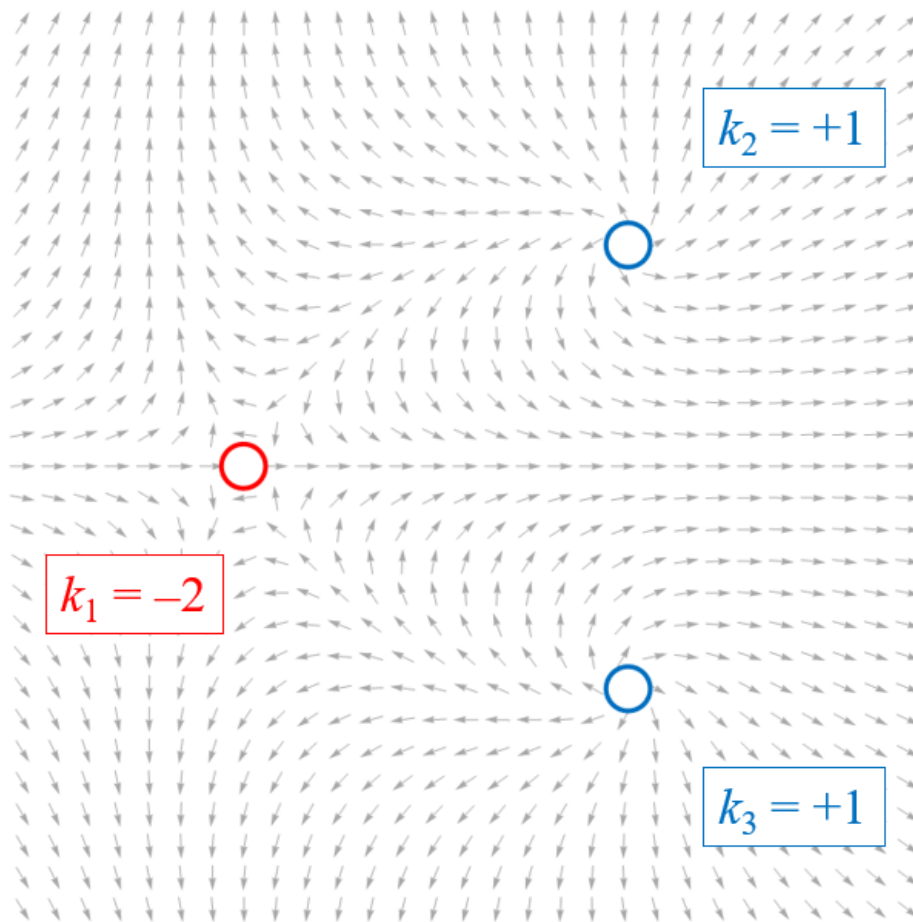


Рисунок 7.2.2 – Пример распределения намагниченности, обладающего нетривиальной топологией. Серыми стрелками показано направление намагниченности в различных точках образца. При обходе по часовой стрелке вокруг перфорации, показанной красной окружностью, вектор намагниченности совершает $k_1 = -2$ оборота, а при обходе вокруг перфораций, показанных синими окружностями, $k_2 = k_3 = +1$ оборот

Отметим, что хотя в случае структур, для которых не выполняется условие (7.2.2), обменная энергия W_A оказывается бесконечной, это, вообще говоря, еще не означает, что такая структура в принципе не может быть стабилизирована электрическим полем. Напротив, в разделе 6.1 было показано, что в пленке с одной перфорацией можно добиться устойчивости состояния с произвольным значением k_1 , если через данную перфорацию пропущена бесконечно протяженная зараженная нить. При этом, как несложно убедиться, $W_E \rightarrow -\infty$, что и разрешает кажущийся парадокс. Тем не менее, данная ситуация является, по сути, единственным исключением из правила, в то время как поле произвольной ограниченной в пространстве системы зарядов, разумеется, не может стабилизировать структуру с $W_A \rightarrow +\infty$. Поэтому в рамках настоящей работы состояния, нарушающие условие (7.2.2), рассматриваться не будут.

7.2.2 Решение в общем случае

Введем в рассмотрение потенциал электрического поля φ , так что

$$\mathbf{E} = -\text{grad } \varphi.$$

Тогда, представляя в (7.2.1) компоненты вектора $\mathbf{m}$ через угол θ , для энергии НМЭВ получаем:

$$W_E = \int M_s^2 b \operatorname{div} (\varphi [\mathbf{n} \times \nabla \theta]) h dS, \quad (7.2.4)$$

где $\mathbf{n}$ – единичный вектор нормали к поверхности образца. Из вида выражения (7.2.4) ясно, что слагаемое W_E не дает вклада в вариационную производную $\delta W / \delta \theta$, а значит, даже при наличии поля $\mathbf{E}$ все стабильные и метастабильные состояния системы по-прежнему описываются решениями уравнения $\Delta \theta = 0$. Следовательно, формула (7.2.3) для обменной энергии W_A также остается применимой для равновесных структур с заданной топологией. Кроме того, выражение (7.2.4) может быть представлено в виде суммы интегралов по границам перфораций, а также интеграла по бесконечно удаленной границе образца. Последний интеграл обращается в нуль вследствие соотношения

(7.2.2) и постоянства потенциала φ на бесконечности. Интегралы по границам перфораций также можно вычислить явно, если учесть, что вследствие малых размеров отверстий значения потенциала φ не успевают существенно измениться в их области, и для границы i -той перфорации можно принять $\varphi \approx \varphi_i = \text{const}$. Отсюда для энергии НМЭВ имеем:

$$W_E = 2\pi M_s^2 b h \sum_i k_i \varphi_i. \quad (7.2.5)$$

Таким образом, полная энергия системы W при заданных значениях $k_1, k_2, k_3, \dots$ определяется суммой выражений (7.2.3) и (7.2.5), то есть представляет собой квадратичный полином от переменных k_i . Минимизация этого полинома с дополнительным условием (7.2.2) позволяет найти топологию магнитной структуры, устойчивой при заданных значениях $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots$ потенциала поля.

Определенная сложность решения сформулированной выше задачи оптимизации заключается в том, что искомые величины k_i должны выбираться, вообще говоря, из множества целых чисел. Ясно, однако, что от данного ограничения можно отказаться, поскольку вследствие простого характера зависимости функции $W(k_1, k_2, k_3, \dots)$ от своих аргументов решение задачи в целых числах может быть получено округлением действительных значений k_i , минимизирующих функцию W и удовлетворяющих условию (7.2.2) (необходимо подчеркнуть, впрочем, что такое округление в ряде случаев может оказаться нетривиальным: например, не всегда корректно попросту выбирать ближайшие к k_i целые числа, поскольку сумма таких целых чисел может оказаться уже отличной от нуля). Применяя метод неопределенных множителей Лагранжа, для таких действительных значений имеем:

$$\varphi_i = \psi_0 \sum_j C_{ij} k_j + \psi_s, \quad (7.2.6)$$

где $\psi_0 = \frac{2A}{M_s^2 b}$, ψ_s – произвольная постоянная величина, а

$$C_{ij} = \begin{cases} \ln r_{ij}, & i \neq j, \\ \ln R_i, & i = j. \end{cases}$$

Подставляя в формулу (7.2.6) целые значения k_i , можно получить значения потенциалов φ_i , при которых заданные k_i будут в точности минимизировать энергию W системы. Отсюда вытекает, что для произвольной наперед заданной топологии $k_1, k_2, k_3, \dots$ можно указать распределение электрического потенциала φ , при котором формирующаяся в образце устойчивая магнитная структура будет иметь именно такую топологию. Следует подчеркнуть, что речь при этом не идет о какой-то специфической конфигурации поля, трудно реализуемой на практике: фактически, для формирования структуры нужного типа достаточно создать между перфорациями подходящие разности потенциалов, причем соотношение (7.2.6) задает лишь «рекомендуемые» значения таких разностей, от которых допустимо в некоторых пределах отклоняться.

Решая далее уравнение (7.2.6) относительно неизвестных k_i , получаем:

$$k_i = \psi_0^{-1} \sum_j C_{ij}^{-1} (\varphi_j - \psi_s). \quad (7.2.7)$$

В отличие от формулы (7.2.6), где величина ψ_s представляет собой постоянную добавку к потенциалу φ , которая не влияет на напряженность поля $\mathbf{E}$ и может быть выбрана произвольно, в (7.2.7) значение ψ_s необходимо конкретизировать. Проверяя выполнение условия (7.2.2), находим:

$$\psi_s = \sum_{i,j} C_{ij}^{-1} \varphi_j / \sum_{i,j} C_{ij}^{-1}. \quad (7.2.8)$$

Соотношения (7.2.7) и (7.2.8) с точностью до необходимости округления значений k_i определяют топологию магнитной структуры, стабилизирующейся в образце под действием поля заданной конфигурации.

7.2.3 Случай однородного поля

В качестве примера применения развитой теории рассмотрим пленку с двумя перфорациями равного радиуса $R_1 = R_2 = R$, расстояние между которыми $r_{12} = a$ (см. Рисунок 7.2.3). Пусть в области перфораций электрическое поле является однородным, и проекция его напряженности на линию,

соединяющую центры перфораций, равна E (на Рисунке 7.2.3 соответствующая компонента поля является единственной). Тогда разность потенциалов $\varphi_2 - \varphi_1 = -Ea$, и из формул (7.2.7) и (7.2.8) находим:

$$k_2 = -k_1 = \frac{Ea}{2\psi_0 \ln(a/R)}. \quad (7.2.9)$$

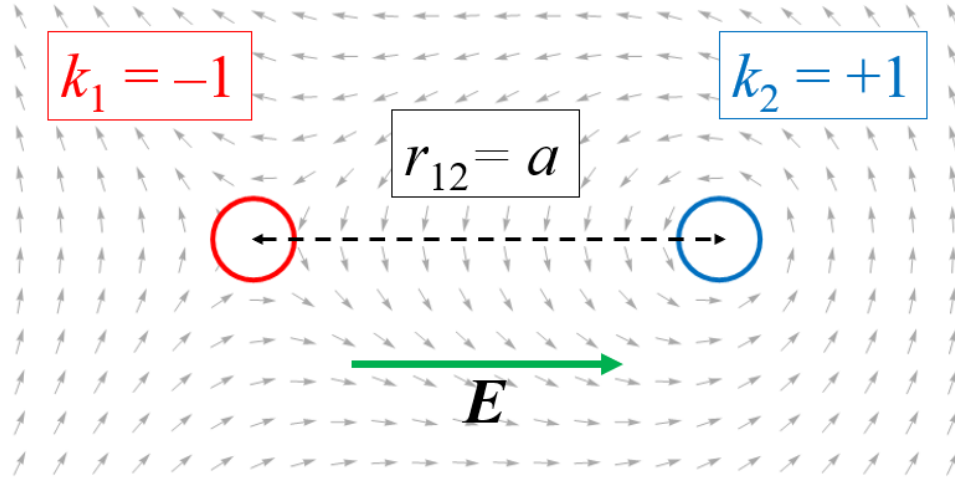


Рисунок 7.2.3 – Распределение намагниченности в пленке с двумя перфорациями, возникающее под воздействием однородного электрического поля. Зеленой стрелкой показано направление поля. Серыми стрелками показано направление намагниченности в различных точках образца. При обходе по часовой стрелке вокруг перфорации, показанной красной окружностью, вектор намагниченности совершает $k_1 = -1$ оборот, а при обходе вокруг перфорации, показанной синей окружностью, $k_2 = +1$ оборот

Таким образом, воздействие однородным полем позволяет стабилизировать в окрестности пары перфораций вихреподобную неоднородность. В частности, структура с $k_2 = +1$, показанная на Рисунке 7.2.3, согласно формуле (7.2.9), может сформироваться, например, при $a/R = 10$, $E = 4.5\psi_0/a$. Более того, поскольку в случае двух перфораций не может возникнуть неоднозначных ситуаций с округлением значений k_i , формула (7.2.9) позволяет оценить минимальную величину поля E , при которой устойчивая структура оказывается неоднородной. А именно, из условия $|k_2| > 1/2$ имеем:

$$|E| > \frac{\psi_0}{a} \ln(a/R). \quad (7.2.10)$$

Соотношение (7.2.10) показывает, что при увеличении расстояния между отверстиями для создания вихреподобной неоднородности требуются поля все меньшей величины. Данное обстоятельство благоприятно для экспериментальной проверки излагаемой теории.

Разумеется, однородное поле может стабилизировать топологически нетривиальные структуры также и в пленках с числом отверстий более двух. Так, например, структура, показанная на Рисунке 7.2.2, формируется в поле, напряженность которого направлена вдоль оси симметрии системы и при $a/R = 10$ имеет значение около $8\psi_0/a$, где a – сторона треугольника, в вершинах которого расположены перфорации. Отметим, что рассмотренные примеры раскрывают физический смысл величины ψ_0 как характерной разности потенциалов между отверстиями, при которой в пленке начинают формироваться неоднородные структуры.

7.2.4 Случай регулярных решеток перфораций

Из соотношений (7.2.7) и (7.2.8) видно, что зависимость k_i от φ_i является линейной, так что для k_i выполняется своеобразный принцип суперпозиции. Покажем, кроме того, что влияние электрического поля на топологию магнитной структуры характеризуется близкодействием, то есть изменение потенциала одной из перфораций существенно сказывается на значении k_i лишь для данной перфорации, а также, возможно, еще для нескольких ближайших к ней перфораций. Будем рассматривать образец, содержащий бесконечное число одинаковых отверстий радиуса $R_i = R$, расположенных на одной прямой с постоянным шагом $r_{i,i+1} = a$ между соседними отверстиями, как показано на Рисунке 7.2.4. Тогда $C_{ij} = \ln(|i - j| a)$ при $i \neq j$, $C_{ii} = \ln R$, а значит, выражение (7.2.6) для φ_i представляет собой линейную свертку последовательности k_i . В этом случае вместо использования общего выражения (7.2.7) можно осуществить обратную свертку, откуда имеем:

$$k_i = \psi_0^{-1} \sum_j M_{i-j} \varphi_j, \quad (7.2.11)$$

где

$$M_i = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos ip}{G(p) + \ln(a/R)} dp. \quad (7.2.12)$$

Входящая в выражение (7.2.12) функция $G(p)$ определяется как сумма бесконечного ряда

$$G(p) = -2 \sum_{j=2}^{\infty} \ln j \cos jp$$

и, вообще говоря, может быть выражена через специальные функции. Для практического применения, однако, важно, во-первых, что ее минимальное значение равно $G(\pi) = -\ln(\pi/2)$, поэтому интеграл (7.2.12) сходится при $a/R > \pi/2$ (данное неравенство можно считать заведомо выполненным, поскольку $a \gg R$). Во-вторых, имеет место следующее приближение:

$$G(p) \approx \frac{\pi^2(q - \ln \frac{\pi}{2})}{p(2\pi - p)} - q,$$

благодаря которому удастся эффективно рассчитать значения интеграла, входящего в выражение (7.2.12), причем при выборе настроечного параметра $q \approx 2.5$ ошибка в вычислении значений M_i начинает проявляться только в четвертом знаке после запятой. На Рисунке 7.2.4 показаны результаты таких вычислений при различных значениях отношения a/R . Поскольку коэффициенты M_i представляют собой ядро свертки (7.2.11), ясно, что приведенные графики отвечают распределению величины k_i в том случае, когда $\varphi_0 = \psi_0$, а потенциалы поля в области остальных перфораций равны нулю. Быстрое убывание значений M_i с ростом $|i|$ подтверждает высказанную выше идею о близкодействии. Разумеется, в случае квадратной решетки перфораций с периодом a наблюдается схожая картина; результаты соответствующих расчетов значений k_i при потенциале $\varphi = \psi_0$ в области одной из перфораций и нулевом потенциале в области остальных перфораций показаны на Рисунке 7.2.5.

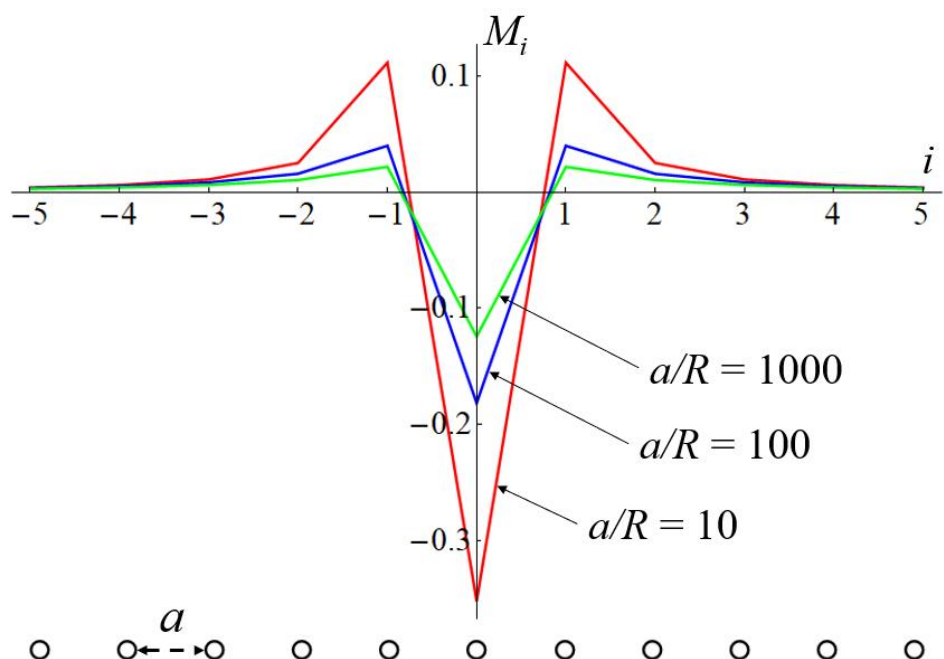


Рисунок 7.2.4 – Ядро свертки M_i при различных значениях отношения расстояния a между соседними перфорациями к их радиусу R . В нижней части рисунка показана схема расположения перфораций в образце

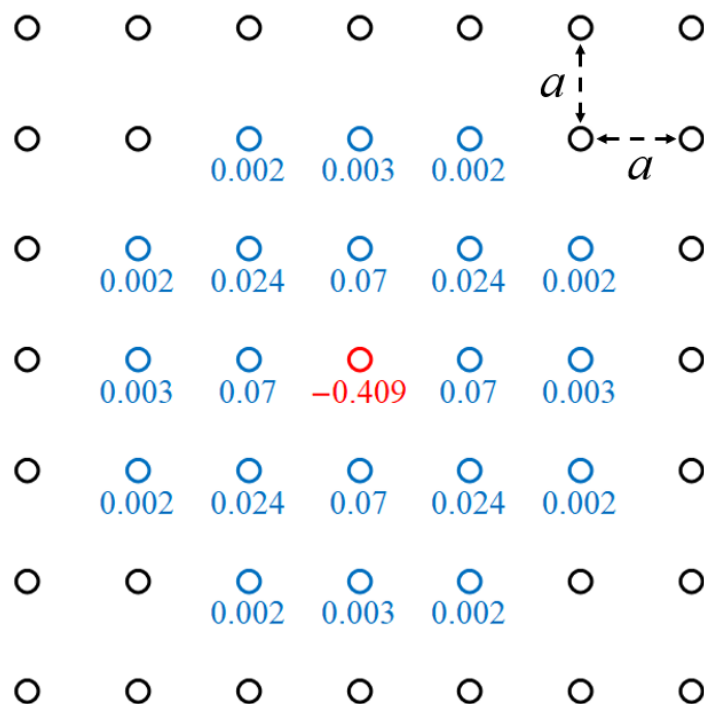


Рисунок 7.2.5 – Распределение значений k_i в квадратной решетке перфораций с периодом a в случае, когда потенциал одной из перфораций равен ψ_0 , а потенциалы остальных перфораций равны нулю. Цветами проиллюстрирован знак k_i для соответствующих перфораций

7.3 Возникновение нескомпенсированных электрических зарядов, обусловленное неоднородностью распределения намагниченности

7.3.1 Идентификация топологии вихреподобных структур на основе индуцированных ими электрических полей

Для начала рассмотрим произвольный ферромагнетик (необязательно планарный), находящийся во внешнем неоднородном электрическом поле напряженностью $\mathbf{E}$. Тогда вклад НМЭВ в полную энергию системы в общем случае равен

$$W = \int_V \mathbf{E} \mathbf{P} dV, \quad \mathbf{P} = M_s^2 (b_1 \mathbf{m} \operatorname{div} \mathbf{m} + b_2 \mathbf{m} \times \operatorname{rot} \mathbf{m}), \quad (7.3.1)$$

где $\mathbf{m}$ – единичный вектор намагниченности в данной точке образца, M_s – намагниченность насыщения, b_1 и b_2 – константы НМЭВ. Вводя в рассмотрение потенциал электрического поля ϕ , так что $\mathbf{E} = -\operatorname{grad} \phi$, преобразуем энергию (7.3.1) к следующему виду:

$$W = \int_V \rho \phi dV + \oint_S \sigma \phi dS, \quad \rho = \operatorname{div} \mathbf{P}, \quad \sigma = \mathbf{P} \mathbf{n}, \quad (7.3.2)$$

где $\mathbf{n}$ – единичный вектор внутренней нормали в данной точке поверхности образца. Из вида соотношения (7.3.2) ясно, что в материалах с НМЭВ формирование неоднородного распределения намагниченности сопровождается появлением нескомпенсированных электрических зарядов, причем величина ρ представляет собой объемную плотность этих зарядов внутри образца, а σ – поверхностную плотность зарядов на его поверхности. Очевидно, что при фиксированном распределении намагниченности $\mathbf{m}$ даже в отсутствие внешнего поля ($\mathbf{E} \equiv 0$) распределение нескомпенсированных зарядов по-прежнему будет описываться величинами ρ и σ . Эти заряды сами по себе будут создавать некоторое электрическое поле $\mathbf{E}_m$, вклад которого в энергию системы, согласно (7.3.1), имеет уже второй порядок малости по константам НМЭВ b_1 и b_2 , а значит, $\mathbf{E}_m$ окажется достаточно слабым, чтобы не влиять на магнитную структуру. Тем не менее, если зарегистрировать данное

поле, то величина и распределение E_m может оказаться индикатором определенных особенностей распределения намагниченности m .

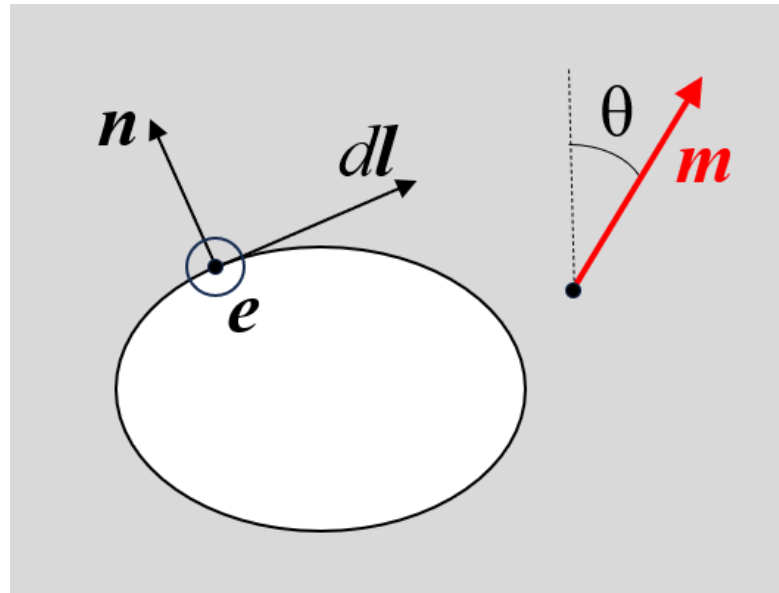


Рисунок 7.3.1 – Схема магнитной пленки, содержащей перфорацию. Красной стрелкой показан единичный вектор намагниченности

Далее будем рассматривать планарный магнетик с изотропным НМЭВ ($b_1 = b_2 = b$). В этом случае ориентация вектора m определяется единственным углом θ (см. Рисунок 7.3.1), и вместо (7.3.1) имеем:

$$P = M_s^2 b [e \times \nabla \theta], \quad (7.3.3)$$

где e – вектор нормали к плоскости пленки (направлен «на нас» на Рисунке 7.3.1; $|e| = 1$). Из соотношения (7.3.3) следует, что, во-первых, $\rho = 0$ во всем объеме образца, а во-вторых, $\sigma = 0$ на обеих поверхностях пленки, так как на них $n = \pm e$. Тем не менее, величина поверхностного заряда σ оказывается отличной от нуля на стенках перфораций. Рассмотрим одну из таких перфораций произвольной формы, как показано на Рисунке 7.3.1, и рассчитаем суммарный нескомпенсированный заряд q , образующийся на поверхности ее стенки. Интегрируя σ по поверхности, с учетом (7.3.2) и (7.3.3) получаем:

$$q = M_s^2 b h \oint_l \nabla \theta dl = k q_0, \quad (7.3.4)$$

где $d\mathbf{l} \parallel [\mathbf{n} \times \mathbf{e}]$ – элемент границы перфорации, $q_0 = 2\pi M_s^2 b h$, а k – число полных оборотов по часовой стрелке, совершаемых вектором $\mathbf{m}$ при обходе по часовой стрелке вдоль этой границы (при этом значение угла θ меняется на $2\pi k$). Отметим, что величина q_0 играет роль своеобразного элементарного заряда, значение которого определяется исключительно параметрами пленки и не зависит от геометрии перфораций.

Таким образом, электрическое поле $\mathbf{E}_m$, которое формируется в окрестности неоднородной магнитной структуры в планарном магнетике, представляет собой поле, создаваемое заряженными перфорациями. Если размеры этих перфораций малы по сравнению с расстоянием между ними, то особенности распределения плотности заряда σ по стенкам перфораций практически не влияют на распределение $\mathbf{E}_m$, и каждая перфорация может рассматриваться как точечный заряд. Величина q такого заряда, согласно (7.3.4), зависит только от значения топологического инварианта k , но не от конкретного распределения намагниченности в окрестности перфорации. Следовательно, величина и конфигурация поля $\mathbf{E}_m$ полностью определяются топологией магнитной структуры и могут использоваться для ее идентификации. В качестве примера на Рисунке 7.3.2 сверху показаны два различных распределения намагниченности в области пары перфораций, которые, однако, являются топологически эквивалентными в том смысле, что в обоих случаях $k = 1$ для левой перфорации и $k = -1$ для правой. Эти магнитные структуры создают одинаковое электрическое поле, силовые линии которого показаны на Рисунке 7.3.2 снизу, так как на левой перфорации собирается заряд $+q_0$, а на правой $-q_0$. Еще раз подчеркнем, что наличие в пленке изолированных вихрей вместо неоднородностей, локализованных на перфорациях, никак не влияет на ход рассуждений: в центре изолированного вихря также будет располагаться точечный нескомпенсированный заряд, величина которого определяется формулой (7.3.4).

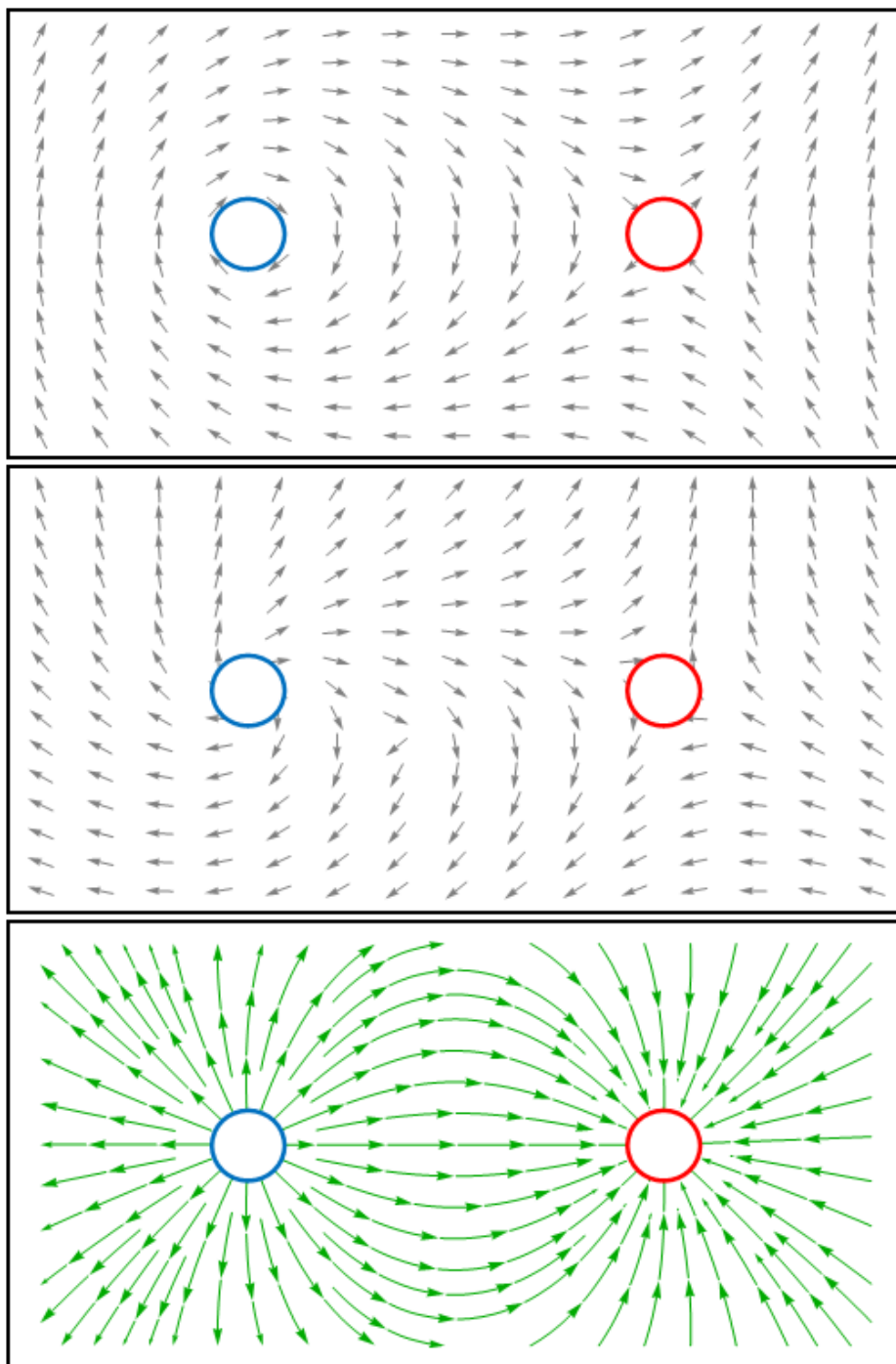


Рисунок 7.3.2 – Две топологически эквивалентные магнитные структуры (сверху) в пленке с двумя перфорациями, создающие в окрестности пленки одинаковое электрическое поле (снизу). Серыми стрелками показано направление вектора намагниченности, зелеными кривыми – силовые линии электрического поля. Синим цветом показана положительно заряженная перфорация, красным – отрицательно заряженная

Отметим, что как условие наличия НМЭВ, так и условие планарности магнетика являются существенными для проведенного анализа. В общем случае, когда вектор $\mathbf{m}$ может выходить из плоскости пленки, выявление простой зависимости между топологией магнитной структуры и создаваемым ею электрическим полем становится, по всей видимости, невозможным уже хотя бы потому, что плотность объемных зарядов ρ оказывается ненулевой и начинает нетривиальным образом меняться при незначительных трансформациях распределения намагниченности. В то же время необходимо признать, что сама возможность существования планарных магнетиков с НМЭВ на данный момент остается под вопросом. Это, в частности, не позволяет оценить характерные значения величины q_0 , которые должны быть все же достаточно большими, чтобы поля $\mathbf{E}_m$ удавалось зарегистрировать. Вероятно, материалы с подобными свойствами могут быть искусственно созданы на основе ферритов-гранатов, в которых НМЭВ уже неоднократно наблюдалось. К тому же они обладают важной кристаллохимической особенностью, позволяющей путем изоморфного замещения ионов в редкоземельных и железных подрешетках изменять их свойства в нужном направлении. Синтезирование таких материалов могло бы привести к значительному прорыву в развитии наноэлектроники, поскольку, как видим, именно они обеспечивают наиболее приемлемое взаимодействие между топологически защищенными структурами и электрическим полем.

7.3.2 Спонтанное зарождение вихреподобных структур

По аналогии с мультипольными разложениями для электростатических полей типичную флуктуацию распределения намагниченности в пленке можно формально представить в виде «нейтральной» ($k_1 + k_2 + \dots = 0$; см. Рисунок 7.2.2) системы вихреподобных объектов (при этом в случае крайне малых флуктуаций расстояния между центрами S_i объектов могут не превышать межатомного расстояния). Поэтому в качестве элементарной флуктуации будем рассматривать спонтанно зародившуюся пару вихрь-

антивихрь, то есть систему из двух объектов с топологическими зарядами $k_1 = -1$, $k_2 = +1$, расстояние между центрами которых равно a (см. Рисунок 7.3.3).

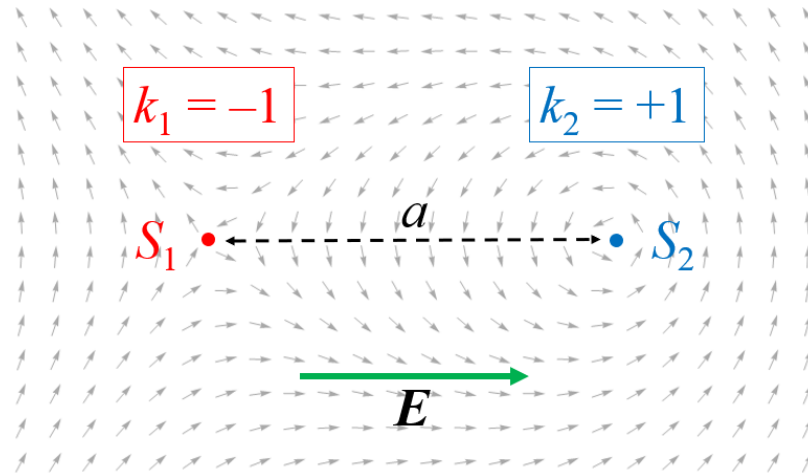


Рисунок 7.3.3 – Элементарная флуктуация, представляющая собой пару вихрь-антивихрь. Серыми стрелками показано возможное распределение намагниченности в образце. Зеленой стрелкой показано направление электрического поля E

Поскольку распределение намагниченности в окрестности пары вихрь-антивихрь оказывается существенно неоднородным, то основным механизмом подавления возникающих флуктуаций будет влияние обменного взаимодействия. Согласно (7.2.3), его вклад в энергию системы можно оценить следующим образом:

$$W_A = 4\pi Ah \ln a + W_{A0}, \quad (7.3.5)$$

где A – обменный параметр, а значение величины W_{A0} практически не зависит от расстояния a и определяется параметрами кристаллической решетки. В отсутствие внешнего поля вихрь и антивихрь будут стремиться аннигилировать, так как энергия (7.3.5) убывает с уменьшением a . Пусть, однако, в области флуктуации действует электрическое поле напряженностью E (для простоты будем считать его направленным вдоль линии S_1S_2 , см. Рисунок 7.3.3). Тогда из формулы (7.2.5), разлагая потенциал ϕ по степеням малого параметра a , для энергии НМЭВ имеем:

$$W_E = -2\pi M_s^2 b h E a. \quad (7.3.6)$$

Из (7.3.5) и (7.3.6) несложно видеть, что сумма энергий $W_A + W_E$ уже не является монотонной функцией расстояния a и имеет максимум при $a = a_0$, где

$$a_0 = \frac{2A}{M_s^2 b E}. \quad (7.3.7)$$

Тем самым малые флуктуации, для которых $a < a_0$, по-прежнему будут подавляться, в то время как более масштабные флуктуации с $a > a_0$ будут усиливаться электрическим полем, превращаясь в долгоживущую систему вихреподобных объектов, слабо взаимодействующих между собой. Описанная ситуация схожа с механизмом кипения жидкостей, когда зарождающиеся пузырьки пара схлопываются под действием поверхностного натяжения, если их радиус изначально недостаточно велик; тем не менее, более крупные пузырьки не только не схлопываются, но даже увеличиваются в размерах, постепенно покидая область своего зарождения.

Ясно, что выражение (7.3.7) может рассматриваться как формула для определения критического значения напряженности поля E , под действием которого начинается спонтанное зарождение пар вихрь-антивихрь в пленке. При этом под величиной a_0 следует понимать характерный масштаб флуктуаций распределения намагниченности при данной температуре. Очевидно, при увеличении температуры этот масштаб будет расти, что приведет к уменьшению критического значения E . Следовательно, описанный механизм генерации вихреподобных структур может оказаться особенно эффективным при комнатных температурах.

7.4 Выводы

Вышеизложенные результаты позволяют сделать следующие выводы об особенностях влияния НМЭВ в пленках легкоплоскостных ферромагнетиков в тех случаях, когда НМЭВ является изотропным:

- Изотропное НМЭВ характерно тем, что влияние внешнего электрического поля на магнитную пленку не приводит к возникновению в ней объемных «сил», которые напрямую обуславливали бы трансформацию магнитной структуры. Тем не менее, «силы» возникают на краях пленки, включая края возможных перфораций. Вследствие этого на границе образца будут наблюдаться краевые эффекты, способные развиваться вглубь пленки. Именно данный механизм косвенно обуславливает формирование неоднородных структур внутри образца.
- Для любой наперед заданной топологии вихреподобной магнитной структуры, реализуемой в перфорированной пленке с легкоплоскостной анизотропией и изотропным НМЭВ, можно указать конфигурацию внешнего электрического поля, при которой устойчивой окажется магнитная структура именно с такой топологией. Данное обстоятельство обеспечивает значительные возможности для гибкого управления магнитными структурами с помощью электрического поля. Кроме того, указанный метод управления характеризуется близкодействием в том смысле, что воздействие полем на некоторую область пленки существенно влияет на магнитную структуру лишь в непосредственной близости от данной области. Тем самым наличие изотропного НМЭВ, в частности, позволяет по отдельности управлять состоянием троичных ячеек памяти, включенных в единый массив.
- Наличие в пленке магнитных неоднородностей может обуславливать появление в ней нескомпенсированных электрических зарядов, которые в свою очередь индуцируют электрические поля в области образца. Данный эффект является обратным по отношению к НМЭВ и позволяет надежно идентифицировать топологию магнитной структуры в пленке вследствие того, что индуцируемые поля являются своеобразным топологическим инвариантом и слабо зависят от конкретного распределения намагниченности.

Заключение

В диссертационной работе были получены следующие основные результаты:

- В перфорированных ферромагнитных пленках с сильной одноосной анизотропией типа «легкая плоскость» могут формироваться вихреподобные неоднородности, локализованные в области двух и более близкорасположенных перфораций. При этом наиболее долгоживущими являются три неэквивалентных состояния магнитной структуры, что может быть использовано для записи данных в системе счисления с основанием 3. Использование сквозных перфораций пленки не является обязательным: они могут быть заменены дефектами, в области которых наблюдается пониженная анизотропия. Минимальная величина константы легкоплоскостной анизотропии, необходимой для формирования топологически защищенных структур, имеет порядок $K_{\min} \sim A/R^2$.
- Влияние размагничивающих полей не является определяющим фактором для формирования вихреподобных неоднородностей изучаемого типа. Как правило, оно приводит к определенным трансформациям распределения намагниченности (как в плоскости пленки, так и в нормальном к ней направлении), однако не обуславливает разрушения соответствующих структур. Более того, эффект анизотропии формы, который обуславливается влиянием размагничивающих полей, повышает устойчивость топологически защищенных структур, снижая требования к минимально допустимой величине константы кристаллической анизотропии $K_{\min}$ вплоть до того, что рассматриваемые структуры могут оказаться устойчивыми даже в пленках пермаллоя.
- Под влиянием внешнего магнитного поля рассматриваемые вихреподобные структуры могут как полностью разрушаться, так и

трансформироваться без изменения топологии. Реализация того или иного сценария зависит от того, превышает ли напряженность поля определенное критическое значение, характерная величина которого 0.01 Тл. Магнитное поле проводника с током, пропущенного через одну из перфораций, может использоваться для управления топологией вихреподобной структуры, причем механизм изменения топологии заключается в распространении своеобразных квазичастиц от одного отверстия к другому.

- Сценарии формирования и поведения магнитных структур в легкоплоскостной пленке под влиянием НМЭВ могут качественно отличаться в зависимости от знака воздействующих на пленку зарядов. В частности, оказывается различной как форма структур, зарождающихся под воздействием внешнего поля, так и минимальные величины полей, требуемых для их зарождения. Динамические свойства неоднородных структур также могут оказаться неодинаковыми под влиянием положительных и отрицательных зарядов: если в одном случае неоднородности будут исключительно притягиваться к источнику поля, то во втором они могут как притягиваться, так и отталкиваться в зависимости от начального местоположения неоднородности.
- Электрическое поле заряженного проводника, попущенного через единственную перфорацию магнитной пленки с НМЭВ, позволяет стабилизировать в ней неоднородность с любой наперед заданной топологией, причем число полных оборотов, совершаемых вектором намагниченности при обходе вдоль границы перфорации, оказывается примерно пропорциональным заряду проводника.
- В легкоплоскостных пленках с изотропным НМЭВ влияние электрического поля приводит к появлению «сил» исключительно на краях образца, в то время как объемные «силы» полностью отсутствуют. Это приводит, в частности, к тому, что с точки зрения взаимодействия с электрическим полем вихреподобные неоднородности ведут себя как

точечные электрические заряды, помещенные в их центрах. Данное обстоятельство обеспечивает максимально гибкие возможности для управления топологией магнитной структуры в образце. В частности, для произвольной наперед заданной топологии можно указать конфигурацию внешнего электрического поля, в котором стабилизируется вихреподобная структура именно с такой топологией.

Список работ по теме диссертации

- A1. Магадеев, Е.Б. Топология уединенных магнитных неоднородностей в тонкой ферромагнитной пленке / Е.Б. Магадеев, Р.М. Вахитов // ТМФ. – 2012. – Т.171, №3. – С.511–518.
- A2. Магадеев, Е.Б. Стационарные состояния неодносвязного ферромагнитного образца / Е.Б. Магадеев, Р.М. Вахитов // Известия РАН, серия физическая. – 2013. – Т.77, №10. – С.1493-1495.
- A3. Магадеев, Е.Б. Влияние шероховатостей подложки на доменную структуру пермаллоя / Е.Б. Магадеев, Р.М. Вахитов, Л.С. Успенская // Известия РАН, серия физическая. – 2013. – Т.77, №10. – С.1406-1409.
- A4. Вахитов, Р.М. Структура магнитных неоднородностей в области дефекта одноосного кристалла / Р.М. Вахитов, Е.Б. Магадеев // ФММ. – 2014. – Т.115, №9. – С.906-912.
- A5. Вахитов, Р.М. Устойчивые состояния магнитных неоднородностей, локализованных в области дефектов / Р.М. Вахитов, Е.Б. Магадеев, А.Р. Юмагузин, Р.В. Солонецкий // ФТТ. – 2015. – Т.57, №8. – С.1462-1466.
- A6. Магадеев, Е.Б. Зарождение магнитных неоднородностей на уединенных дефектах ферромагнетика / Е.Б. Магадеев, Р.М. Вахитов // ТМФ. – 2015. – Т.184, №1. – С.134–144.
- A7. Магадеев, Е.Б. Структура магнитных неоднородностей в пленках с топологическими особенностями / Е.Б. Магадеев, Р.М. Вахитов // Письма в ЖЭТФ. – 2022. – Т.115, №2. – С.123-128.
- A8. Magadeev, E. Mechanism of Topology Change of Flat Magnetic Structures / E. Magadeev, R. Vakhitov, I. Sharafullin // Entropy. – 2022. – 24, 1104.
- A9. Магадеев, Е.Б. Теория вихреподобных структур в перфорированных магнитных пленках с учетом размагничивающих полей / Е.Б. Магадеев, Р.М. Вахитов, Р.Р. Канбеков // ЖЭТФ. – 2022. – Т.162, №3(9). – С.417-425.

- A10. Magadeev, E.B. Stability of nontrivial magnetic structures in ferromagnetic films with antidots / E.B. Magadeev, R.M. Vakhitov, R.R. Kanbekov // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2023. – 35, 015802.
- A11. Магадеев, Е.Б. Особенности формирования плоских неоднородных структур в наноразмерных магнитных пленках / Е.Б. Магадеев, Р.М. Вахитов, Р.Р. Канбеков // ЖЭТФ. – 2023. – Т. 163, №1. – С.78-86.
- A12. Magadeev, E.B. Two methods of forming flat magnetic structures in magnetic films with topological features / E.B. Magadeev, R.M. Vakhitov, R.R. Kanbekov // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2023. – 35(21), 215801.
- A13. Magadeev, E.B. Vortex-like nano-objects in perforated permalloy films / E.B. Magadeev, R.M. Vakhitov, R.R. Kanbekov // Europhysics Letters. – 2023. – 142(2), 26001.
- A14. Магадеев, Е.Б. Невзаимность проявления флексомагнитоэлектрического эффекта относительно знака воздействующих зарядов / Е.Б. Магадеев, Р.М. Вахитов // Письма в ЖЭТФ. – 2023. – Т. 118, №6. – С.449-454.
- A15. Magadeev, E.B. Effect of inhomogeneous magnetoelectric interaction on flat magnetic structures / E.B. Magadeev, R.M. Vakhitov // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2023. – 587, 171230.
- A16. Магадеев, Е.Б. Влияние однородного электрического поля на вихреподобные магнитные структуры в перфорированных пленках / Е.Б. Магадеев, Р.М. Вахитов // ЖЭТФ. 2024. – Т. 165, №5. – С. 673.
- A17. Magadeev, E.B. Impact of an external magnetic field on vortex-like magnetic structures in perforated films / E.B. Magadeev, R.M. Vakhitov, R.R. Kanbekov // Physica B: Condensed Matter. – 2024. – 690, 416136.
- A18. Magadeev, E.B. Features of magnetic structures in perforated films due to the finite thickness of the sample / E.B. Magadeev, R.M. Vakhitov, R.R. Kanbekov // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2024. – 36(42), 425802.
- A19. Magadeev, E.B. Effect of electric field on vortex-like structures in a planar magnet / E.B. Magadeev, R.M. Vakhitov // Physica Scripta. – 2025. – 100(1), 015535.

- A20.Магадеев, Е.Б. Управление топологией магнитных структур в перфорированной пленке посредством электрического поля / Е.Б. Магадеев, Р.М. Вахитов // Письма в ЖЭТФ. – 2025. – 121 (2), 98-103.
- A21.Магадеев, Е.Б. Движение доменных границ в планарных магнетиках под действием электрического поля / Е.Б. Магадеев, Р.М. Вахитов // ЖЭТФ. – 2025. – Т. 167, №2. – С. 249.
- A22.Magadeev, E.B. Edge effects in a planar magnet caused by the impact of an electric field / E.B. Magadeev, R.M. Vakhitov // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2025. – 37, 145803.
- A23.Magadeev, E.B. Topologically protected magnetic structures in perforated multilayer films / E.B. Magadeev, R.R. Nugumanov, I.F. Sharafullin // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2025. – 37, 175801.

Список литературы

1. Moore, G.E. Gramming more components onto integrated circuits / G.E. Moore // Electronics. – 1965. – V.35. – P.114.
2. Вернер, В.Д. Закону Мура 50 лет: завершение или изменение? / В.Д. Вернер, Е.В. Кузнецов, А.Н. Сауров // Наноиндустрия. – 2015. – Т.6(60). – С.50-63.
3. Вандер, П.Дж. Python для сложных задач: наука о данных и машинное обучение. СПб.: Питер. 2018. – 576 с.
4. Башир, И. Блокчейн: архитектура, криптовалюты, инструменты разработки, смартконтракты. М.: ДМК Пресс. 2019. – 538 с.
5. Forrester, J.W. Digital information storage in three dimensions using magnetic cores / J.W. Forrester // J. Appl. Phys. – 1951. – V.22. – P.44.
6. Mathias, J.S. Plated-wire technology: a critical review / J.S. Mathias, G.A. Fedde // IEEE Trans. Magnetics. – 1969. – V.5. – P.728.
7. О’Делл, Т. Ферромагнетодинамика. Динамика ЦМД, доменов и доменных стенок. М.: Мир, 1983. – 256 с.
8. Bobeck, A.H. Properties and device applications of magnetic domains in orthoferrites / A.H. Bobeck // Bell Syst. Tech. Journ. – 1967. – V.46. – P.1901.
9. Sherwood, R.C. Domain behavior in some transparent magnetic oxides / R.C. Sherwood, J.P. Remeika, H.J. Williams // J. Appl. Phys. – 1959. – V.30. – P.217.
10. Kaczer, J. The thickness dependence of the domain structure of magnetoplumbite / J. Kaczer, B. Gemperle // Czechoslov. J. Phys. – 1960. – V.10. – P.505-510.
11. Fert, A. Megnetic skyrmions: advances in physics and potential applications / A. Fert, N. Reyren, V. Cros // Nat. Rev. Mater. – 2017. – V.2. – P.17031.
12. Косевич, А.М. Нелинейная динамика намагниченности в ферромагнетиках. Динамические и топологические солитоны (обзор) / А.М. Косевич // ФММ. – 1982. – Т.53. – С.420-446.

13. Everschor-Sitte, K. Magnetic skyrmions – Overview of recent progress in an active research field // K. Everschor-Sitte, J. Masell, R.M. Reeve, M. Klaui // *J. Appl. Phys.* – 2018. – V.124. – P.1-17.
14. Самардак, А.С. Топологически нетривиальные спиновые структуры в тонких магнитных пленках / А.С. Самардак, А.Г. Колесников, А.В. Давыденко, М.Е. Стеблій, А.В. Огнев // *ФММ.* – 2022. – Т. 123. – С.260-283.
15. Schulz, T. Emergent electrodynamics of skyrmions in a chiral magnet / T. Schulz, R. Ritz, A. Bauer, M. Halder, M. Wagner, C. Franz, C. Pfleiderer, K. Everschor, M. Garst, A. Rosch // *Nature Physics.* – 2012. – V.3. – P.6.
16. Muhlbauer, S. Skyrmion lattice in chiral magnet / S. Muhlbauer, B. Binz, F. Jonietz, C. Pfleiderer, A. Rosch, A. Neubauner, R. Georgii, P. Boni // *Science.* – 2009. – V.323. – P.915-919.
17. Bogdanov, A.N. Thermodynamically stable magnetic vortex in magnetic crystals / A.N. Bogdanov, A. Hubert // *J. Magn. Magn. Mater.* – 1994. – V.138. – P.255-269.
18. Luo, S. Skyrmion devices for memory and logic applications / S. Luo, Y. Long // *APL Mater.* – 2021. – V.9. – 050901.
19. Moreau-Luchaire, C. Additive interfacial chiral interaction in multilayers for stabilization of small individual skyrmions at room temperature / C. Moreau-Luchaire, C. Mouta, N. Reyren, J. Sampaio, C.A. Vaz, N. Van Horne, K. Bouzehouane, K. Garcia, C. Deranlot, P. Warnicke, P. Wohlhuter, J.-M. George, M. Weigand, J. Raabe, V. Cros, A. Fert // *Nat. Nanotechnol.* – 2016. – V.11. – P.444-448.
20. Ho, P. Geometrically tailored skyrmions at zero magnetic field in multilayered nanostructures / P. Ho, A.K.C. Tan, S. Goolaup, A.L. Gonzalez-Oyarce, R. Masapogu, L.S. Huang, A. Soumyanarayanan, C. Panagopoulos // *Phys. Rev. Appl.* – 2019. – V.11. – 024064.
21. El Hog, S. Frustrated antiferromagnetic triangular lattice with Dzyaloshinskii–Moriya interaction: Ground states, spin waves, skyrmion crystal, phase

- transition / S. El Hog, I.F. Sharafullin, H.T. Diep, H. Garbouj, M. Debbichi, M. Said // J. Magn. Mater. – 2022. – V.563. – 169920.
22. Hubert, A., Shafer, R. Magnetic domains. Verlin: Springer-Verlag. 2007. – 696 p.
23. Плавский, В.В. Структура и ориентация доменных границ в (111)-пластинах кубических ферромагнетиков / В.В. Плавский, М.А. Шамсутдинов, Б.Н. Филиппов // ФММ. – 1999. – Т.88. – С.22.
24. Зайкова, В.А., Старцева, И.Е., Филиппов, Б.Н. Доменная структура и магнитные свойства электротехнических сталей. М.: Наука, 1992. – 272 с.
25. Филиппов, Б.Н. Микромагнитные структуры и их нелинейные свойства. Екатеринбург: УрО РАН. 2020. – 380 с.
26. Papavasileiou, A.V. Ferromagnetic elements in two-dimensional materials: 2D magnets and beyond / A.V. Papavasileiou, M. Menelaou, K.J. Sarkar, Z. Sofer, L. Polavarapu, S. Mourdikoudis // Adv. Func. Mater. – 2024. – V.34. – 2309046.
27. Cowburn, R.P. Magnetic domain formation in lithographically defined antidot permalloy arrays / R.P. Cowburn, A.O. Adeyeye, J.A. Bland // Appl. Phys. Lett. – 1997. – V.70. – P.2309.
28. Ryan, S.D. Rayleigh approximation to ground state of the Bose and Coulomb glasses / S.D. Ryan, V. Mityushev, V.M. Vinokur, L. Berlyand // Sci. Rep. – 2015. – V.5. – P.7821.
29. Вахитов, Р.М. Вихреподобные образования на дефектах магнитоодноосных пленок / Р.М. Вахитов, А.А. Ахметова, Р.В. Солонецкий // ФТТ. – 2019. – Т.61(3). – С.453-459.
30. Hurst, S.L. Multiple-valued logic – its status and its future / S.L. Hurst // IEEE Trans. on Computers. – 1984. – V.C-33. – P.1160-1179.
31. Васильев, В.И. Тринарный процессор как уникальная технология будущего / В.И. Васильев // Вестник современных цифровых технологий. – 2025. – Т.22. – С.4-11.

32. Брусенцов, Н.П, Маслов, С.П., Розин, В.П., Тишулина, А.М. Малая цифровая вычислительная машина «Сетунь». М.: Изд-во МГУ. 1965. – 145 с.
33. Spaldin, N.A. Multiferroics beyond electric-field control of magnetism / N.A. Spaldin // *Proc. R. Soc. A.* – 2016. – V.476. – 20190542.
34. Пятаков, А.П. Магнитоэлектрические материалы и мультиферроики / А.П. Пятаков, А.К. Звездин // *УФН.* – 2012. – Т.182. – С.593-620.
35. Батуров, Л.Н. Нелинейные магнитоэлектрические и диэлектрические свойства Ni–I борацита / Л.Н. Батуров, Б.И. Альшин, Ю.Н. Ярмухамедов // *ФТТ.* – 1978. – V.20. – Р.1300.
36. Аплеснин, С.С. Магнитоэлектрический эффект в пленках $\text{Ce}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ / С.С. Аплеснин, А.Н. Масюгин, М.Н. Ситников, В.А. Кецко, М.Н. Смирнов, К.И. Янушкевич // *Письма в ЖЭТФ.* – 2020. – Т.112. – С.680.
37. Goto, T. Ferroelectricity and giant magnetocapacitance in perovskite rare-earth manganites / T. Goto, T. Kimura, G. Lawes, A.P. Ramirez, Y. Tokura // *Phys. Rev. Lett.* – 2004. – V.92. – 257201.
38. Кричевцов, Б.Б. Линейное и квадратичное по электрическому полю невзаимное вращение плоскости поляризации света в антиферромагнетике Cr_2O_3 / Б.Б. Кричевцов, В.В. Павлов, Р.В. Писарев // *Письма в ЖЭТФ.* – 1986. – Т.44. – С.471.
39. Saito, M. Periodic rotation of magnetization in a non-centrosymmetric soft magnet induced by an electric field / M. Saito, K. Ishikawa, S. Konno, K. Taniguchi, T. Arima // *Nat. Mater.* – 2009. – V.8. – P.634.
40. Логгинов, А.С. Магнитоэлектрическое управление доменными границами в пленке феррита-граната / А.С. Логгинов, Г.А. Мешков, А.В. Николаев, А.П. Пятаков // *Письма в ЖЭТФ.* – 2007. – Т.86. – С.124-127.
41. Meshkov, G.A. Writing vortex memory bits using electric field / G.A. Meshkov, A.P. Pyatakov, A.D. Belanovsky, K.A. Zvezdin, A.S. Logginov // *J. Magn. Soc. Jpn.* – 2012. – V.36. – P.45-48.

42. Куликова, Д.П. Зарождение цилиндрических магнитных доменов в пленках ферритов гранатов с помощью электрического зонда / Д.П. Куликова, А.П. Пятаков, Е.П. Николаева, А.С. Сергеев, Т.Б. Косых, З.А. Пятакова, А.В. Николаев, А.К. Звездин // Письма в ЖЭТФ. – 2016. – Т.104. – С.196-200.
43. Барьяхтар, В.Г. Теория неоднородного магнитоэлектрического эффекта / В.Г. Барьяхтар, В.А. Львов, Д.А. Яблонский // Письма в ЖЭТФ. – 1983. – Т.37(12). – С.565.
44. Каминский, А.С. К механизму магнитоэлектрических явлений в пленках ферритов-гранатов / А.С. Каминский, Н.В. Мясников, А.П. Пятаков // ФММ. – 2023. – Т.124(2). – С.190-195.
45. Рандошкин, В.В., Червоненкис, А.Я. Прикладная магнитооптика. М.: Энергоатомиздат. 1990. – 320 с.
46. Donahue, M.J., Porter, D.G. OOMMF User's Guide, version 2.0a3. National Institute of Standard and Technolog: Gaithersburg, MD, USA. 2021.
47. Beg, M. Ubermag: Toward More Effective Micromagnetic Workflows / M. Beg, M. Lang, H. Fangohr // IEEE Transactions on Magnetism. – 2022. – V.58(2). – P.1-5.
48. Hellman, F. Interface-induced phenomena in magnetism / F. Hellman, A. Hoffmann, Y. Tserkovnyak, G.S. Beach, E.E. Fullerton, C. Leighton, A.H. MacDonald, D.C. Ralph, D.A. Arena, H.A. Dürr, P. Fischer, J. Grollier, J.P. Heremans, T. Jungwirth, A.V. Kimel, B. Koopmans, I.N. Krivorotov, S.J. May, A.K. Petford-Long, J.M. Rondinelli, N. Samarth, I.K. Schuller, A.N. Slavin, M.D. Stiles, O. Tchernyshyov, A. Thiaville, B.L. Zink // Rev. Mod. Phys. – 2017. – V.89. – 025006.
49. Soumyanarayanan, A. Emergent phenomena induced by spin–orbit coupling at surfaces and interfaces / A. Soumyanarayanan, N. Reyren, A. Fert, C. Panagopoulos // Nature. – 2016. – V.539. – 509.

50. Remoissenet, M. Waves Called Solitons: Concepts and Experiments / M. Remoissenet, J.A. Whitehead // *Am. J. Phys. Adv. Texts Phys.* – 1995. – V.63. – 381.
51. Khaykovich, L. Formation of a Matter-Wave Bright Soliton / L. Khaykovich // *Science.* – 2002. – V.296. – 1290.
52. Herr, T. Temporal solitons in optical microresonators / T. Herr, V. Brasch, J.D. Jost, C.Y. Wang, N.M. Kondratiev, M.L. Gorodetsky, T.J. Kippenberg // *Nat. Photonics.* – 2014. – V.8. – 145.
53. Komarov, A. Nature of soliton interaction in fiber lasers with continuous external optical injection / A. Komarov, K. Komarov, A. Niang, F. Sanchez // *Phys. Rev. A.* – 2014. – V.89. – 013833.
54. Kläui, M. Direct Observation of Domain-Wall Configurations Transformed by Spin Currents / M. Kläui, P.O. Jubert, R. Allenspach, A. Bischof, J.A. Bland, G. Faini, U. Rüdiger, C.A. Vaz, L. Vila, C. Vouille // *Phys. Rev. Lett.* – 2005. – V.95. – 026601.
55. Parkin, S.S.P. Magnetic Domain-Wall Racetrack Memory / S.S.P. Parkin, M. Hayashi, L. Thomas // *Science.* – 2008. – V.320. – 190.
56. Miron, I.M. Fast current-induced domain-wall motion controlled by the Rashba effect / I.M. Miron, T. Moore, H. Szambolics, L.D. Buda-Prejbeanu, S. Auffret, B. Rodmacq, S. Pizzini, J. Vogel, M. Bonfim, A. Schuhl, G. Gaudin // *Nat. Mater.* – 2011. – V.10. – 419.
57. Ryu, K.-S. Chiral spin torque at magnetic domain walls / K.-S. Ryu, L. Thomas, S.-H. Yang, S. Parkin // *Nat. Nanotechnol.* – 2013. – V.8. – 527.
58. Emori, S. Current-driven dynamics of chiral ferromagnetic domain walls / S. Emori, U. Bauer, S.M. Ahn, E. Martinez, G.S. Beach // *Nat. Mater.* – 2013. – V.12. – 611.
59. Cowburn, R.P. Single-Domain Circular Nanomagnets / R.P. Cowburn, D.K. Koltsov, A.O. Adeyeye, M.E. Welland, D.M. Tricker // *Phys. Rev. Lett.* – 1999. – V.83. – 1042.

60. Wachowiak, A. Direct Observation of Internal Spin Structure of Magnetic Vortex Cores / A. Wachowiak, J. Wiebe, M. Bode, O. Pietzsch, M. Morgenstern, R. Wiesendanger // *Science*. – 2002. – V.298. – 577.
61. Yamada, K. Electrical switching of the vortex core in a magnetic disk / K. Yamada, S. Kasai, Y. Nakatani, K. Kobayashi, H. Kohno, A. Thiaville, T. Ono // *Nat. Mater.* – 2007. – V.6. – 270.
62. Pribiag, V.S. Magnetic vortex oscillator driven by d.c. spin-polarized current / V.S. Pribiag, I.N. Krivorotov, G.D. Fuchs, P.M. Braganca, O. Ozatay, J.C. Sankey, D.C. Ralph, R.A. Buhrman // *Nat. Phys.* – 2007. – V.3. – 498.
63. Ruotolo, A. Phase-locking of magnetic vortices mediated by antivortices / A. Ruotolo, V. Cros, B. Georges, A. Dussaux, J. Grollier, C. Deranlot, R. Guillemet, K. Bouzehouane, S. Fusil, A. Fert // *Nat. Nanotechnol.* – 2009. – V.4. – 528.
64. Im, M.-Y. Symmetry breaking in the formation of magnetic vortex states in a permalloy nanodisk / M.-Y. Im, P. Fischer, K. Yamada, T. Sato, S. Kasai, Y. Nakatani, T. Ono // *Nat. Commun.* – 2012. – V.3. – 983.
65. Giordano, A. Micromagnetic Study of Spin-Transfer-Driven Vortex Dipole and Vortex Quadrupole Dynamics / A. Giordano, V. Puliafito, L. Torres, M. Carpentieri, B. Azzerboni, G. Finocchio // *IEEE Trans. Magn.* – 2014. – V.50. – 1.
66. Sluka, V. Spin-torque-induced dynamics at fine-split frequencies in nano-oscillators with two stacked vortices / V. Sluka, A. Kákay, A.M. Deac, D.E. Bürgler, C.M. Schneider, R. Hertel // *Nat. Commun.* – 2015. – V.6. – 6409.
67. Komineas, S. Skyrmion dynamics in chiral ferromagnets / S. Komineas, N. Papanicolaou // *Phys. Rev. B*. – 2015. – V.92. – 064412.
68. Vukadinovic, N. Three-dimensional micromagnetic simulations of magnetic excitations in cylindrical nanodots with perpendicular anisotropy / N. Vukadinovic, F. Boust // *Phys. Rev. B*. – 2007. – V.75 – 014420.
69. Ozatay, O. Probing activation energy barrier distribution for reversal of strongly exchange-coupled magnetic multilayer thin films / O. Ozatay, T.

- Hauet, S.H. Florez, J.A. Katine, A. Moser, J.U. Thiele, L. Folks, B.D. Terris // Appl. Phys. Lett. – 2009. – V.95. – 172502.
70. Makhfudz, I. Inertia and Chiral Edge Modes of a Skyrmion Magnetic Bubble / I. Makhfudz, B. Krüger, O. Tchernyshyov // Phys. Rev. Lett. – 2012. – V.109. – 217201.
 71. Liu, T. Reproducible formation of single magnetic bubbles in an array of patterned dots / T. Liu, V. Puliafito, F. Montaigne, S. Petit, C. Deranlot, S. Andrieu, O. Ozatay, G. Finocchio, T. Hauet // J. Phys. D Appl. Phys. – 2016. – V.49. – 245002.
 72. Pokrovsky, V.L. Properties of ordered, continuously degenerate systems / V. L. Pokrovsky // Adv. Phys. – 1979. – V.28. – 595.
 73. Heinze, S. Spontaneous atomic-scale magnetic skyrmion lattice in two dimensions / S. Heinze, K. Von Bergmann, M. Menzel, J. Brede, A. Kubetzka, R. Wiesendanger, G. Bihlmayer, S. Blügel // Nat. Phys. – 2011. – V.7. – 713.
 74. Yu, X.Z. Real-space observation of a two-dimensional skyrmion crystal / X.Z. Yu, Y. Onose, N. Kanazawa, J.H. Park, J.H. Han, Y. Matsui, N. Nagaosa, Y. Tokura // Nature. – 2010. – V.465. – 901.
 75. Yu, X.Z. Near room-temperature formation of a skyrmion crystal in thin-films of the helimagnet FeGe / X.Z. Yu, N. Kanazawa, Y. Onose, K. Kimoto, W.Z. Zhang, S. Ishiwata, Y. Matsui, Y. Tokura // Nat. Mater. – 2011. – V.10. – 106.
 76. Jonietz, F. Spin Transfer Torques in MnSi at Ultralow Current Densities / F. Jonietz, S. Mühlbauer, C. Pfleiderer, A. Neubauer, W. Münzer, A. Bauer, T. Adams, R. Georgii, P. Böni, R. A. Duine, K. Everschor, M. Garst, A. Rosch // Science. – 2010. – V.330. – 1648.
 77. Nagaosa, N. Topological properties and dynamics of magnetic skyrmions / N. Nagaosa, Y. Tokura // Nat. Nanotechnol. – 2013. – V.8. – 899.
 78. Wiesendanger, R. Nanoscale magnetic skyrmions in metallic films and multilayers: a new twist for spintronics / R. Wiesendanger // Nat. Rev. Mater. – 2016. – V.1. – 16044.

79. Kang, W. Skyrmion-Electronics: An Overview and Outlook / W. Kang, Y. Huang, X. Zhang, Y. Zhou, W. Zhao // *Proc. IEEE.* – 2016. – V.104. – 2040.
80. Finocchio, G. Magnetic skyrmions: from fundamental to applications / G. Finocchio, F. Büttner, R. Tomasello, M. Carpentieri, M. Kläui // *J. Phys. D Appl. Phys.* – 2016. – V.49. – 423001.
81. Garst, M. Collective spin excitations of helices and magnetic skyrmions: review and perspectives of magnonics in non-centrosymmetric magnets / M. Garst, J. Waizner, D. Grundler // *J. Phys. D Appl. Phys.* – 2017. – V.50. – 293002.
82. Jiang, W. Skyrmions in magnetic multilayers / W. Jiang, G. Chen, K. Liu, J. Zang, S.G. te Velthuis, A. Hoffmann // *Phys. Rep.* – 2017. – V.704. – 1.
83. Leonov, A.O. The properties of isolated chiral skyrmions in thin magnetic films / A.O. Leonov, T.L. Monchesky, N. Romming, A. Kubetzka, A.N. Bogdanov, R. Wiesendanger // *New J. Phys.* – 2016. – V.18. – 065003.
84. Dzyaloshinskii, I. A thermodynamic theory of “weak” ferromagnetism of antiferromagnetics / I. Dzyaloshinskii // *J. Phys. Chem. Solids.* – 1958. – V.4. – 241.
85. Moriya, T. Anisotropic Superexchange Interaction and Weak Ferromagnetism / T. Moriya // *Phys. Rev.* – 1960. – V.120. – 91.
86. Skyrme, T.H. A unified field theory of mesons and baryons / T.H. Skyrme // *Nucl. Phys.* – 1962. – V.31. – 556.
87. Boulle, O. Room-temperature chiral magnetic skyrmions in ultrathin magnetic nanostructures / O. Boulle, J. Vogel, H. Yang, S. Pizzini, D. De Souza Chaves, A. Locatelli, T.O. Mente, A. Sala, L.D. Buda-Prejbeanu, O. Klein, M. Belmeguenai, Y. Roussigné, A. Stashkevich, S. Mourad Chérif, L. Aballe, M. Foerster, M. Chshiev, S. Auffret, I.M. Miron, G. Gaudin // *Nat. Nanotechnol.* – 2016. – V.11. – 449.
88. Woo, S. Observation of room-temperature magnetic skyrmions and their current-driven dynamics in ultrathin metallic ferromagnets / S. Woo, K. Litzius, B. Krüger, M.-Y. Im, L. Caretta, K. Richter, M. Mann, A. Krone, R.M. Reeve,

- M. Weigand, P. Agrawal, I. Lemesh, M.A. Mawass, P. Fischer, M. Kläui, G.S. Beach // *Nat. Mater.* – 2016. – V.15. – 501.
89. Sampaio, J. Nucleation, stability and current-induced motion of isolated magnetic skyrmions in nanostructures / J. Sampaio, V. Cros, S. Rohart, A. Thiaville, A. Fert // *Nat. Nanotechnol.* – 2013. – V.8. – 839.
 90. Tomasello, R. A strategy for the design of skyrmion racetrack memories / R. Tomasello, E. Martinez, R. Zivieri, L. Torres, M. Carpentieri, G. Finocchio // *Sci. Rep.* – 2014. – V.4. – 6784.
 91. Zhang, X. Skyrmion-skyrmion and skyrmion-edge repulsions in skyrmion-based racetrack memory / X. Zhang, G.P. Zhao, H. Fangohr, J.P. Liu, W.X. Xia, J. Xia, F.J. Morvan // *Sci. Rep.* – 2015. – V.5. – 7643.
 92. Chen, G. Ternary superlattice boosting interface-stabilized magnetic chirality / G. Chen, A.T. N'Diaye, Y. Wu, A.K. Schmid // *Appl. Phys. Lett.* – 2015. – V.106. – 062402.
 93. Leonov, A.O. Asymmetric isolated skyrmions in polar magnets with easy-plane anisotropy / A.O. Leonov, I. Kézsmárki // *Phys. Rev. B.* – 2017. – V.96. – 014423.
 94. Meynell, S.A. Neutron study of in-plane skyrmions in MnSi thin films / S.A. Meynell, M.N. Wilson, K.L. Krycka, B.J. Kirby, H. Fritzsche, T.L. Monchesky // *Phys. Rev. B.* – 2017. – V.96. – 054402.
 95. Chen, G. Out-of-plane chiral domain wall spin-structures in ultrathin in-plane magnets / G. Chen, S.P. Kang, C. Ophus, A.T. N'Diaye, H.Y. Kwon, R.T. Qiu, C. Won, K. Liu, Y. Wu, A.K. Schmid // *Nat. Commun.* – 2017. – V.8. – 15302.
 96. Ezawa, M. Compact merons and skyrmions in thin chiral magnetic films / M. Ezawa // *Phys. Rev. B.* – 2011. – V.83. – 100408.
 97. Miled, P. Unwinding of a Skyrmion Lattice by Magnetic Monopoles / P. Milde, D. Köhler, J. Seidel, L.M. Eng, A. Bauer, A. Chacon, J. Kindervater, S. Mühlbauer, C. Pfleiderer, S. Buhrandt, C. Schütte, A. Rosch // *Science.* – 2013. – V.340. – 1076.

98. Müller, J. Magnetic Skyrmions and Skyrmion Clusters in the Helical Phase of Cu_2OSeO_3 / J. Müller, J. Rajeswari, P. Huang, Y. Murooka, H.M. Rønnow, F. Carbone, A. Rosch // *Phys. Rev. Lett.* – 2017. – V.119. – 137201.
99. You, C.-Y. Critical Dzyaloshinskii–Moriya interaction energy density for the skyrmion states formation in ultrathin ferromagnetic layer / C.-Y. You, N.H. Kim // *Curr. Appl. Phys.* – 2015. – V.15. – 298.
100. Prychynenko, D. Magnetic Skyrmion as a Nonlinear Resistive Element: A Potential Building Block for Reservoir Computing / D. Prychynenko, M. Sitte, K. Litzius, B. Krüger, G. Bourianoff, M. Kläui, J. Sinova, K. Everschor-Sitte // *Phys. Rev. Appl.* – 2018. – V.9. – 014034.
101. Bourianoff, G. Potential implementation of reservoir computing models based on magnetic skyrmions / G. Bourianoff, D. Pinna, M. Sitte, K. Everschor-Sitte // *AIP Adv.* – 2018. – V.8. – 055602.
102. Bode, M. Chiral magnetic order at surfaces driven by inversion asymmetry / M. Bode, M. Heide, K. Von Bergmann, P. Ferriani, S. Heinze, G. Bihlmayer, A. Kubetzka, O. Pietzsch, S. Blügel, R. Wiesendanger // *Nature*. – 2007. – V.447. – 190.
103. Pfleiderer, C. Skyrmion lattices in metallic and semiconducting B20 transition metal compounds / C. Pfleiderer, T. Adams, A. Bauer, W. Biberacher, B. Binz, F. Birkelbach, P. Böni, C. Franz, R. Georgii, M. Janoschek, F. Jonietz, T. Keller, R. Ritz, S. Mühlbauer, W. Münzer, A. Neubauer, B. Pedersen, A. Rosch // *J. Phys. Condens. Matter*. – 2010. – V.22. – 164207.
104. Seki, S. Observation of Skyrmions in a Multiferroic Material / S. Seki, X.Z. Yu, S. Ishiwata, Y. Tokura // *Science*. – 2012. – V.336. – 198.
105. Adams, T. Long-Wavelength Helimagnetic Order and Skyrmion Lattice Phase in Cu_2OSeO_3 / T. Adams, A. Chacon, M. Wagner, A. Bauer, G. Brandl, B. Pedersen, H. Berger, P. Lemmens, C. Pfleiderer // *Phys. Rev. Lett.* – 2012. – V.108. – 1.
106. Fert, A. Skyrmions on the track / A. Fert, V. Cros, J. Sampaio // *Nat. Nanotechnol.* – 2013. – V.8. – 152.

107. Tolley, R. Room-temperature observation and current control of skyrmions in Pt/Co/Os/Pt thin films / R. Tolley, S.A. Montoya, E.E. Fullerton // *Phys. Rev. Mater.* – 2018. – V.2. – 044404.
108. Khan, R.A. Magnetic domain texture and the Dzyaloshinskii-Moriya interaction in Pt/Co/IrMn and Pt/Co/FeMn thin films with perpendicular exchange bias / R.A. Khan, H.T. Nembach, M. Ali, J.M. Shaw, C.H. Marrows, T.A. Moore // *Phys. Rev. B.* – 2018. – V.98. – 064413.
109. Leonov, A.O. Multiply periodic states and isolated skyrmions in an anisotropic frustrated magnet / A.O. Leonov, M. Mostovoy // *Nat. Commun.* – 2015. – V.6. – 8275.
110. Leonov, A.O. Edge states and skyrmion dynamics in nanostripes of frustrated magnets / A.O. Leonov, M. Mostovoy // *Nat. Commun.* – 2017. – V.8. – 14394.
111. Hayami, S. Bubble and skyrmion crystals in frustrated magnets with easy-axis anisotropy / S. Hayami, S.Z. Lin, C.D. Batista // *Phys. Rev. B.* – 2016. – V.93. – 184413.
112. Sutcliffe, P. Skyrmion Knots in Frustrated Magnets / P. Sutcliffe // *Phys. Rev. Lett.* – 2017. – V.118. – 247203.
113. Zhang, X. Skyrmion dynamics in a frustrated ferromagnetic film and current-induced helicity locking-unlocking transition / X. Zhang, J. Xia, Y. Zhou, X. Liu, H. Zhang, M. Ezawa // *Nat. Commun.* – 2017. – V.8. – 1717.
114. Gilbert, D.A. Realization of ground-state artificial skyrmion lattices at room temperature / D.A. Gilbert, B.B. Maranville, A.L. Balk, B.J. Kirby, P. Fischer, D.T. Pierce, J. Unguris, J.A. Borchers, K. Liu // *Nat. Commun.* – 2015. – V.6. – 8462.
115. Yu, G. Room-Temperature Skyrmions in an Antiferromagnet-Based Heterostructure / G. Yu, A. Jenkins, X. Ma, S.A. Razavi, C. He, G. Yin, Q. Shao, Q.L. He, H. Wu, W. Li, W. Jiang, X. Han, X. Li, A.C. Bleszynski Jayich, P.K. Amiri, K.L. Wang // *Nano Lett.* – 2018. – V.18. – 980.
116. Maccariello, D. Electrical detection of single magnetic skyrmions in metallic multilayers at room temperature / D. Maccariello, W. Legrand, N. Reyren, K.

- Garcia, K. Bouzehouane, S. Collin, V. Cros, A. Fert // *Nat. Nanotechnol.* – 2018. – V.13. – 233.
117. Soumyanarayanan, A. Tunable room-temperature magnetic skyrmions in Ir/Fe/Co/Pt multilayers / A. Soumyanarayanan, M. Raju, A.L. Gonzalez Oyarce, A.K.C. Tan, M.-Y. Im, A.P. Petrović, P. Ho, K.H. Khoo, M. Tran, C.K. Gan, F. Ernult, C. Panagopoulos // *Nat. Mater.* – 2017. – V.16. – 898.
 118. Yagil, A. Stray field signatures of Néel textured skyrmions in Ir/Fe/Co/Pt multilayer films / A. Yagil, A. Almoalem, A. Soumyanarayanan, A.K. Tan, M. Raju, C. Panagopoulos, O.M. Auslaender // *Appl. Phys. Lett.* – 2018. – V.112. – 192403.
 119. Samardak, A. Enhanced interfacial Dzyaloshinskii-Moriya interaction and isolated skyrmions in the inversion-symmetry-broken Ru/Co/W/Ru films / A. Samardak, A. Kolesnikov, M. Stebliy, L. Chebotkevich, A. Sadovnikov, S. Nikitov, A. Talapatra, J. Mohanty, A. Ognev // *Appl. Phys. Lett.* – 2018. – V.112. – 192406.
 120. Zeissler, K. Pinning and hysteresis in the field dependent diameter evolution of skyrmions in Pt/Co/Ir superlattice stacks / K. Zeissler, M. Mruczkiewicz, S. Finizio, J. Raabe, P.M. Shepley, A.V. Sadovnikov, S.A. Nikitov, K. Fallon, S. McFadzean, S. McVitie, T.A. Moore, G. Burnell, C.H. Marrows // *Sci. Rep.* – 2017. – V.7. – 15125.
 121. Rowland, J. Skyrmions in chiral magnets with Rashba and Dresselhaus spin-orbit coupling / J. Rowland, S. Banerjee, M. Randeria // *Phys. Rev. B.* – 2016. – V.93. – 020404.
 122. Kim, K.-W. Asymmetric skyrmion Hall effect in systems with a hybrid Dzyaloshinskii-Moriya interaction / K.-W. Kim, K.-W. Moon, K. Everschor-Sitte // *Phys. Rev. B.* – 2018. – V.97. – 224427.
 123. Hoffman, M. Antiskyrmions stabilized at interfaces by anisotropic Dzyaloshinskii-Moriya interactions / M. Hoffmann, B. Zimmermann, G.P. Müller, D. Schürhoff, N.S. Kiselev, C. Melcher, S. Blügel // *Nat. Commun.* – 2017. – V.8. – 308.

124. Hals, K.M. New Boundary-Driven Twist States in Systems with Broken Spatial Inversion Symmetry / K.M. Hals, K. Everschor-Sitte // *Phys. Rev. Lett.* – 2017. – V.119. – 127203.
125. Zhang, S. Reciprocal space tomography of 3D skyrmion lattice order in a chiral magnet / S. Zhang, G.V.D. Laan, L. Heinen, M. Garst, A. Bauer, H. Berger, C. Pfleiderer, T. Hesjedal // *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* – 2018. – V.115. – 1.
126. Rohart, S. Skyrmion confinement in ultrathin film nanostructures in the presence of Dzyaloshinskii-Moriya interaction / S. Rohart, A. Thiaville // *Phys. Rev. B.* – 2013. – V.88, 184422.
127. Meynell, S.A. Surface twist instabilities and skyrmion states in chiral ferromagnets / S.A. Meynell, M.N. Wilson, H. Fritzsche, A.N. Bogdanov, T.L. Monchesky // *Phys. Rev. B.* – 2014. – V.90. – 014406.
128. Leonov, A.O. Chiral Surface Twists and Skyrmion Stability in Nanolayers of Cubic Helimagnets / A.O. Leonov, Y. Togawa, T.L. Monchesky, A.N. Bogdanov, J. Kishine, Y. Kousaka, M. Miyagawa, T. Koyama, J. Akimitsu, T. Koyama, K. Harada, S. Mori, D. McGrouther, R. Lamb, M. Krajenak, S. McVitie, R.L. Stamps, K. Inoue // *Phys. Rev. Lett.* – 2016. – V.117. – 087202.
129. Ezawa, M. Giant Skyrmions Stabilized by Dipole-Dipole Interactions in Thin Ferromagnetic Films / M. Ezawa // *Phys. Rev. Lett.* – 2010. – V.105. – 197202.
130. Gross, I. Skyrmion morphology in ultrathin magnetic films / I. Gross, W. Akhtar, A. Hrabec, J. Sampaio, L.J. Martinez, S. Chouaieb, B.J. Shields, P. Maletinsky, A. Thiaville, S. Rohart, V. Jacques // *Phys. Rev. Mater.* – 2017. – V.2. – 024406.
131. Dupé, B. Engineering skyrmions in transition-metal multilayers for spintronics / B. Dupé, G. Bihlmayer, M. Böttcher, S. Blügel, S. Heinze // *Nat. Commun.* – 2016. – V.7. – 11779.
132. Hagemester, J. Stability of single skyrmionic bits / J. Hagemester, N. Romming, K. Von Bergmann, E.Y. Vedmedenko, R. Wiesendanger // *Nat. Commun.* – 2015. – V.6. – 1.

133. Rózsa, L. Complex magnetic phase diagram and skyrmion lifetime in an ultrathin film from atomistic simulations / L. Rózsa, E. Simon, K. Palotás, L. Udvardi, L. Szunyogh // *Phys. Rev. B.* – 2016. – V.93. – 024417.
134. Rohart, S. Path to collapse for an isolated Néel skyrmion / S. Rohart, J. Miltat, A. Thiaville // *Phys. Rev. B.* – 2016. – V.93. – 1.
135. Wild, J. Entropy-limited topological protection of skyrmions / J. Wild, T.N. Meier, S. Pöllath, M. Kronseder, A. Bauer, A. Chacon, M. Halder, M. Schowalter, A. Rosenauer, J. Zweck, J. Müller, A. Rosch, C. Pfleiderer, C.H. Back // *Sci. Adv.* – 2017. – V.3. – e1701704.
136. Stosic, D. Paths to collapse for isolated skyrmions in few-monolayer ferromagnetic films / D. Stosic, J. Mulkers, B. Van Waeyenberge, T.B. Ludermir, M.V. Milošević // *Phys. Rev. B.* – 2017. – V.95. – 214418.
137. Vidal-Silva, N. Stability of Neel skyrmions in ultra-thin nanodots considering Dzyaloshinskii-Moriya and dipolar interactions / N. Vidal-Silva, A. Riveros, J. Escrig // *J. Magn. Magn. Mater.* – 2017. – V.443. – 116.
138. Bessarab, P.F. Lifetime of racetrack skyrmions / P.F. Bessarab, G.P. Müller, I.S. Lobanov, F.N. Rybakov, N.S. Kiselev, H. Jónsson, V.M. Uzdin, S. Blügel, L. Bergqvist, A. Delin // *Sci. Rep.* – 2018. – V.8. – 3433.
139. Desplat, L. Thermal stability of metastable magnetic skyrmions: Entropic narrowing and significance of internal eigenmodes / L. Desplat, D. Suess, J.-V. Kim, R.L. Stamps // *Phys. Rev. B.* – 2018. – V.98. – 134407.
140. El Hog, S. Stability and phase transition of skyrmion crystals generated by Dzyaloshinskii-Moriya interaction / S. El Hog, A. Bailly-Reyre, H.T. Diep // *J. Magn. Magn. Mater.* – 2018. – V.455. – 32.
141. Hervé, M. Stabilizing spin spirals and isolated skyrmions at low magnetic field exploiting vanishing magnetic anisotropy / M. Hervé, B. Dupé, R. Lopes, M. Böttcher, M. D. Martins, T. Balashov, L. Gerhard, J. Sinova, W. Wulfhekel // *Nat. Commun.* – 2018. – V.9. – 1015.

142. Büttner, F. Theory of isolated magnetic skyrmions: From fundamentals to room temperature applications / F. Büttner, I. Lemesh, G.S.D. Beach // *Sci. Rep.* – 2018. – V.8. – 4464.
143. Zelent, M. Bi-Stability of Magnetic Skyrmions in Ultrathin Multilayer Nanodots Induced by Magnetostatic Interaction / M. Zelent, J. Tóvik, M. Krawczyk, K.Y. Guslienko, M. Mruczkiewicz // *Phys. Stat. Sol. Rapid Res. Lett.* – 2017. – V.11. – 1700259.
144. Tejo, F. Distinct magnetic field dependence of Néel skyrmion sizes in ultrathin nanodots / F. Tejo, A. Riveros, J. Escrig, K.Y. Guslienko, O. Chubykalo-Fesenko // *Sci. Rep.* – 2018. – V.8. – 6280.
145. Behera, A.K. Size and shape of skyrmions for variable Dzyaloshinskii–Moriya interaction and uniaxial anisotropy / A.K. Behera, S.S. Mishra, S. Mallick, B.B. Singh, S. Bedanta // *J. Phys. D Appl. Phys.* – 2018. – V.51 – 28.
146. Pepper, R.A. Skyrmion states in thin confined polygonal nanostructures / R.A. Pepper, M. Beg, D. Cortés-Ortuño, T. Kluyver, M.A. Bisotti, R. Carey, M. Vousden, M. Albert, W. Wang, O. Hovorka, H. Fangohr // *J. Appl. Phys.* – 2018. – V.123. – 093903.
147. Yuan, H.Y. Skyrmions and multisublattice helical states in a frustrated chiral magnet / H.Y. Yuan, O. Gomonay, M. Kläui // *Phys. Rev. B.* – 2017. – V.96. – 134415.
148. Thiaville, A. Dynamics of Dzyaloshinskii domain walls in ultrathin magnetic films / A. Thiaville, S. Rohart, E. Jué, V. Cros, A. Fert // *Europhys. Lett.* – 2012. – V.100. – 57002.
149. Castro, M.A. Skyrmion core size dependence as a function of the perpendicular anisotropy and radius in magnetic nanodots / M.A. Castro, S. Allende // *J. Magn. Magn. Mater.* – 2016. – V.417. – 344.
150. Juge, R. Magnetic skyrmions in confined geometries: Effect of the magnetic field and the disorder / R. Juge, S.G. Je, D. de Souza Chaves, S. Pizzini, L.D. Buda-Prejbeanu, L. Aballe, M. Foerster, A. Locatelli, T.O. Mente, A. Sala, F.

- Maccherozzi, S.S. Dhesi, S. Auffret, E. Gautier, G. Gaudin, J. Vogel, O. Boulle // *J. Magn. Magn. Mater.* – 2018. – V.455. – 3.
151. Wang, X.S. A theory on skyrmion size / X.S. Wang, H.Y. Yuan, X.R. Wang // *Commun. Phys.* – 2018. – V.1. – 31.
 152. Li, S. Magnetic skyrmions: Basic properties and potential applications / S. Li, X. Wang, T. Rasing // *Interdisciplinary Materials.* – 2023. – V.2(2). – 260-289.
 153. Khanh, N.D. Nanometric square skyrmion lattice in a centrosymmetric tetragonal magnet / N.D. Khanh, T. Nakajima, X. Yu, S. Gao, K. Shibata, M. Hirschberger, Y. Yamasaki, H. Sagayama, H. Nakao, L. Peng, K. Nakajima, R. Takagi, T. Arima, Y. Tokura, S. Seki // *Nat. Nanotechnol.* – 2020. – V.15(6). – 444-449.
 154. Hirschberger, M. Skyrmion phase and competing magnetic orders on a breathing kagomé lattice / M. Hirschberger, T. Nakajima, S. Gao, L. Peng, A. Kikkawa, T. Kurumaji, M. Kriener, Y. Yamasaki, H. Sagayama, H. Nakao, K. Ohishi, K. Kakurai, Y. Taguchi, X. Yu, T. Arima, Y. Tokura // *Nat. Commun.* – 2019. – V.10. – 5831.
 155. Nayak, A.K. Magnetic antiskyrmions above room temperature in tetragonal Heusler materials / A.K. Nayak, V. Kumar, T. Ma, P. Werner, E. Pippel, R. Sahoo, F. Damay, U.K. Rößler, C. Felser, S.S.P. Parkin // *Nature.* – 2017. – V.548(7669). – 561-566.
 156. Yu, X.Z. Transformation between meron and skyrmion topological spin textures in a chiral magnet / X.Z. Yu, W. Koshibae, Y. Tokunaga, K. Shibata, Y. Taguchi, N. Nagaosa, Y. Tokura // *Nature.* – 2018. – V.564(7734). – 95-98.
 157. Yu, X.Z. Biskyrmion states and their current-driven motion in a layered manganite / X.Z. Yu, Y. Tokunaga, Y. Kaneko, W.Z. Zhang, K. Kimoto, Y. Matsui, Y. Taguchi, Y. Tokura // *Nat. Commun.* – 2014. – V.5. – 3198.
 158. Wei, W. Current-controlled topological magnetic transformations in a nanostructured kagome magnet / W. Wei, J. Tang, Y. Wu, Y. Wang, J. Jiang, J. Li, Y. Soh, Y. Xiong, M. Tian, H. Du // *Adv. Mater.* – 2021. – V.33. – 2101610.

159. Chakrabartty, D. Tunable room temperature magnetic skyrmions in centrosymmetric kagome magnet $\text{Mn}_4\text{Ga}_2\text{Sn}$ / D. Chakrabartty, S. Jamaluddin, S.K. Manna, A.K. Nayak // Commun. Phys. – 2022. – V.5(1). – 189.
160. Han, M.G. Topological magnetic-spin textures in two-dimensional van der Waals $\text{Cr}_2\text{Ge}_2\text{Te}_6$ / M.G. Han, J.A. Garlow, Y. Liu, H. Zhang, J. Li, D. DiMarzio, M.W. Knight, C. Petrovic, D. Jariwala, Y. Zhu // Nano Lett. – 2019. – V.19(11). – 7859-7865.
161. Ding, B. Observation of magnetic skyrmion bubbles in a van der Waals ferromagnet Fe_3GeTe_2 / B. Ding, Z. Li, G. Xu, H. Li, Z. Hou, E. Liu, X. Xi, F. Xu, Y. Yao, W. Wang // Nano Lett. – 2020. – V.20(2). – 868-873.
162. Yu, X.Z. Real-space observation of a two-dimensional skyrmion crystal / X.Z. Yu, Y. Onose, N. Kanazawa, J.H. Park, J.H. Han, Y. Matsui, N. Nagaosa, Y. Tokura // Nature. – 2010. – V.465(7300). – 901-904.
163. Yu, X.Z. Near room-temperature formation of a skyrmion crystal in thin-films of the helimagnet FeGe / X.Z. Yu, N. Kanazawa, Y. Onose, K. Kimoto, W.Z. Zhang, S. Ishiwata, Y. Matsui, Y. Tokura // Nat. Mater. – 2011. – V.10(2). – 106-109.
164. Seki, S. Observation of skyrmions in a multiferroic material / S. Seki, X.Z. Yu, S. Ishiwata, Y. Tokura // Science. – 2012. – V.336(6078). – 198-201.
165. Tokunaga, Y. A new class of chiral materials hosting magnetic skyrmions beyond room temperature / Y. Tokunaga, X.Z. Yu, J.S. White, H.M. Rønnow, D. Morikawa, Y. Taguchi, Y. Tokura // Nat. Commun. – 2015. – V.6. – 7638.
166. Peng, L. Controlled transformation of skyrmions and antiskyrmions in a non-centrosymmetric magnet / L. Peng, R. Takagi, W. Koshibae, K. Shibata, K. Nakajima, T. Arima, N. Nagaosa, S. Seki, X. Yu, Y. Tokura // Nat. Nanotechnol. – 2020. – V.15(3). – 181-186.
167. Wu, Y. Néel-type skyrmion in $\text{WTe}_2/\text{Fe}_3\text{GeTe}_2$ van der Waals heterostructure / Y. Wu, S. Zhang, J. Zhang, W. Wang, Y.L. Zhu, J. Hu, G. Yin, K. Wong, C. Fang, C. Wan, X. Han, Q. Shao, T. Taniguchi, K. Watanabe, J. Zang, Z. Mao, X. Zhang, K.L. Wang // Nat. Commun. – 2020. – V.11. – 3860.

168. Shibata, K. Towards control of the size and helicity of skyrmions in helimagnetic alloys by spin-orbit coupling / K. Shibata, X.Z. Yu, T. Hara, D. Morikawa, N. Kanazawa, K. Kimoto, S. Ishiwata, Y. Matsui, Y. Tokura // *Nat. Nanotechnol.* – 2013. – V.8(10). – 723-728.
169. Romming, N. Writing and deleting single magnetic skyrmions / N. Romming, C. Hanneken, M. Menzel, J.E. Bickel, B. Wolter, K. von Bergmann, A. Kubetzka, R. Wiesendanger // *Science.* – 2013. – V.341(6146). – 636-639.
170. Heinze, S. Spontaneous atomic-scale magnetic skyrmion lattice in two dimensions / S. Heinze, K. von Bergmann, M. Menzel, J. Brede, A. Kubetzka, R. Wiesendanger, G. Bihlmayer, S. Blügel // *Nat. Phys.* – 2011. – V.7(9). – 713-718.
171. Romming, N. Field-dependent size and shape of single magnetic skyrmions / N. Romming, A. Kubetzka, C. Hanneken, K. von Bergmann, R. Wiesendanger // *Phys. Rev. Lett.* – 2015. – V.114(17). – 177203.
172. Karube, K. Room-temperature antiskyrmions and sawtooth surface textures in a non-centrosymmetric magnet with S-4 symmetry / K. Karube, L. Peng, J. Masell, X. Yu, F. Kagawa, Y. Tokura, Y. Taguchi // *Nat. Mater.* – 2021. – V.20(3). – 335-340.
173. Kézsmárki, I. Néel-type skyrmion lattice with confined orientation in the polar magnetic semiconductor GaV_4S_8 / I. Kézsmárki, S. Bordács, P. Milde, E. Neuber, L.M. Eng, J.S. White, H.M. Rønnow, C.D. Dewhurst, M. Mochizuki, K. Yanai, H. Nakamura, D. Ehlers, V. Tsurkan, A. Loidl // *Nat. Mater.* – 2015. – V.14(11). – 1116-1122.
174. Legrand, W. Room-temperature stabilization of antiferromagnetic skyrmions in synthetic antiferromagnets / W. Legrand, D. Maccariello, F. Ajejas, S. Collin, A. Vecchiola, K. Bouzehouane, N. Reyren, V. Cros, A. Fert // *Nat. Mater.* – 2020. – V.19(1). – 34-42.
175. Jiang, W. Direct observation of the skyrmion Hall effect / W. Jiang, X. Zhang, G. Yu, W. Zhang, X. Wang, M.B. Jungfleisch, J.E. Pearson, X. Cheng, O.

- Heinonen, K.L. Wang, Y.Zhou, A.Hoffmann, S.G.E. te Velthuis // *Nat. Phys.* – 2017. – V.13(2). – 162-169.
176. Yu, G. Room-temperature creation and spin-orbit torque manipulation of skyrmions in thin films with engineered asymmetry / G. Yu, P. Upadhyaya, X. Li, W. Li, S.K. Kim, Y. Fan, K.L. Wong, Y. Tserkovnyak, P.K. Amiri, K.L. Wang // *Nano Lett.* – 2016. – V.16(3). – 1981-1988.
 177. Dohi, T. Formation and current-induced motion of synthetic antiferromagnetic skyrmion bubbles / T. Dohi, S. DuttaGupta, S. Fukami, H. Ohno // *Nat. Commun.* – 2019. – V.10. – 5153.
 178. Zázvorka, J. Thermal skyrmion diffusion used in a reshuffler device / J. Zázvorka, F. Jakobs, D. Heinze, N. Keil, S. Kromin, S. Jaiswal, K. Litzius, G. Jakob, P. Virnau, D. Pinna, K. Everschor-Sitte, L. Rózsa, A. Donges, U. Nowak, M. Kläui // *Nat. Nanotechnol.* – 2019. – V.14(7). – 658-661.
 179. Cheng, X.M. Studies of nanomagnetism using synchrotron-based x-ray photoemission electron microscopy (X-PEEM) / X.M. Cheng, D.J. Keavney // *Rep. Prog. Phys.* – 2012. – V.75(2). – 026501.
 180. Stöhr, J. Principles of X-ray magnetic dichroism spectromicroscopy / J. Stöhr, H.A. Padmore, S. Anders, T. Stammler, M.R. Scheinfein // *Surf. Rev. Lett.* – 1998. – V.5(6). – 1297-1308.
 181. Zhang, X. Skyrmion-electronics: writing, deleting, reading and processing magnetic skyrmions toward spintronic applications / X. Zhang, Y. Zhou, K.M. Song, T.E. Park, J. Xia, M. Ezawa, X. Liu, W. Zhao, G. Zhao, S. Woo // *J. Phys. Condens. Matter.* – 2020. – V.32(14). – 143001.
 182. Jani, H. Antiferromagnetic half-skyrmions and bimerons at room temperature / H. Jani, J.C. Lin, J. Chen, J. Harrison, F. Maccherozzi, J. Schad, S. Prakash, C.B. Eom, A.Ariando, T.Venkatesan, P.G. Radaelli // *Nature.* – 2021. – V.590(7844). – 74-79.
 183. Woo, S. Current-driven dynamics and inhibition of the skyrmion Hall effect of ferrimagnetic skyrmions in GdFeCo films / S. Woo, K.M. Song, X. Zhang, Y. Zhou, M. Ezawa, X. Liu, S. Finizio, J. Raabe, N.J. Lee, S.I. Kim, S.Y. Park, Y.

- Kim, J.Y. Kim, D. Lee, O.J. Lee, J.W. Choi, B.C. Min, H.C. Koo, J. Chang // Nat. Commun. – 2018. – V.9. – 959.
184. Quessab, Y. Zero-field nucleation and fast motion of skyrmions induced by nanosecond current pulses in a ferrimagnetic thin film / Y. Quessab, J.W. Xu, E. Cogulu, S. Finizio, J. Raabe, A.D. Kent // Nano Lett. – 2022. – V.22(15). – 6091-6097.
 185. Akhtar, W. Current-Induced nucleation and dynamics of skyrmions in a Co-based Heusler alloy / W. Akhtar, A. Hrabec, S. Chouaieb, A. Haykal, I. Gross, M. Belmeguenai, M.S. Gabor, B. Shields, P. Maletinsky, A. Thiaville, S. Rohart, V. Jacques // Phys. Rev. Appl. – 2019. – V.11(3). – 034066.
 186. Dovzhenko, Y. Magnetostatic twists in room-temperature skyrmions explored by nitrogen-vacancy center spin texture reconstruction / Y. Dovzhenko, F. Casola, S. Schlotter, T.X. Zhou, F. Büttner, R.L. Walsworth, G.S.D. Beach, A. Yacoby // Nat. Commun. – 2018. – V.9. – 2712.
 187. Jenkins, A. Single-spin sensing of domain-wall structure and dynamics in a thin-film skyrmion host / A. Jenkins, M. Pelliccione, G. Yu, X. Ma, X. Li, K.L. Wang, A.C. Bleszynski Jayich // Phys. Rev. Mater. – 2019. – V.3(8). – 083801.
 188. Finco, A. Imaging non-collinear antiferromagnetic textures via single spin relaxometry / A. Finco, A. Haykal, R. Tanos, F. Fabre, S. Chouaieb, W. Akhtar, I. Robert-Philip, W. Legrand, F. Ajejas, K. Bouzehouane, N. Reyren, T. Devolder, J.-P. Adam, J.V. Kim, V. Cros, V. Jacques // Nat. Commun. – 2021. – V.12. – 767.
 189. Zhang, X. Magnetic skyrmion transistor: skyrmion motion in a voltage-gated nanotrack / X. Zhang, Y. Zhou, M. Ezawa, G. Zhao, W. Zhao // Sci. Rep. – 2015. – V.5. – 1-8.
 190. Zhao, X. Single antiferromagnetic skyrmion transistor based on strain manipulation / X. Zhao, R. Ren, G. Xie, Y. Liu // Appl. Phys. Lett. – 2018. – V.112. – 252402.

191. Zhao, L. A ferromagnetic skyrmion-based diode with a voltage-controlled potential barrier / L. Zhao, X. Liang, J. Xia, G. Zhao, Y. Zhou // *Nanoscale*. – 2020. – V.12. – 9507-9516.
192. Choi, B. Spin-orbit torque driven nano-oscillators based on synthetic Neel-like skyrmion in magnetic tunnel junction / B. Choi, M. Aryal, M. Choi, Y.-K. Hong // *AIP Adv.* – 2022. – V.12. – 055013.
193. Finocchio, G. Skyrmion based microwave detectors and harvesting / G. Finocchio, M. Ricci, R. Tomasello, A. Giordano, M. Lanuzza, V. Puliafito, P. Burrascano, B. Azzerboni, M. Carpentieri // *Appl. Phys. Lett.* – 2015. – V.107. – 262401.
194. Garcia-Sanchez, F. A skyrmion-based spintorque nano-oscillator / F. Garcia-Sanchez, J. Sampaio, N. Reyren, V. Cros, J. Kim // *New J. Phys.* – 2016. – V.18. – 075011.
195. Guo, J. A ferromagnetic skyrmion-based nano-oscillator with modified profile of Dzyaloshinskii-Moriya interaction / J. Guo, J. Xia, X. Zhang, P.W. Pong, Y. Wu, H. Chen, W. Zhao, Y. Zhou // *J. Magn. Magn. Mater.* – 2020. – V.496. – 165912.
196. Guslienko, K.Y. Magnetic Skyrmion Spin-Torque Nano-Oscillators / K.Y. Guslienko // *Phys. Status Solidi-Rapid Res. Lett.* – 2020. – V.14. – 2000032.
197. Jin, C. Highfrequency spin transfer nano-oscillator based on the motion of skyrmions in an annular groove / C. Jin, Y. Ma, C. Song, H. Xia, J. Wang, C. Zhang, Z. Zeng, J. Wang, Q. Liu // *New J. Phys.* – 2020. – V.22. – 033001.
198. Jin, C. Array of synchronized nano-oscillators based on repulsion between domain wall and skyrmion / C. Jin, J. Wang, W. Wang, C. Song, J. Wang, H. Xia, Q. Liu // *Phys. Rev. Appl.* – 2018. – V.9. – 044007.
199. Shi, X. Skyrmions based spintorque nano-oscillator / X. Shi, H. Zhang, Y. Liao, L. Jin, T. Wen, X. Tang, Z. Zhong // *IEEE Magn. Lett.* – 2017. – V.8. – 1-5.
200. Zhang, S. Current-induced magnetic skyrmions oscillator / S. Zhang, J. Wang, Q. Zheng, Q. Zhu, X. Liu, S. Chen, C. Jin, Q. Liu, C. Jia, D. Xue // *New J. Phys.* – 2015. – V.17. – 023061.

201. Azam, M.A. Resonate and fire neuron with fixed magnetic skyrmions / M.A. Azam, D. Bhattacharya, D. Querlioz, J. Atulasimha // J. Appl. Phys. – 2018. – V.124. – 152122.
202. Bindal, N. Antiferromagnetic skyrmion repulsion based artificial neuron device / N. Bindal, C.A.C. Ian, W.S. Lew, B.K. Kaushik // Nanotechnology. – 2021. – V.32. – 215204.
203. Chen, M.-C. Magnetic skyrmion as a spintronic deep learning spiking neuron processor / M.-C. Chen, A. Sengupta, K. Roy // IEEE Trans. Magn. – 2018. – V.54. – 1-7.
204. Chen, X. A compact skyrmionic leaky–integrate–fire spiking neuron device / X. Chen, W. Kang, D. Zhu, X. Zhang, N. Lei, Y. Zhang, Y. Zhou, W. Zhao // Nanoscale. – 2018. – V.10. – 6139-6146.
205. Li, S. Magnetic skyrmion-based artificial neuron device / S. Li, W. Kang, Y. Huang, X. Zhang, Y. Zhou, W. Zhao // Nanotechnology. – 2017. – V.28. – 31LT01.
206. Zhu, M.-M. Voltage-controllable magnetic skyrmion dynamics for spiking neuron device applications / M.-M. Zhu, S.-T. Cui, X.-F. Xu, S.-B. Shi, D.-Q. Nian, J. Luo, Y. Qiu, H. Yang, G.-L. Yu, H.-M. Zhou // Chin. Phys. B. – 2022. – V.31. – 018503.
207. Liang, X. A spiking neuron constructed by the skyrmion-based spin torque nano-oscillator / X. Liang, X. Zhang, J. Xia, M. Ezawa, Y. Zhao, G. Zhao, Y. Zhou // Appl. Phys, Lett. – 2020. – V.116. – 122402.
208. Bhattacharya, T. Low-power (1t1n) skyrmionic synapses for spiking neuromorphic systems / T. Bhattacharya, S. Li, Y. Huang, W. Kang, W. Zhao, M. Suri // IEEE Access. – 2019. – V.7. – 5034–5044.
209. Chen, C. Surface acoustic wave controlled skyrmion-based synapse devices / C. Chen, T. Lin, J. Niu, Y. Sun, L. Yang, W. Kang, N. Lei // Nanotechnology. – 2021. – V.33. – 115205.

210. Chen, R. Nanoscale room-temperature multilayer skyrmionic synapse for deep spiking neural networks / R. Chen, C. Li, Y. Li, J.J. Miles, G. Indiveri, S. Furber, V.F. Pavlidis, C. Moutafis // *Phys. Rev. Appl.* – 2020. – V.14. – 014096.
211. Huang, Y. Magnetic skyrmion-based synaptic devices / Y. Huang, W. Kang, X. Zhang, Y. Zhou, W. Zhao // *Nanotechnology.* – 2017. – V.28. – 08LT02.
212. Je, S.-G. Creation of magnetic skyrmion bubble lattices by ultrafast laser in ultrathin films / S.-G. Je, P. Vallobra, T. Srivastava, J.-C. Rojas-Sanchez, T.H. Pham, M. Hehn, G. Malinowski, C. Baraduc, S. Auffret, G. Gaudin // *Nano Lett.* – 2018. – V.18. – 7362–7371.
213. Song, K.M. Skyrmion-based artificial synapses for neuromorphic computing / K.M. Song, J.-S. Jeong, B. Pan, X. Zhang, J. Xia, S. Cha, T.-E. Park, K. Kim, S. Finizio, J. Raabe // *Nat. Electron.* – 2020. – V.3. – 148–155.
214. Pinna, D. Skyrmion gas manipulation for probabilistic computing / D. Pinna, F.A. Araujo, J.-V. Kim, V. Cros, D. Querlioz, P. Bessiere, J. Droulez, J. Grollier // *Phys. Rev. Appl.* – 2018. – V.9. – 064018.
215. Pinna, D. Reservoir computing with random skyrmion textures / D. Pinna, G. Bourianoff, K. Everschor-Sitte // *Phys. Rev. Appl.* – 2020. – V.14. – 054020.
216. Chen, X. Forecasting the outcome of spintronic experiments with Neural Ordinary Differential Equations / X. Chen, F.A. Araujo, M. Riou, J. Torrejon, D. Ravelosona, W. Kang, W. Zhao, J. Grollier, D. Querlioz // *Nat. Commun.* – 2022. – V.13. – 1016.
217. Jiang, W. Physical reservoir computing using magnetic skyrmion memristor and spin torque nano-oscillator / W. Jiang, L. Chen, K. Zhou, L. Li, Q. Fu, Y. Du, R. Liu // *Appl. Phys. Lett.* – 2019. – V.115. – 192403.
218. Wang, K. Single skyrmion true random number generator using local dynamics and interaction between skyrmions / K. Wang, Y. Zhang, V. Bheemarasetty, S. Zhou, S.-C. Ying, G. Xiao // *Nat. Commun.* – 2022. – V.13. – 722.
219. Jibiki, Y. Skyrmion brownian circuit implemented in continuous ferromagnetic thin film / Y. Jibiki, M. Goto, E. Tamura, J. Cho, S. Miki, R. Ishikawa, H.

- Nomura, T. Srivastava, W. Lim, S. Auffret // *Appl. Phys. Lett.* – 2020. – V.117. – 082402.
220. Yao, Y. Thermal Brownian motion of skyrmion for true random number generation / Y. Yao, X. Chen, W. Kang, Y. Zhang, W. Zhao // *IEEE Trans. Electron Devices.* – 2020. – V.67. – 2553–2558.
221. Ishikawa, R. Implementation of skyrmion cellular automaton using Brownian motion and magnetic dipole interaction / R. Ishikawa, M. Goto, H. Nomura, Y. Suzuki // *Appl. Phys. Lett.* – 2021. – V.119. – 072402.
222. Zhang, H. Stochastic computing implemented by skyrmionic logic devices / H. Zhang, D. Zhu, W. Kang, Y. Zhang, W. Zhao // *Phys. Rev. Appl.* – 2020. – V.13. – 054049.
223. Medlej, I. Skyrmion based random bit generator / I. Medlej, A. Hamadeh, F.E.H. Hassan // *Phys. B: Condens. Matter.* – 2020. – V.579. – 411900.
224. Thiele, A. Steady-state motion of magnetic domains / A. Thiele // *Phys. Rev. Lett.* – 1973. – V.30. – 230.
225. Kiselev, S.I. Microwave oscillations of a nanomagnet driven by a spin-polarized current / S.I. Kiselev, J. Sankey, I. Krivorotov, N. Emley, R. Schoelkopf, R. Buhrman, D. Ralph // *Nature.* – 2003. – V.425. – 380–383.
226. Guslienko, K.Y. Magnetic vortex state stability, reversal and dynamics in restricted geometries / K.Y. Guslienko // *J. Nanosci. Nanotechnol.* – 2008. – V.8. – 2745–2760.
227. Mistral, Q. Current-driven vortex oscillations in metallic nanocontacts / Q. Mistral, M. van Kampen, G. Hrkac, J.-V. Kim, T. Devolder, P. Crozat, C. Chappert, L. Lagae, T. Schrefl // *Phys. Rev. Lett.* – 2008. – V.100. – 257201.
228. Khvalkovskiy, A. Vortex oscillations induced by spin-polarized current in a magnetic nanopillar: Analytical versus micromagnetic calculations / A. Khvalkovskiy, J. Grollier, A. Dussaux, K.A. Zvezdin, V. Cros // *Phys. Rev. B.* – 2009. – V.80. – 140401.
229. Ruotolo, A. Phase-locking of magnetic vortices mediated by antivortices / A. Ruotolo, V. Cros, B. Georges, A. Dussaux, J. Grollier, C. Deranlot, R.

- Guillemet, K. Bouzehouane, S. Fusil, A. Fert // *Nat. Nanotechnol.* – 2009. – V.4. – 528–532.
230. Aranda, G.R. Limits for the vortex state spin torque oscillator in magnetic nanopillars: Micromagnetic simulations for a thin free layer / G.R. Aranda, J.M. Gonzalez, J.J. del Val, K.Y. Guslienko // *J. Appl. Phys.* – 2010. – V.108. – 123914.
231. Grimaldi, E. Response to noise of a vortex based spin transfer nano-oscillator / E. Grimaldi, A. Dussaux, P. Bortolotti, J. Grolier, G. Pillet, A. Fukushima, H. Kubota, K. Yakushiji, S. Yuasa, V. Cros // *Phys. Rev. B.* – 2014. – V.89. – 104404.
232. Wu, X. A CMOS spiking neuron for brain-inspired neural networks with resistive synapses and in situ learning / X. Wu, V. Saxena, K. Zhu, S. Balagopal // *IEEE Trans. Circuits Syst. II* – 2015. – V.62. – 1088–1092.
233. Chen, X. A compact skyrmionic leaky–integrate–fire spiking neuron device / X. Chen, W. Kang, D. Zhu, X. Zhang, N. Lei, Y. Zhang, Y. Zhou, W. Zhao // *Nanoscale.* – 2018. – V.10. – 6139–6146.
234. Borisyuk, R.M. Information coding on the basis of synchronization of neuronal activity / R.M. Borisyuk, G.N. Borisyuk // *BioSystems.* – 1997. – V.40. – 3–10.
235. Stoliar, P. A leaky-integrate-and-fire neuron analog realized with a Mott insulator / P. Stoliar, J. Tranchant, B. Corraze, E. Janod, M.P. Besland, F. Tesler, M. Rozenberg, L. Cario // *Adv. Funct. Mater.* – 2017. – V.27. – 1604740.
236. Burr, G.W. Neuromorphic computing using non-volatile memory / G.W. Burr, R.M. Shelby, A. Sebastian, S. Kim, S. Kim, S. Sidler, K. Virwani, M. Ishii, P. Narayanan, A. Fumarola // *Adv. Phys.: X.* – 2017. – V.2. – 89–124.
237. Li, S. Magnetic skyrmion-based artificial neuron device / S. Li, W. Kang, Y. Huang, X. Zhang, Y. Zhou, W. Zhao // *Nanotechnology.* – 2017. – V.28. – 31LT01.
238. Song, S. Competitive Hebbian learning through spiketiming-dependent synaptic plasticity / S. Song, K.D. Miller, L.F. Abbott // *Nat. Neurosci.* – 2000. – V.3. – 919–926.

239. Yu, Z. Voltage-controlled skyrmion-based nanodevices for neuromorphic computing using a synthetic antiferromagnet / Z. Yu, M. Shen, Z. Zeng, S. Liang, Y. Liu, M. Chen, Z. Zhang, Z. Lu, L. You, X. Yang // *Nanoscale Adv.* – 2020. – V.2. – 1309–1317.
240. Luo, S. Voltage-controlled skyrmion memristor for energy-efficient synapse applications / S. Luo, N. Xu, Z. Guo, Y. Zhang, J. Hong, L. You // *IEEE Electron Device Lett.* – 2019. – V.40. – 635–638.
241. Hill, N. A. Why Are There so Few Magnetic Ferroelectrics? / N.A. Hill // *The Journal of Physical Chemistry B.* – 2000. – V.104. – 6694–6709.
242. Fiebig, M. Observation of coupled magnetic and electric domains / M. Fiebig, Th. Lottermoser, D. Frohlich, A.V. Goltsev, R.V. Pisarev // *Nature.* 2002. – V.419. – 818-820.
243. Звездин, А.К. Фазовые переходы и гигантский магнитоэлектрический эффект в мультиферроиках / А.К. Звездин, А.П. Пятаков // *УФН.* – 2004. – Т.174. – 465-470.
244. Fiebig, M. Revival of the magnetoelectric effect / M. Fiebig // *J. Phys. D: Appl. Phys.* – 2005. – V.38. – R123–R152.
245. Eerenstein, W. Multiferroic and magnetoelectric materials / W. Eerenstein, N.D. Mathur, J.F. Scott // *Nature.* – 2006. – V.442. – P.759.
246. Cheong, S.-W. Multiferroics: a magnetic twist for ferroelectricity / S.-W. Cheong, M. Mostovoy // *Nature Mater.* – 2007. – V.6. – P.13.
247. Wang, K.F. Multiferroicity: the coupling between magnetic and polarization orders / K.F. Wang, J.-M. Liu, Z.F. Ren // *Advances in Physics.* – 2009. – V.58. – P. 321–448.
248. Picozzi, S. First principles studies of multiferroic materials / S. Picozzi, C. Ederer // *J. Phys.: Condens. Matter.* – 2009. – V.21. – P.303201.
249. Звездин, А.К. Неоднородное магнитоэлектрическое взаимодействие в мультиферроиках и вызванные им новые физические эффекты / А.К. Звездин, А.П. Пятаков // *УФН.* – 2009. – Т.179. – 897-904

250. Khomskii, D. Classifying multiferroics: Mechanisms and effects / D. Khomskii // Physics. – 2009. – V.2. – P.20.
251. Чупис, И.Е. Прогресс в изучении сегнетомагнитных кристаллов / И.Е. Чупис // ФНТ. – 2010. – Т.36. – С.597-612.
252. Scott, J.F. Multiferroic magnetoelectric fluorides: why are there so many magnetic ferroelectrics? / J.F. Scott, R. Blinc // J. Phys.: Condens. Matter. – 2011. – V.23. – P.113202.
253. Смоленский, Г.А. Сегнетомагнетики / Г.А. Смоленский, И.Е. Чупис // УФН. – 1982. – Т.137. – С.415- 448.
254. O'Dell, T.H. Magnetoelectrics - a new class of materials / T.H. O'Dell // Electronics and power. – 1965. – V.11. – P.266.
255. Curie, P. Sur la symétrie dans les phénomènes physiques, symétrie d'un champ électrique et d'un champ magnétique / P. Curie // J. de Physique. – 1894. – III. – P.393.
256. Богуславский, С.А. Избранные труды по физике. М.: Физматгиз. 1961. – 436 с.
257. Debye, P. Bemerkung zu einigen neuen Versuchen über einen magneto-elektrischen Richteffect / P. Debye // Z. Phys. – 1926. – V.35. – P.300-301.
258. Tellegen, B.D.H. The gyrator, a new electric network element / B.D.H. Tellegen // Philips Res. Rep. – 1948. – V.3. – P.81.
259. Ландау, Л.Д., Лифшиц, Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука. 1992. – 651 с.
260. Дзялошинский, И.Е. К вопросу о магнитно-электрическом эффекте в антиферромагнетиках / И.Е. Дзялошинский // ЖЭТФ. – 1959. – Т.37. – С.881-882.
261. Астров, Д.Н. Магнитоэлектрический эффект в антиферромагнетиках / Д.Н. Астров // ЖЭТФ. 1960. – Т.38. – С.984.
262. Folen, V.J. Anisotropy of the magneto-electric effect in Cr_2O_3 / V.J. Folen, G.T. Rado, E.W. Stalder // Phys. Rev. Lett. – 1961. – V.6. – P.607-608.

263. Попов, Ю.Ф. Линейный магнитоэлектрический эффект в Cr_2O_3 в сильных магнитных полях / Ю.Ф. Попов, З.А. Казей, А.М. Кадомцева // Письма в ЖЭТФ. – 1992. – Т.55. – С.238-241.
264. Белов, Д.В. Магнитоэлектрический эффект в спин-флоп фазе Cr_2O_3 и проблема определения магнитной структуры / Д.В. Белов, Г.П. Воробьев, А.К. Звездин, А.М. Кадомцева, Ю.Ф. Попов // Письма в ЖЭТФ. – 1993. – Т.58. – С.603.
265. Rado, G.T. Magnetoelectric susceptibility and magnetic symmetry of magnetoelectrically annealed TbPO_4 / G.T. Rado, J.M. Ferrari, W.G. Maisch // Phys. Rev. B. – 1984. – V.29. – P.4041-4048.
266. Nénert, G. Magnetic and magnetoelectric properties of $\text{Ho}_2\text{BaNiO}_5$ / G. Nénert, T.T.M. Palstra // Phys. Rev. B. – 2007. – V.76. – P.024415
267. Fetisov, Y.K. Electric field tuning characteristics of a ferrite-piezoelectric microwave resonator / Y.K. Fetisov, G. Srinivasan // Appl. Phys. Lett. – 2006. – V.88. – P.143503.
268. Fetisov, Y.K. Ferrite-Piezoelectric Multilayers for Magnetic Field Sensors / Y.K. Fetisov, A.A. Bush, K.E. Kamentsev, A.Y. Ostashchenko, G. Srinivasan // IEEE Sensor Journal. – 2006. – V.6. – P.935-938.
269. Nan, C.-W. Multiferroic magnetoelectric composites: Historical perspective, status, and future directions / C.-W. Nan, M.I. Bichurin, S. Dong, D. Viehland, G. Srinivasan // J. Appl. Phys. – 2008. – V.103. – P.031101.
270. Ma, J. Recent Progress in Multiferroic Magnetoelectric Composites: from Bulk to Thin Films / J. Ma, J. Hu, Z. Li, C.-W. Nan // Adv. Mater. – 2011. – V.23. – P.1062–1087.
271. Schmid, H. Multiferroic magnetoelectrics / H. Schmid // Ferroelectrics. – 1994. – V.162. – P.317-338.
272. Попов, Ю.Ф. Особенности магнитных, магнитоэлектрических и магнитоупругих свойств мультиферроика ферробората самария $\text{SmFe}_3(\text{BO}_3)_4$ / Ю.Ф. Попов, А.П. Пятаков, А.М. Кадомцева, Г.П. Воробьев,

- А.К. Звездин, А.А. Мухин, В.Ю. Иванов // ЖЭТФ. – 2010. – Т.138 – С.226-230.
273. Choi, Y.J. Cross-Control of Magnetization and Polarization by Electric and Magnetic Fields with Competing Multiferroic and Weak-Ferromagnetic Phases / Y.J. Choi, C.L. Zhang, N. Lee, S.-W. Cheong // Phys. Rev. Lett. – 2010. – V. 105. – P.097201.
274. Головенчиц, Е.И. Индуцированный магнитным полем фазовый переход в мультиферроике $\text{Tb}_{0.95}\text{Bi}_{0.05}\text{MnO}_{3+\delta}$ / Е.И. Головенчиц, В.А. Санина // Письма в ЖЭТФ. – 2006. – Т.84. – С.222.
275. Барьяхтар, В.Г. Теория неоднородного магнитоэлектрического эффекта / В.Г. Барьяхтар, В.А. Львов, Д.А. Яблонский // Письма в ЖЭТФ. – 1983. – Т.37. – С.565-567.
276. Eliseev, E.A. Linear magnetoelectric coupling and ferroelectricity induced by the flexomagnetic effect in ferroics / E.A. Eliseev, M.D. Glinchuk, V. Khist, V.V. Skorokhod, R. Blinc, A.N. Morozovska // Phys. Rev. B. – 2011. – V.84. – P.174112.
277. Sparavigna, A. Electric-field effects on the spin-density wave in magnetic ferroelectrics / A. Sparavigna, A. Strigazzi, A. Zvezdin // Phys. Rev. B. – 1994. – V.50. – P.2953.
278. Dzyaloshinskii, I. Magnetoelectricity in ferromagnets / I. Dzyaloshinskii // Europhys. Lett. – 2008. – V.83. – P.67001.
279. Pyatakov, A.P. Flexomagnetoelectric interaction in multiferroics / A.P. Pyatakov, A.K. Zvezdin // The European Physical Journal B - Condensed Matter and Complex Systems. – 2009. – V.71. – P.419-427.
280. Tanygin, B.M. On the free energy of the flexomagnetoelectric interactions / B.M. Tanygin // J. Magn. Magn. Mater. – 2011. – V.323. – P.1899-1902.
281. Mostovoy, M. Ferroelectricity in Spiral Magnets / M. Mostovoy // Phys. Rev. Lett. – 2006. – V.96. – P.067601.

282. Меньшенин, В.В. Взаимосвязь солитонной решетки и электрической поляризации в оксидах RMn_2O_5 / В.В. Меньшенин // ЖЭТФ. – 2009. – Т. 135. – С.265.
283. Ishiwata, S. Low-magnetic-field control of electric polarization vector in a helimagnet / S. Ishiwata, Y. Taguchi, H. Murakawa, Y. Onose, Y. Tokura // Science. – 2008. – V.319. – P.1643-1646.
284. Kitagawa, Y. Low-field magnetoelectric effect at room temperature / Y. Kitagawa, Y. Hiraoka, T. Honda, T. Ishikura, H. Nakamura, T. Kimura // Nature Mater. – 2010. – V.9. – P.797.